

JAN ŠPILER

NUMERIČNA OPTIMIZACIJA SORPCIJE V VEČFAZNEM FICKOVEM MODELU PRENOSA VLAGE V LESU

MAGISTRSKO DELO

MAGISTRSKI ŠTUDIJSKI PROGRAM DRUGE STOPNJE GRADBENIŠTVO

Ljubljana, 2023

Hrbtna stran: ŠPILER JAN



Kandidat/-ka: JAN ŠPILER

NUMERIČNA OPTIMIZACIJA SORPCIJE V VEČFAZNEM FICKOVEM MODELU PRENOSA VLAGE V LESU

Magistrsko delo št.:

NUMERICAL OPTIMIZATION OF SORPTION IN MULTI-PHASE FICKIAN MODEL OF MOISTURE TRANSPORT IN WOOD

Master thesis No.:

Mentor/-ica: prof. dr., Tomaž Hozjan Predsednik komisije:

Somentor/-ica: doc. dr., Robert Pečenko

Član komisije:

Ljubljana, _____

POPRAVKI – ERRATA

Stran z napako

Vrstica z napako

Namesto

Naj bo

»Ta stran je namenoma prazna«

ZAHVALA

Iskreno se zahvaljujem mentorju prof. dr. Tomažu Hozjanu in somentorju doc. dr. Robertu Pečenku za strokovno vodenje in pomoč pri izdelavi magistrskega dela.

»Ta stran je namenoma prazna«

UDK: 519.876.5:624.011.1-026.78(043.3) Jan Špiler Avtor: Mentor: prof. dr. Tomaž Hozjan Somentor: doc. dr. Robert Pečenko Naslov: Numerična optimizacija sorpcije v večfaznem Fickovem modelu prenosa vlage v lesu Magistrsko delo Tip dokumenta: **Obseg in oprema:** 69 str., 14 pregl., 54 sl., 55 en., 23 vir. Ključne besede: Sorpcija, večfazni prenos vlage v lesu, numerična optimizacija, numerično modeliranje, Fickov model

BIBLIOGRAFSKO-DOKUMENTACIJSKA STRAN IN IZVLEČEK

Izvleček

V magistrski nalogi je predstavljen nov zapis funkcije za določitev hitrosti sorpcije v večfaznem Fickovem modelu prenosa toplote in vlage po lesu. Spreminjanje temperature, parnih tlakov ter količine vezane vode v lesu je obravnavano kot povezan problem prevajanja toplote in vlage, zapisan s sistemom štirih parcialnih diferencialnih enačb. Ta osnovni sistem enačb je rešen z uporabo metode končnih elementov, pri čemer je implementacija numeričnega modela izvedena s pomočjo orodja »PDE toolbox«, vgrajenega v programski paket Matlab. Glavna novost v numeričnem modelu je uporaba nove funkcije za določanje hitrosti sorpcije.

Cilj uporabe nove funkcije je izboljšanje konvergence računa in s tem skrajšanje računskega časa. Novo funkcijo določa pet neodvisnih parametrov ter predpis polinomske funkcije 3. stopnje. Vrednosti teh parametrov so bile določene s parametričnimi študijami, v katerih so bili rezultati novega modela primerjani z rezultati že uveljavljenega modela. Računske analize so pokazale, da je pri večini obravnavanih vlažnostnih stanj konvergenca pri novem modelu boljša ali vsaj enako dobra kot pri že uveljavljenem modelu. Slabost novega zapisa funkcije za določitev hitrosti sorpcije pa se je pokazala pri visokih vlažnostih, ko se je količina vezane vode v lesu približevala ravnovesnemu stanju. Tam je bila konvergenca novega modela slabša kot pri že uveljavljenem modelu.

»Ta stran je namenoma prazna«

UDC: 519.876.5:624.011.1-026.78(043.3) Jan Špiler Author: Supervisor: Prof. Tomaž Hozjan, Ph. D. **Co-supervisor:** Assist. Prof. Robert Pečenko, Ph. D. Title: Numerical optimization of sorption in multi-phase Fickian model of moisture transport in wood **Master Thesis** Document type: Notes: 69 p., 14 tab., 54 fig., 55 eq., 23 ref. Keywords: Sorption, multi-phase moisture transport in wood, numerical optimization, numerical modelling, Fickian model

BIBLIOGRAPHIC-DOCUMENTALISTIC INFORMATION AND ABSTRACT

Abstract

This master thesis presents a new description of the function for determining the sorption rate in multiphase Fickian model of heat and mass transport in wood. Changes in temperature, vapour pressure and bound water content in wood are considered as coupled heat and mass transfer. As such, they are written by a system of four partial differential equations. This basic system of equations is solved using the finite element method with the help of the Matlab PDE Toolbox. The main purpose of the new function for the sorption rate was to improve the convergence of the numerical model and consequently reduce the calculation time. The new function is defined by five independent parameters and a 3rd degree polynomial function. The optimal value of the considered parameters was determined by parametric studies, in which the results of the new model were compared with the results of the already established model. The results showed that, for the most considered humidity states, the convergence of the new model is better or at least equivalent to the convergence of the established model. The new model was revealed when dealing with high moisture states, when the amount of bound water in the wood began to approach the equilibrium state. In this case the convergence of the new model was worse than the convergence of the established model.

»Ta stran je namenoma prazna«

KAZALO VSEBINE

POPRA	VKI – ERRATA	I
ZAHVA	LA	. 111
BIBLIO	GRAFSKO-DOKUMENTACIJSKA STRAN IN IZVLEČEK	v
BIBLIO	GRAPHIC-DOCUMENTALISTIC INFORMATION AND ABSTRACT	VII
KAZALO	O SLIK	. XI
KAZALO	D PREGLEDNIC	KIII
OKRAJ	ŠAVE IN SIMBOLI / ABBREVIATIONS AND SYMBOLS)	«ν
1 U'	VOD	1
2 0	LESU	3
2.1	Zgradba lesa	3
2.2	-g Voda v lesu	9
23	Modeliranie sušenia lesa	11
2.5	Voda	11 12
2.4	Fizikalne lastnosti vode	12
2.4.1	Prehod med fazami relativna vlažnost	12
2.1.2		15
3 SC	ORPCIJA	18
3.1	Sorpcija v lesu	18
3.2	Matematični opis sorpcije	19
4 TI	RANSPORTNI MEHANIZMI	24
4.1	Splošno	24
4.2	Difuzija vodne pare in zraka	24
4.2.1	Matematični opis difuzije	25
4.3	Konvekcija vodne pare in zraka	26
4.3.1	Viskoznost	27
4.4	Gibanje vode po celični steni	28
4.4.1	Termodifuzija (Soretov efekt)	31
5 El	NAČBE ZA OPIS POVEZANEGA PRENOSA TOPLOTE IN VLAGE	34
5.1	Ohranianie mase	34
511	Vezana voda	34
512	Vodna para in zrak	34
5.2	Ohranianie energije	35
5.3	Osnovni sistem diferencialnih enačh	36
5.4	Bobni in začetni pogoji	37
541	Začetni pogoji	37
547	P Robni pogoji	37
5.5	Implementacija v Matlab	38
	······································	
6 N	OV ZAPIS FUNKCIJE ZA DOLOCITEV HITROSTI SORPCIJE	40

6.1	Parametrični zapis funkcije	40
6.2	Postopek določitve nove funkcije <i>Hc</i>	40
6.2.1	Prvi korak	
6.2.2	2 Drugi korak	
6.3	Začetni približek	44
7 R	AČUNSKI PRIMERI	46
7.1	Verifikacija modela	46
7.1.1	Analiza konvergence in računskih časov pri zgoščevanju mreže KE	
7.1.2	2 Primerjalna analiza	
7.1.3	Analiza obnašanja koeficienta hitrosti sorpcije	
7.2	PARAMETRIČNA ANALIZA	51
7.2.1	Potek analize	
7.2.2	2 Prvi korak parametrične analize – variacija posameznih parametrov	
7.2.3	B Drugi korak – kombiniranje najboljših ujemanj	61
7.3	Primerjava konvergence med novim in starim zapisom <i>Hc</i>	64
8 Z.	AKLJUČEK	66
9 V	IRI	

KAZALO SLIK

Slika 1: Prerez debla – makroskopska zgradba lesa [3] 4
Slika 2: Shema celic, ki sestavljajo lesno tkivo [3]5
Slika 3: Prečni prerez lesa iglavcev pod mikroskopom (leva slika) ter shematski prikaz prereza (desna
slika) [4] [5]
Slika 4: Prečni prerez lesa listavcev: venčasto porozni (slika levo zgoraj), raztreseno porozni (slika levo
spodaj) ter 3D shema izseka (slika desno) [6]8
Slika 5: Sloji celične stene. P – primarna celična stena, S1 – zunanji sloj sekundarne stene, S2 – srednji
sloj sekundarne stene, S3 – notranji sloj sekundarne stene. ML – srednja lamela. [5]
Slika 6: Spreminjanje vlažnosti lesa po globini pri različnih drevesnih vrstah [2]
Slika 7: Relativne energijske (entalpijske) stopnje vodne pare, tekoče vode, ledu in vezane vode v lesu
(povzeto po [3] in [12])
Slika 8: Poenostavitev geometrije za uporabo v računskem modelu
Slika 9: Molekula vode z označenim pozitivnim in negativnim polom (zgoraj levo). Molekule vode,
povezane z vodikovimi vezmi (zgoraj desno). Vodikove vezi znotraj molekule DNK (spodaj) [11] 13
Slika 10: Shematski prikaz molekul vode v različnih agregatnih stanjih (A – trdno stanje/led, B – tekoče
stanje, C – plinasto stanje/vodna para)14
Slika 11: Vrelišča hidridov glede na molsko maso [7]14
Slika 12 : Fazni diagram vode. TT – trojna točka, KT – kritična točka [12]
Slika 13: Sprememba faze na gladini vode [13]16
Slika 14: Boltzmanova porazdelitev energije molekul pri temperaturi T1 in T2 [14]
Slika 15: Ravnotežni parni tlak pri različnih temperaturah17
Slika 16: Shema sorpcijske izoteme [2] 19
Slika 17: Zmanjševanje razlike med adsorpcijsko in desorpcijsko krivuljo s povečevanjem temperature
[2]
Slika 18: Povečanje mase pri navlaževanju lesenih vzorcev [18] 20
Slika 19: Vpliv spremenljivke C2 na obliko krivulje H [1] 21
Slika 20: Graf funkcije <i>Hc</i> , orig
Slika 21: Difuzija zaradi razlik v koncentraciji plina [13]25
Slika 22: Gradient koncentracije snovi [13] 26
Slika 23: Dinamična viskoznost [21] 27
Slika 24: Model gibanja molekul vode po celični steni zaradi razlike v koncentraciji vezane vode [9] 29
Slika 25: Model gibanja molekul vode po celični steni zaradi razlik v temperaturi (Soretov efekt) 32
Slika 26: Vpliv Soretovega efekta na transport vezane vode po celični steni [1]

Slika 27: Linearni trikotni KE (levo), kvadratični trikotni KE (desno)	
Slika 28: Enotska krožnica	
Slika 29: Funkcija Hc , A z označenima mejnima ravninama	
Slika 30: Rotacija točke okoli poljubne vertikalne osi	
Slika 31: Aplikacija transformacije na <i>Hc</i> , <i>A</i>	45
Slika 32: Ujemanje funkcij <i>Hc</i> , <i>orig</i> in <i>Hc</i> . Za določitev slednje so bili uporabljeni izh	odiščni parametri.
Slika 33. Shema geometrije modela	
Slika 33. Snema geometrije modela	ne vode <i>ch</i> pri času
t = 5h	18 Voue CD pri casu
Slika 35: Konvergenca rezultatov pri goščenju mreže KE za primer VP2 (količina vezar	ne vode <i>cb</i> pri času
t = 5h)	
Slika 36: Vpliv števila uporabljenih končnih elementov na računski čas	
Slika 37: Analiza pravilnosti izračuna <i>cb</i> med vlaženjem pri stalni temperaturi	
Slika 38: Vrednosti koeficienta Hc vzdolž elementa med simulacijo vlaženja iz $h~=~$	0,54 na h = 0,75
Slika 39: Določitev spremembe mase vezane vode v vzorcu	51
Slika 40: Značilne krivulje pri variaciji parametrov cL in cD pri VP1	54
Slika 41: Značilne krivulje pri variaciji parametrov cL in cD pri VP2	55
Slika 42: Primerjava odstopanj δi pri variaciji parametrov cL in cD	55
Slika 43: Primerjava računskih časov pri variiranju parametrov cL in cD za VP1	56
Slika 44: Primerjava računskih časov pri variiranju parametrov cL in cD za VP2	57
Slika 45: Značilne krivulje pri variaciji parametrov xr in yr pri VP1	
Slika 46: Značilne krivulje pri variaciji parametrov xr in yr pri VP2	58
Slika 47: Primerjava odstopanj δi pri variaciji parametrov xr in yr	59
Slika 48: Značilne krivulje pri variaciji parametra $lpha$ pri VP1	60
Slika 49: Značilne krivulje pri variaciji parametra $lpha$ pri VP2	60
Slika 50: Primerjava odstopanj δi pri variaciji parametra $lpha$	61
Slika 51: Razpored količine vezane vode po globini vzorca. Primer VP1	63
Slika 52: Razpored količine vezane vode po globini vzorca. Primer VP2	63
Slika 53: Primerjava odstopanj pri variiranju parametrov – daljši primeri	64
Slika 54: Primerjava konvergence našega modela z originalnim [1]	65

KAZALO PREGLEDNIC

Tabela 1: Osnovne vloge lesnih celic [2]	5
Tabela 2: Orientacijske velikosti lesnih celic [2]	6
Tabela 3: Volumski delež osnovnih tipov celic pri iglavcih in listavcih [2]	7
Tabela 4: Razmerje posameznih vrst poliloz v lesnem tkivu [2]	18
Tabela 5: Primerjava razpona difuzijskih koeficientov [13];	25
Tabela 6: Koeficienti dinamične viskoznosti	28
Tabela 7: Koeficienti <i>Ci, j</i>	36
Tabela 8: Koeficienti <i>Ki, j</i>	37
Tabela 9: Vhodni podatki za analizo	47
Tabela 10: Vhodni parametri, uporabljeni v prvem koraku parametrične analize	52
Tabela 11: Odstopanja in računski časi značilnih krivulj pri variaciji parametrov xr in yr	59
Tabela 12: Odstopanja in računski časi značilnih krivulj pri variaciji parametra $lpha$	61
Tabela 13: Vhodni parametri uporabljeni v drugem koraku parametrične analize	62
Tabela 14: Optimalne vrednosti analiziranih parametrov	64

OKRAJŠAVE IN SIMBOLI / ABBREVIATIONS AND SYMBOLS

TNCS	Točka nasičenosti celičnih sten
KE	Končni element
МКЕ	Metoda končnih elementov

PDE Parcialna diferencialna enačba

»Ta stran je namenoma prazna«

»Ta stran je namenoma prazna«

1 UVOD

Les je naravni material z zelo dolgo tradicijo uporabe, saj najstarejši primeri uporabe lesa za gradnjo konstrukcij segajo že v obdobje kamene dobe. Tudi dandanes je les eden izmed pomembnejših gradbenih materialov. Še več, uporaba lesa v gradbeništvu se v zadnjih letih močno povečuje. K temu pomembno prispeva vedno večja uveljavljenost proizvodov iz kompozitnega lesa, kot so lamelirani lepljeni nosilci in križno lepljene plošče (CLT). Ti proizvodi predstavljajo resno alternativo betonu in jeklu pri gradnji eno in več stanovanjskih objektov, športnih objektov, proizvodnih hal, skladišč in podobnega. Poleg tega ima les v primerjavi z drugimi gradbenimi materiali številne prednosti. Kot naravni material je obnovljiv in biološko razgradljiv, hkrati pa je za njegovo pridobivanje in predelavo potrebne manj energije kot pri npr. jeklu in betonu. Zaradi dobrih mehanskih lastnosti in relativno nizke lastne teže nudijo dobro zasnovane lesene konstrukcije dobro odpornost na statične ter potresne obremenitve. Poleg tega ima les v primeru požara kljub svoji gorljivosti značilno dobro obnašanje. Z uporabo lesa za gradnjo vse večjih in zahtevnejših objektov je razumevanje njegovih mehanskih, termičnih in reoloških lastnosti vedno bolj pomembno. Les je porozen in higroskopen material. Kot tak je v svoji življenjski dobi uporabe običajno podvržen procesom sušenja in vlaženja, kar ima zelo pomemben vpliv na njegove mehanske lastnosti, trajnost, reološki odziv ter tudi na odziv med požarom. Zato je poznavanje procesov, ki se odvijajo v lesu med sušenjem in vlaženjem, ključnega pomena za ustrezno določitev odziva ter načrtovanje lesenih konstrukcij.

Temeljne podatke o lastnostih lesa pridobivamo z izvajanjem eksperimentov. Izvedba teh je navadno precej zahtevna, saj so procesi, ki se med vlaženjem in sušenjem odvijajo v lesu, močno povezani med seboj. Izolacija posameznih parametrov zato zahteva premišljeno zasnovo in natančno izvedbo eksperimentov. Ker se procesi v lesu pri sobni temperaturi odvijajo relativno počasi, je izvedba eksperimentov navadno tudi precej dolgotrajna. Poleg tega je za izvedbo pogosto potrebna tudi posebna eksperimentalna oprema. Vse našteto izvajanje eksperimentov močno otežuje. Dodatno težavo pri določanju splošnih materialnih lastnosti lesa povzroča tudi izjemna raznolikost lesnih tkiv. Ta se med drevesnimi vrstami močno razlikujejo. Na velik raztros pa pogosto naletimo tudi znotraj posamezne vrste in celo znotraj posameznega drevesa.

Zaradi vsega naštetega nam na področju raziskovalnih namenov ter praktične rabe dobro služi uporaba numeričnih modelov. V njih so fizikalni procesi opisani z enačbami za ohranjanje energije in mase. Numerične modele lahko uporabljamo za preučevanje odnosov med procesi, ki se med sušenjem in vlaženjem odvijajo v lesu (npr. načrtovanje procesov sušenja lesa v sušilnici). V kombinaciji z enačbami, ki opisujejo mehanski odziv konstrukcijskih elementov, pa lahko preučujemo tudi npr. reološki odziv in odziv konstrukcijskih elementov med požarom. Pred uporabo numeričnih modelov, je njihovo ustreznost potrebno potrditi oz. validirati. V ta namen se izvedejo validacijske študije, v katerih se rezultate numeričnega modela primerja z rezultati eksperimentov. Na podlagi teh študij je mogoče numerični model natančno umeriti in ugotoviti območje njegove uporabnosti. Kljub temu, da imajo eksperimentalne analize svoje pomanjkljivosti, so nepogrešljive pri razvoju numeričnih modelov. Za izdelavo vse natančnejših numeričnih modelov so namreč potrebne tudi vedno bolj natančne eksperimentalne raziskave, s katerimi pridobimo parametre in vhodne podatke za numerične modele. Od izdelanih numeričnih modelov pričakujemo, da bodo dajali natančne rezultate, da bo čas računa čim krajši ter da bo njihovo delovanje stabilno. To pomeni, da moramo v njih modelirati vse procese, ki utegnejo imeti pomemben vpliv na končne rezultate, pri čemer moramo uporabiti računske postopke in algoritme, ki bodo zagotovili hitro in stabilno delovanje izdelanih modelov.

Osrednja tema naloge je predstaviti nov numerični model za prenos toplote in vlage po lesu, pri čemer smo v model implementirali nov zapis funkcije za določanje hitrosti sorpcije vodne pare v vezano vodo in obratno. Parametre, ki določajo novo funkcijo, smo določili s parametrično analizo, ki je predstavljena v nalogi. Z uporabo nove funkcije smo želeli izboljšati konvergenco računa in s tem skrajšati računski čas. V nalogi smo rezultate našega modela primerjali z rezultati že uveljavljenega modela [1]. Vsi postopki optimizacije parametrične funkcije pa so bili izvedeni tako, da se novo razviti model lahko enostavno primerja tudi z eksperimentalnimi rezultati.

V prvih treh poglavjih magistrske naloge so predstavljene osnovne lastnosti lesa in vode, ki so pomembne za razumevanje procesov, ki se v lesu odvijajo med sušenjem oz. vlaženjem. Poudarjen je opis sorpcije, saj je modeliranje tega procesa osrednja tema naloge. V poglavjih 4 in 5 so predstavljeni transportni mehanizmi, s katerimi se vlaga premika po lesu, ter enačbe za opis povezanega prenosa toplote in vlage po porozni snovi. V zadnjem delu naloge je v poglavju 6 najprej predstavljen nov zapis funkcije, ki določa hitrost sorpcije. Nov zapis temelji na funkciji polinomskega vala. Funkcija je zapisana v parametrični obliki in jo določa pet neodvisnih parametrov ter predpis funkcije polinoma 3. stopnje. Nato so v poglavjih 7 in 8 prikazani še rezultati računskih analiz. Najprej so bile izvedene analize, s katerimi smo potrdili ustrezno delovanje našega modela. Nato je bila izvedena še parametrična analiza, s katero smo določili optimalne vrednosti parametrov, ki določajo novo funkcijo za določanje hitrost sorpcije. Analiza je bila izvedena tako, da smo rezultate našega modela primerjali z rezultati že uveljavljenega modela, ki so ga razvili na UL FGG, in sicer na Katedri za mehaniko (Pečenko [1]).

2 O LESU

2.1 Zgradba lesa

Les je trdna vlaknena snov, ki se nahaja pod skorjo debel dreves in grmov. Zgradba lesa je zelo dobro prilagojena funkcijam, ki jih opravlja. Primarne funkcije lesa so zagotavljanje mehanske opore rastlini, transport vode in mineralnih snovi iz korenin v višje ležeče dele rastline ter hramba hranilnih snovi [2]. Med evolucijo so se lesna tkiva prilagajala funkcijam, ki jih opravljajo. To je dobro vidno tako pri mehanskih kot tudi transportnih lastnostih. Trdnost lesa v vzdolžni smeri je tako v nategu kot v tlaku precej večja od trdnosti v prečnih smereh. Prav tako je prevodnost lesa za prenos vode in mineralnih snovi v vzdolžni smeri veliko večja kot v prečnih smereh. Poleg evolucije na strukturo lesenega tkiva vplivajo še naslednji elementi: pogoji rasti, kakovost rastišča, vrsta in sestava tal, preskrba z vodo, klimatske razmere, temperature, osončenost, vremenske ujme [2]. Zaradi vseh naštetih dejavnikov obstajajo znatne razlike v zgradbi lesnega tkiva med različnimi vrstami dreves, znotraj posamezne vrste ter tudi znotraj posameznega drevesa (v radialni smeri, znotraj letne prirasti ter po višini drevesa) [2]. Anatomsko zgradbo lesa navadno opazujemo na štirih nivojih: makroskopskem, mikroskopskem, submikroskopskem in makro-molekularnem.

Makroskopski nivo je viden s prostim očesom. Na prerezu drevesa lahko na ta način razločimo številne elemente (slika 1). Takoj pod skorjo, ki je sestavljena iz **lubja** in **ličja**, se nahaja **kambij**. To je sloj aktivno se delečih celic, ki navzven proizvajajo skorjo, navznoter pa les. Med kambijem in **strženom**, ki se nahaja v centru, je prerez razdeljen na več kolobarjev – branik. **Branika** je prirastek lesa, ki nastane v eni vegetacijski dobi. Sestavljata jo rani in kasni les. **Rani les** priraste v začetku vegetacijske dobe. Zanj so značilne celice s tankimi stenami in velikimi celičnimi lumni (odprtine znotraj celičnih sten). Ta les opravlja transportno funkcijo. Les, ki zraste proti koncu vegetacijskega obdobja, se imenuje **kasni les**. Zanj so značilne debele celične stene in manjši celični lumni. Opravlja mehansko funkcijo. Od razmerja med ranim in kasnim lesom so odvisne mehanske lastnosti lesa. Če je v branikah več ranega lesa, je gostota manjša in obratno, če je več kasnega lesa, je gostota lesa večja. Zunanje plasti drevesa opravljajo vlogo prevajanja vode; te plasti imenujemo **beljava**. Starejši deli prereza (tisti bližje središču) postopoma odmirajo in se spreminjajo v **jedrovino**. V tem delu prereza transport hranilnih snovi ne poteka več. Jedrovina je v primerjavi z beljavo bolj biološko odporna in manj higroskopna [2].



Slika 1: Prerez debla – makroskopska zgradba lesa [3]

Pod mikroskopom si lahko natančneje ogledamo lesna tkiva (slika 2, slika 3 in slika 4). Osnovno tkivo lesa je zgrajeno iz vlaknastih celic (vlaken), ki jih glede na evolucijski razvoj delimo na traheide in libriformska vlakna. Poleg teh so v osnovnem tkivu zastopane še traheje, trakovni in aksialni parenhim idr. Vsako izmed naštetih tkiv v lesu opravlja določeno funkcijo (tabela 1). Traheide so podolgovate celice, ki v živem drevesu opravljajo tako prevodno kot tudi mehansko funkcijo. Zanje so značilne odebeljene, z ligninom okrepljene celične stene. Dolge so od 2,5 do 5 mm, njihova širina pa je približno stokrat manjša (tabela 2). Traheide so med seboj povezane s piknjami, kar so neodebeljeni deli celičnih sten, ki omogočajo transport vode in mineralnih snovi med celicami. V pomladnem/ranem lesu so celične stene tanke in med seboj dobro povezane s številnimi piknjami, kar tkivu omogoča dobro prevodnost. Za lesno tkivo, ki zraste proti koncu sezone (kasni les), so značilne debele celične stene in majhno število piknjev ter s tem slabša prevodnost. Za libriformska vlakna je značilna redukcija obokanih piknjev ter manjši prerezi celičnih lumnov. Ta vlakna so slabo prevodna in so specializirana za opravljanje mehanske funkcije. Pri evolucijsko bolj naprednih rastlinah so se za transport vode in mineralnih snovi specializirale posebne vrste celic, ki jih imenujemo traheje. Le-te imajo večji premer celičnih odprtin kot traheide, med seboj pa so namesto s piknji povezane z dobro prevodnimi perforacijskimi ploščami, ki se tvorijo na obeh končnih celičnih stenah, kar trahejam omogoča boljšo prevodnost v primerjavi s traheidami. Parenhimske celice so namenjene skladiščni in deloma transportni funkciji. V lesu se parenhimske celice povezujejo v aksialni parenhim, ki poteka v osni smeri debla, ter trakovni parenhim, ki poteka v radialni smeri.





Tabela 1: Osnovne v	loge lesnih celic	[2]
---------------------	-------------------	-----

VLOGA	IGLAVCI	LISTAVCI
Mehanska	Traheide	Vlakna
Transportna	Traheide	Traheje
	Trakovne traheide	Trakovni parenhim
	Trakovni parenhim	
Skladiščna	Aksialni parenhim	Aksialni parenhim
	Trakovni parenhim	Trakovni parenhim
Izločalna	Epitelne celice	Epitelne celice

Vrsta celic	Premer lumnov	Debelina celičnih sten	Dolžina
	[µm]	[μm]	[mm]
Traheide	4-80	2,0-12,0	0,7-11,0
Traheje	10-500	1,6-10,0	0,1-2,0
Libriformska vlakna	5-50	2,0-7,0	0,1-7,0
Parenhim	5-100	2,0-5,0	0,02-0,2

Tabela 2: Orientacijske velikosti lesnih celic [2]

Deleži posameznih komponent osnovnega lesnega tkiva se med drevesnimi vrstami razlikujejo. Še posebej opazna pa je razlika med sestavo iglavcev in sestavo listavcev (tabela 3).

Iglavci so z evolucijskega vidika slabše razviti in so pretežno sestavljeni iz aksialno usmerjenih traheid (90–95 %), manjši del pa predstavljajo še **trakovna tkiva in smolni kanali** (5–10 %).

Listavci imajo delitev funkcij na višji razvojni ravni, zato je njihova sestava bolj raznolika. Transportno in mehansko funkcijo pri listavcih opravljata dve različni vrsti tkiv. Za prevodno skrbijo **traheje**, za katere so značilne tanke celične stene in večji radiji celičnih odprtin. Za vlakna, ki opravljajo mehansko funkcijo, pa so značilne debelejše in za vodo težje prehodne celične stene. Glede na razporejenost trahej listavce ločimo na venčasto porozne in raztreseno porozne (slika 3 in slika 4) [4].

	IGLAVCI [%]	LISTAVCI [%]	
	(min. – povp. – max.)	(min. – povp. – max.)	
Traheide	87 – 93 – 96	do 12	
Traheje	/	4 - 25 - 39	
Libriformska vlakna	0-1-2	35 – 75	
Trakovno tkovo	4 - 7 - 12	2 - 15 - 29	
Smolni kanali	0,4-1,1	/	

Tabela 3: Volumski delež osnovnih tipov celic pri iglavcih in listavcih [2]



Slika 3: Prečni prerez lesa iglavcev pod mikroskopom (leva slika) ter shematski prikaz prereza (desna slika) [4]



Slika 4: Prečni prerez lesa listavcev: venčasto porozni (slika levo zgoraj), raztreseno porozni (slika levo spodaj) ter 3D shema izseka (slika desno) [6]

Na **submikroskopski in molekularni ravni** vidimo, da je lesna celična stena v glavnem sestavljena iz kombinacije treh različnih polimernih komponent: celuloze (40–50 %), hemiceluloze (20–30 %) in lignina (25–30 %). Poleg naštetih se v lesu nahaja še do 10 % drugih snovi. Celuloza je naravni polimer, ki spada v skupino polisaharidov. Nastane s povezovanjem molekul glukoze v dolge verige, ki jih sestavlja od nekaj sto do več tisoč molekul. Celuloza predstavlja pomemben gradnik v vseh rastlinskih vrstah in je najpogostejši polimer na Zemlji. V naravi se navadno pojavlja v obliki dolgih verig, v katerih so molekule celuloze razporejene pretežno vzporedno druga drugi – v lesu to imenujemo mikrofibril. Če so celulozne verige v mikrofibrilu razporejene enakomerno, to imenujemo kristalna celuloza, če verige niso razporejene enakomerno, pa je to poznano pod pojmom amorfna celuloza. Razlikovanje med vrstama je pomembno, saj kristalna celuloza ni higroskopna, medtem ko amorfna je. Hemiceluloza je podobna celulozi, le da je zgrajena iz drugih molekul sladkorja. Hemiceluloza ima podobno higroskopnost kot amorfna celuloza, delež hemiceluloze v lesu ima vpliv na gostoto lesa, saj ima les z nizkim deležem hemiceluloze visoko gostoto. Lignin se po kemijski sestavi razlikuje od celuloze in hemiceluloze, njegova prisotnost daje celični steni trdnost ter odpornost proti kemični degradaciji.

Večina lignina se nahaja v prostorih med mikrofibrili, njegova količina pa se proti celičnemu lumnu zmanjšuje. Med preostale snovi, ki sestavljajo lesno maso, sodijo smole, soli in maščobe [2], [4]. Celična stena je sestavljena iz več slojev, ki se med seboj razlikujejo po debelini, razmerjih komponent, ki jih sestavljajo, ter usmeritvi vlaken [2].



Slika 5: Sloji celične stene. P – primarna celična stena, S1 – zunanji sloj sekundarne stene, S2 – srednji sloj sekundarne stene. ML – srednja lamela. [5]

2.2 Voda v lesu

Kot smo opisali v prejšnjem poglavju, poteka prevajanje vode v živem drevesu v zunanjih (mlajših) plasteh, ki sestavljajo beljavo. V teh plasteh so lesne celice popolnoma zasičene z vodo in tvorijo neprekinjene vodne stolpce od koreninskega sistema do krošnje. Celice s staranjem postopoma izgubljajo prevajalno funkcijo, voda v njih pa se delno ali v celoti zamenja s plini, med drugim tudi z vodno paro. Postopno izgubljanje prevajalne funkcije v beljavi se pojavi, ko se pomikamo od kambija proti strženu, vidno pa je kot manjšanje vlažnosti. Pri iglavcih se na meji med beljavo in jedrovino pojavi izrazita razlika v vlažnosti, medtem ko je padec vlažnosti pri listavcih veliko bolj enakomeren (slika 6). Vlažnost v neaktivnih celicah v živem drevesu nikoli ne pade pod točko nasičenja celičnih sten (TNCS), kar pomeni, da ima les v svojih celičnih stenah vezano maksimalno možno količino vode. Na količino vode v določenem delu drevesa poleg pozicije v radialni smeri vplivajo še številni drugi dejavniki, kot so vrsta lesa, čas sečnje, starost in velikost krošnje.



Slika 6: Spreminjanje vlažnosti lesa po globini pri različnih drevesnih vrstah [2]

Živi les vsebuje vodo v treh oblikah: prosto vodo, ki delno ali v celoti zapolnjuje celični lumen, vodno paro, ki se pojavlja v lumnih, ki niso v celoti zapolnjeni z vodo, ter vodo, ki je vezana v celično steno. Lastnosti vezane vode so zelo podobne lastnostim ledu. Molekule vode so v tem stanju namreč vezane na polimerne verige, ki sestavljajo celične stene lesa (celuloza, hemiceluloza, lignin) in se ne morejo prosto gibati. Če se želijo odcepiti od polimerne verige, morajo prejeti dodatno energijo, ki je potrebna za pretrganje vodikovih vezi, ki jih držijo vezane na polimer. Omenjen proces imenujemo desorpcija. V obratnem procesu, imenovanem absorpcija, se molekule vode vežejo na polimerno verigo. Ob vezavi molekul se sprosti enaka količina energije, kot je pri desorpciji potrebne za odcepitev. Omenjena procesa s skupnim imenom imenujemo sorpcija.

Na sliki 7 so prikazane relativne energijske stopnje vodne pare, tekoče vode, ledu in vezane vode, pri čemer je entalpija tekoče vode enaka 0 kJ/kg. Za uparitev mora molekula vode, ki je vezana na polimerno verigo, prejeti energijo $Q_v = Q_s + Q_0$. Pri tem je energija Q_s potrebna za odcepitev molekule iz polimerne verige. Vidimo lahko, da je Q_s odvisna od vlažnosti lesa. Nižja, kot je vlažnost, več energije mora prejeti molekula, da se lahko odcepi iz polimerne verige. Ko je vlažnost v lesu dovolj visoka, da je dosežena (ali presežena) TNCS, za odcepitev ni potrebno dovesti dodatne energije ($Q_s = 0$).



Slika 7: Relativne energijske (entalpijske) stopnje vodne pare, tekoče vode, ledu in vezane vode v lesu (povzeto po [3] in [12]).

Les, ki se uporablja za gradnjo konstrukcij, gre praviloma skozi postopke sušenja, med katerimi se mu vlažnost zniža pod TNCS, tako da v njem ob vgradnji in med življenjsko dobo konstrukcije ni proste vode. Poleg omenjenega se količina vodne pare v lumnih in vezane vode v celičnih stenah neprestano spreminja v odvisnosti od pogojev okolja. Običajno ima konstrukcijski les vlažnost med 8–15 %.

2.3 Modeliranje sušenja lesa

Po pregledu osnovnih lastnosti lesa lahko ugotovimo, da gre za heterogen, anizotropen material, ki je porozen in higroskopen. V njem se lahko voda pojavlja v štirih različnih pojavnih oblikah (fazah). Razmerja količin vode v posamezni fazi se neprestano spreminjajo v odvisnosti od pogojev okolja; predvsem od temperature in relativne vlažnosti. Medsebojna povezanost procesov, ki se v lesu dogajajo med sušenjem, predstavlja težavo pri izvajanju meritev materialnih lastnosti lesa, saj je pri tem izredno težko izolirati posamezne spremenljivke. Zaradi vsega naštetega je modeliranje sušenja/vlaženja lesa zelo kompleksna naloga. V nalogi je predstavljen model, v katerem je sušenje/vlaženje modelirano na makro nivoju. Izdelamo ga tako, da realno geometrijo poenostavimo in jo prikažemo kot homogeno, s povprečnimi materialnimi lastnostmi (slika 8). Te pa določimo z uporabo ustreznih zakonov fizike – zakonov o ohranjevanju mase in energije. Na podlagi tega razvijemo računski model, s katerim določimo razvoj spreminjanja temperature in vlage s časom po analiziranem elementu v odvisnosti od robnih in začetnih pogojev.



Slika 8: Poenostavitev geometrije za uporabo v računskem modelu

2.4 Voda

Voda je prav gotovo najpomembnejša spojina na Zemlji, je sestavni del večine živih organizmov, med drugim tudi dreves. Da bomo lahko raziskovali, kako se pod različnimi pogoji obnaša voda v lesu, moramo najprej spoznati nekaj osnovnih lastnosti vode same. Molekula vode je sestavljena iz atoma kisika, na katerega sta s kovalentnimi vezmi pripeta dva atoma vodika (slika 9). Pri tem kisiku ostane en prost elektronski par. Zaradi prostega elektronskega para nosi kisikov atom majhen negativni naboj, medtem ko sta vodikova atoma rahlo elektro pozitivna – pravimo, da je molekula vode polarna (ima pozitiven in negativen pol). Polarnost ima pomemben vpliv na fizikalne in kemijske lastnosti vode [7], [8].

2.4.1 Fizikalne lastnosti vode

Iz vsakdanjega življenja nam je znano, da se voda lahko nahaja v treh agregatnih stanjih, in sicer v trdnem, kapljevinskem in plinastem. Bolj splošno agregatna stanja imenujemo tudi energijska stanja ali faze. Za vsako fazo je značilen drugačen način interakcije molekul snovi med seboj in interakcije snovi z drugimi snovmi – zunanjim svetom. V trdnem stanju so molekule vode med seboj trdno povezane v kristalno strukturo. V tekočem stanju se molekule vode neurejeno gibajo po prostoru. Glavni razliki med kapljevinskim in plinastim stanjem sta povprečna razdalja med molekulami ter pojav, da tekočina v kapljevinskem stanju tvori gladino. V kapljevinskem stanju so si molekule vode dovolj blizu, da med njimi obstajajo znatne privlačnostne in odbojne sile, medtem ko so v plinastem stanju molekule med seboj oddaljene toliko, da medmolekularne sile nimajo pomembnega vpliva na njihovo gibanje (slika 10) [9]. Omenjene sile imajo zelo velik vpliv na obnašanje snovi. Med molekulami navadno delujejo van der Walsove privlačnostne sile, med molekulami vode pa se zaradi njihove polarne narave poleg van der Walsovih tvorijo še veliko močnejše vodikove vezi [7]. Vodikova vez je elektrostatska privlačnostna sila med vodikovim atomom, ki je s kovalentno vezjo pripojen na bolj elektro negativen atom ali skupino, predvsem dušik (N), kisik (O) in fluor (F) in drugim elektro negativnim atomom, ki ima prost elektronski par (slika 9). Vodikova vez se lahko vzpostavi med

različnimi molekulami (npr. med posameznimi molekulami vode) ali znotraj molekule (npr. vijačnici molekule DNK sta med seboj povezani z vodikovimi vezmi) (slika 9) [10].



Slika 9: Molekula vode z označenim pozitivnim in negativnim polom (zgoraj levo). Molekule vode, povezane z vodikovimi vezmi (zgoraj desno). Vodikove vezi znotraj molekule DNK (spodaj) [11]



Slika 10: Shematski prikaz molekul vode v različnih agregatnih stanjih (A – trdno stanje/led, B – tekoče stanje, C – plinasto stanje/vodna para)

Tvorjenje vodikovih vezi ima vpliv na številne lastnosti vode. Iz slike 11 je razvidno, da imajo voda (H₂O), vodikov fluorid (HF) ter amoniak (NH₃) zaradi sposobnosti tvorjenja vodikovih vezi glede na svojo molsko maso nenavadno visoko vrelišče. Če omenjene tri snovi ne bi tvorile vodikovih vezi, bi pričakovali, da bi bila temperatura vrelišča bližje metanovi (CH₄), saj ima ta podobno molsko maso, s to razliko, da se njegove molekule med seboj ne povezujejo z vodikovimi vezmi [7]. Mnoge lastnosti organskih snovi so posledica sil, ki se ustvarjajo med posameznimi molekulami. Ena izmed posledic so tudi sorpcijske lastnosti lesa, o katerih bomo govorili v nadaljevanju naloge.



Slika 11: Vrelišča hidridov glede na molsko maso [7]

2.4.2 Prehod med fazami, relativna vlažnost

Agregatno stanje vode je odvisno od temperature in pritiska, kateremu je izpostavljena. Omenjena razmerja lahko nazorno prikažemo v faznem diagramu vode (slika 12). Diagram kaže, da se voda pri temperaturi 273 K in tlaku 613 Pa nahaja v vseh treh agregatnih stanjih. To točko imenujemo tudi trojna točka vode. Pri 647 K in tlaku 22 MPa doseže voda kritično temperaturo, od koder naprej ni več razlike med kapljevinskim in plinastim stanjem. Pri tlakih okoli 100 kPa (1 bar) in temperaturah med 273 in 373 K se večina vode nahaja v kapljevinskem agregatnem stanju, manjši del pa tudi v plinastem. Pri tej temperaturi in tlaku večina vodnih molekul nima dovolj energije, da bi lahko premagale privlačne sile (vodikove vezi), ki jih držijo povezane z drugimi molekulami vode (slika 13). Temperatura snovi je namreč sorazmerna povprečni kinetični energiji molekul. Slednja pa je pri določeni temperaturi razporejena v skladu z Boltzmanovo porazdelitvijo (slika 14).



Slika 12 : Fazni diagram vode. TT – trojna točka, KT – kritična točka [12]

Na sliki 14 lahko vidimo shematsko primerjavo števila molekul, ki ima pri temperaturah T_1 in T_2 energijo, večjo od *E*. Pri tem energija *E* predstavlja količino energije, ki je potrebna, da molekula na površini kapljevine pretrga vodikove vezi, ki jih tvori s sosednjimi molekulami, in se oddalji od površine. Odcepljene molekule (enako kot druge molekule plinov) ob trku z raznimi površinami nanje vršijo pritisk/tlak, znan pod pojmom parni tlak. Z višanjem povprečne temperature kapljevine se viša tudi število molekul, ki imajo zadostno energijo, da kapljevino zapustijo, s tem pa se viša tudi parni tlak (slika 13) [9].

Ko temperaturo kapljevine povečujemo do točke, da je parni tlak tekočine enak zunanjemu tlaku, dosežemo temperaturo vrelišča. Pri tej temperaturi se vsa dodatna energija, ki jo dovedemo v

kapljevino, porabi za trganje vodikovih vezi med molekulami vode oziroma za spremembo agregatnega stanja vode iz kapljevinskega v plinasto. Energijo, ki jo za to potrebujemo, imenujemo izparilna toplota. Ko se vsa tekočina nahaja v plinastem agregatnem stanju, se dodatna energija, ki jo dovajamo, nalaga v obliki povečanja kinetične energije molekul plina. To se navzven kaže kot višanje temperature plina.



Slika 13: Sprememba faze na gladini vode [13]



Slika 14: Boltzmanova porazdelitev energije molekul pri temperaturi T_1 in T_2 [14]

Če v zaprti posodi, ki je delno napolnjena s kapljevino, dovolj dolgo ohranjamo konstantno temperaturo, se v njej vzpostavi ravnovesno stanje. Gre za stanje, pri katerem število molekul vodne pare v zraku nad kapljevino ostaja konstantno, kar pomeni, da ostaja konstanten tudi parni tlak. Ta parni tlak imenujemo ravnotežni ali nasičen parni tlak. Tako kot delni tlak je tudi ravnotežni parni tlak odvisen od temperature. Višja kot je temperatura, več molekul vodne pare se lahko v ravnovesnem stanju zadržuje v zraku nad kapljevino. Običajno temu rečemo, da je zrak pri višji temperaturi sposoben sprejeti več vodne pare (slika 15).



Slika 15: Ravnotežni parni tlak pri različnih temperaturah

3 SORPCIJA

3.1 Sorpcija v lesu

Zaradi svoje higroskopne narave lahko les nase veže molekule vode iz vlažnega zraka, ki se nahaja v celičnih lumnih. Voda se na površino celičnih sten veže s tvorjenjem vodikovih vezi. Pri nižjih vlažnostih vodikove vezi nastajajo med hidroksilnimi skupinami poliloz in vodo, pri višjih vlažnostih pa vodikove vezi tvorijo tudi molekule vode med seboj [2]. Količina vode, ki se lahko veže na polimerne verige, ki sestavljajo celično steno, je odvisna od števila sorpcijskih mest, na katera se lahko vežejo molekule vode. Na verigah različnih poliloz, ki sestavljajo celično steno, je na voljo različno število sorpcijskih mest. To pomeni, da so verige poliloz različno higroskopne. Največ vode lahko vežejo hemiceluloze, sledita celuloza in lignin. Kljub temu, da so hemiceluloze najbolj higroskopne, k celotni sorpciji zaradi največjega deleža v lesnem tkivu največ prispeva celuloza (tabela 4). Poleg same zgradbe celične stene je za sorpcijo pomembna tudi mikroskopska sestava lesa, bolj natančno velikost notranje površine – večja kot je, več je sorpcijskih mest [2].

		% v	% v lesu	
♦ ost				vežejo
udo		Iglavci	Listavci	
osk	Hemiceluloze	27 ± 2	30 ± 2	37
Higi	Celuloza	42 ± 2	45 ± 2	47
	Lignin	28 ± 2	20 ± 2	16

Tabela 4: Razmerje posameznih vrst poliloz v lesnem tkivu [2]

V živem lesu so ves čas zapolnjena vsa sorpcijska mesta – celične stene so v stanju zasičenosti, pri sušenem lesu pa je stopnja zapolnjenosti sorpcijskih mest ali z drugimi besedami vlažnost lesa odvisna od relativne vlažnosti zraka h. Ker se ta v splošnem ves čas spreminja, se neprestano spreminja tudi količina vezane vode v celičnih stenah. Če ostane relativna vlažnost zraka dovolj časa konstantna, se ustali tudi vlažnost lesa. To vlažnost imenujemo ravnovesna vlažnost lesa $c_{bl}(h)$. Če je relativna vlažnost zraka tolikšna, da je ravnovesna vlažnost lesa $c_{bl}(h)$ višja od dejanske vlažnosti lesa c_b , bodo celične stene v procesu adsorpcije vezale vodo iz zraka (enačba (3.1)). Velja tudi obratno: če je relativna vlažnost zraka tolikšna, da je ravnovesna vlažnost lesa nižja od dejanske vlažnosti, bodo celične stene v procesu desorpcije izločale vezano vodo v okoliški zrak (enačba (3.2)).

$$c_{bl}(h) > c_b \rightarrow \text{adsorpcija}$$
 (3.1)

$$c_{bl}(h) < c_b \rightarrow \text{desorpcija}$$
 (3.2)

Povezavo med relativno vlažnostjo zraka in ravnotežno vlažnostjo lesa pri konstantni temperaturi opišemo s sorpcijskimi izotermami (slika 16). Pri lesu je zanje značilno, da adsorpcija in desorpcija ne potekata po isti krivulji, pač pa obe krivulji skupaj oblikujeta histerezno zanko. Razlog za takšno obnašanje leži v strukturi celičnih sten. Med procesom desorpcije polimerne verige, ki sestavljajo
celično steno, oddajajo molekule vode, zaradi česar se sproščajo sorpcijska mesta. Ker ob tem prihaja tudi do krčenja celične stene, se verige toliko približajo druga drugi, da lahko med seboj tvorijo vodikove vezi, s katerimi se delno zapolnijo sorpcijska mesta. Ponovna adsorpcija vode nato povzroči nabrekanje lesa, kar vodi do trganja vodikovih vezi med polimernimi verigami, ki sestavljajo celično steno, zaradi česar postane na voljo še več mest, kamor se lahko veže voda. Proces trganja poteka postopoma, zato niso vsa sorpcijska mesta takoj v stanju za vezanje vode. Zaradi tega les pri določeni relativni vlažnosti zraka vsebuje med adsorpcijo manj vode kot med desorpcijo [15]. Histerezno obnašanje se z višanjem temperature manjša (slika 17). Pri višjih temperaturah začnejo vezi med sosednjimi celuloznimi molekulami slabiti, zato se razlike med adsorpcijo in desorpcijo z višanjem temperature okoli 70°C pa razlik praktično več ni ([2], [4]).



Slika 17: Zmanjševanje razlike med adsorpcijsko in desorpcijsko krivuljo s povečevanjem temperature [2]

3.2 Matematični opis sorpcije

Pri modeliranju naravnih procesov želimo s čim enostavnejšim modelom priti do kar se da točnih rezultatov, zato je pomembno, da v model vključimo vse bistvene procese in zanemarimo tiste, ki na

končni rezultat nimajo pomembnega vpliva. Kot bo opisano v nadaljevanju, poteka v lesu med vlaženjem in sušenjem več vzporednih procesov: difuzija vodne pare po celičnih lumnih, difuzija vezane vode po celičnih stenah ter sorpcija. Katere zgoraj omenjene procese je treba zajeti za dovolj natančno modeliranje, je odvisno od razmerij njihovih hitrosti. Ko primerjamo hitrost difuzije vodne pare po celičnih lumnih s hitrostjo sorpcije, ločimo dva značilna primera:

- Kadar je upor na prenos vlage po lesu velik in se relativna vlažnost v lumnih z velikim zamikom prilagaja spremembi relativne vlažnosti v okolici, je hitrost vlaženja/sušenja v veliki meri odvisna od hitrost gibanja vodne pare in zraka po globini lesa.
- Kadar je upor na prenos vlage po lesu majhen, se relativna vlažnost po globini lesa relativno hitro prilagodi spremembi RH v okolici. Takrat je hitrost procesa navlaževanja/sušenja odvisna od hitrosti sorpiranja molekul vode v celično steno.

V prvem primeru lahko proces modeliramo po Fickovem zakonu, in sicer z uporabo ene diferencialne enačbe. Pri tem pa predpostavimo, da se količina vode, ki je vezana v celični steni, v trenutku prilagodi spremembi relativne vlažnosti v celičnih lumnih ([16], [17]). V drugem primeru pa je potrebno prenos vezane vode in prenos vodne pare modelirati kot dva ločena procesa, povezana s spremembo faze tj. časovno odvisno sorpcijo [16].

S pomočjo eksperimentov je bilo dokazano, da pri lesu, ki se nahaja v območju visokih relativnih vlažnosti, predpostavka o hipni prilagoditvi količine vezane vode relativni vlagi v celičnih lumnih, pogosto ne drži [16]. Na sliki 18 so prikazani rezultati eksperimenta, opisanega v [18]. Prikazan je delež povečanja mase pri vlaženju lesenih vzorcev dolžin 13,4 mm in 22,8 mm iz relativne vlažnosti 0,54 na 0,75 (leva slika) ter iz 0,75 na 0,84 (desna slika). Na horizontalni osi je prikazan korenski čas, normiran z dolžino vzorca. Na slikah lahko vidimo, da se krivulji, ki predstavljata delež povečanja mase za vzorca različnih dolžin, ne prekrivata, kar kaže na to, da vlaženje vzorcev ni potekalo »v skladu s Fickovim zakonom«. Poleg tega je razvidno, da je bil fenomen bolj izrazit pri vlaženju iz relativne vlažnosti 0,75 na 0,84 (desna slika). Predvideva se, da je za takšno obnašanje kriva upočasnitev sorpcije pri visokih relativnih vlažnostih [18].





Model sorpcije

Na podlagi zgornjih ugotovitev bi moral model, s katerim bi opisali sorpcijo, upoštevati, da izmenjavo vlage med lesom in okolico poganja neravnovesje med relativno vlago zraka h in količino vlage v lesu c_b . Če želimo količini neposredno primerjati, moramo obe komponenti zapisati z isto količino. V našem primeru smo se odločili, da na podlagi relativne vlažnosti h ter ob upoštevanju sorpcijske izoterme določimo ravnovesno vlažnost lesa c_{bl} in nato to neposredno primerjamo z dejansko vlažnostjo lesa c_b .

Ko se razmerje med c_b in c_{bl} približa ravnovesnemu stanju, hitrost sorpcije močno upade, točna točka razmerja $\frac{c_b}{c_{bl}}$, pri katerem se zgodi upad, pa je odvisna od h. Pri višjih h se upad zgodi prej. V [17] je za opis sorpcije predlagana naslednja oblika osnovne enačbe.

$$\dot{c} = H\left(\frac{c_b}{c_{bl}}, h, T\right)(c_b - c_{bl})$$
(3.3)

Pri tem se s funkcijo *H* uravnava hitrost sorpcije pri različnih pogojih okolja. Funkcija je odvisna od razmerja $\frac{c_b}{c_{bl}}$, relativne vlažnosti *h* ter posredno, s sorpcijskimi izotermami, tudi od temperature *T*. Zapis funkcije *H*, podan v enačbi (3.4), temelji na zapisu, ki je podan v [17] in natančneje razčlenjen v [16].

$$H = C_1 \exp\left(-C_2(h) * \left(\frac{c_b}{c_{bl}}\right)^{C_3}\right) + C_4$$
(3.4)

Koeficienti C_1 do C_4 se določijo eksperimentalno. Ugotovljeno je bilo, da mora biti C_2 odvisen od vsebnosti vlage (enačba (3.5)), ostali koeficienti pa so za posamezno vrsto lesa konstantni ([16], [17]). S C_2 je določeno, pri kateri vrednost se H v zelo kratkem intervalu zmanjša iz C_1 na C_4 . Na spodnji sliki je prikazano, kako se v odvisnosti od C_2 spreminja oblika funkcije H.

$$C_2 = C_{21} \exp(C_{22}h) \tag{3.5}$$



Slika 19: Vpliv spremenljivke C_2 na obliko krivulje H [1]

Vrednost c_{bl} lahko določimo na podlagi relativne vlažnosti iz Anderson-McCharyjevih sorpcijskih izoterm, ki sta podani z enačbama (3.6) in (3.7) [1].

$$m_{\alpha} = -\frac{ln\left(ln\left(\frac{1}{h}\right)\right)\frac{1}{f_{1}^{\alpha}}}{f_{2}^{\alpha}}$$
(3.6)

$$f_i^{\alpha} = \sum_{j=0}^{n} b_{i,j}^{\alpha} T^j$$
(3.7)

S faktorjema f_1^{α} in f_2^{α} zajamemo vpliv temperature na obliko sorpcijske krivulje.

Z enačbami (3.3) do (3.7) smo opisali proces adsorpcije, ki je le eden izmed dveh procesov, ki ju s skupnim imenom imenujemo sorpcija. Drugi del predstavlja proces zmanjševanja količine vezane vode, kar se imenuje desorpcija. Meritve, ki so jih opravili v [19], kažejo, da lahko desorpcijski del funkcije dobimo enostavno s preslikavo zgoraj opisane funkcije *H* čez ravnotežno ravnino ($c_b/c_{bl} = 1$). Tako dobimo končno obliko funkcije, s katero opišemo hitrost sorpcije $H_{c,orig}$ (enačba (3.8)).

$$H_{c,\text{orig}} = \begin{cases} C_1 \exp\left(-C_2 \left(\frac{c_{bl}}{c}\right)^{C_3}\right) + C_4, & c_b \ge c_{bl} \\ C_1 \exp\left(-C_2 \left(2 - \frac{c_{bl}}{c}\right)^{C_3}\right) + C_4, & c_b < c_{bl} \end{cases}$$
(3.8)

$$\dot{c} = H_c(c_{bl} - c_b) \tag{3.9}$$

Na sliki 20 so vidne glavne značilnosti funkcije $H_{c,orig}$ (enačba (3.8)). Ko se vlažnost lesa c_b približuje ravnovesni vlažnosti c_{bl} , se na neki točki zgodi hiter upad velikosti $H_{c,orig}$. Točka, na kateri pride do upada, je odvisna od relativne vlažnosti zraka h. Pri visokih h se upad zgodi prej kot pri nizkih. Pri relativnih vlažnostih, kjer je h < 0.5, pa do upada H_c in do upočasnitve sorpcije sploh ne pride.



Slika 20: Graf funkcije $H_{c,orig}$

4 TRANSPORTNI MEHANIZMI

4.1 Splošno

Snovi se po lesu premikajo s pomočjo različnih mehanizmov. Gibanje plina (vodne pare in zraka) po celičnih lumnih poganja razlika v koncentraciji snovi (difuzija) ter razlika v tlakih. Gibanje vezane vode po celični steni je prav tako posledica difuzije zaradi razlike v koncentraciji snovi, poleg tega pa gibanje povzroča še en proces, imenovan termo-difuzija ali Soretov efekt.

Pri modeliranju omenjenih procesov smo predpostavili idealno obnašanje plinov, kar nam je omogočilo uporabo plinske enačbe (4.1). V njej je P tlak plina, V volumen posode, n količina snovi v plinu v molih, R plinska konstanta in T temperatura v kelvinih. Pri uporabi omenjene predpostavke moramo biti nekoliko pazljivi, saj ne velja pri vseh pogojih okolja in za vse vrste molekul. Model ni natančen pri nižjih temperaturah, visokih tlakih in kadar obravnavan plin sestavljajo težje molekule. Pri atmosferskih pogojih lahko mešanico vodne pare in suhega zraka obravnavamo kot idealen plin [9].

$$PV = nRT \tag{4.1}$$

Poleg tega smo uporabili še Daltonov zakon o seštevanju pritiskov, po katerem je skupen tlak plinske mešanice P enak vsoti delnih tlakov P_i posameznih plinov, ki sestavljajo plinsko mešanico (4.2) [3].

$$P = \sum P_i \tag{4.2}$$

4.2 Difuzija vodne pare in zraka

Predstavljajmo si, da imamo posodo, ki je na sredini razpolovljena z neprepustno membrano. Ena stran posode je napolnjena z dušikom (N₂), druga stran pa z mešanico, ki vsebuje 21 % kisika (O₂) in 79 % dušika (N₂). Temperatura in tlak sta po celi posodi enaka. Ko membrano odstranimo, se pričneta vsebini z obeh strani mešati in čez čas so molekule N₂ in O₂ po celotni posodi razporejene enakomerno (slika 21). Da pojasnimo fenomen, si na sredini posode predstavljajmo navidezno mejo. Molekule se po posodi gibljejo naključno. Po odstranitvi pregrade tako obstaja polovična možnost, da molekule iz ene strani prestopijo na drugo stran navidezne meje. Ker je koncentracija molekul O₂ na levi strani navidezne meje večja kot na desni, bo več molekul O₂ prestopilo z leve strani na desno kot z desne na levo, zato bo neto tok molekul O₂ potekal iz leve proti desni. Podobno lahko trdimo za molekule N₂. Ker je na desni strani navidezne meje večja koncentracija molekul N₂, bo več molekul prestopilo mejo z desne proti levi kot v obratni smeri, zato bo neto tok molekul N₂ tekel od desne proti levi.



Na levi polovici: -večja koncentracija O₂ -manjša koncentracija N₂ Slika 21: Difuzija zaradi razlik v koncentraciji plina [13]

Na hitrost difuzije v glavnem vplivajo tri lastnosti snovi. Prva izmed teh je temperatura snovi. Pri višji temperaturi imajo namreč molekule v snovi višjo povprečno kinetično energijo, kar pomeni, da se premikajo z višjo hitrostjo, zaradi česar je proces difuzije hitrejši. Druga pomembna lastnost je velikost molekul snovi, ki se mešajo. Molekule med svojim gibanjem neprestano trkajo druga ob drugo. Če potekajo trki med podobno velikimi molekulami, to na difuzijo nima posebnega vpliva. Drugače pa je, če se mešata snovi z različno velikimi molekulami. V tem primeru hitrost difuzije narekuje snov s težjimi molekulami. Tretja pomembna lastnost je razmak med molekulami. Večji kot je, hitrejša je difuzija. Ta je tako najhitrejša v plinih, nekoliko počasnejša v kapljevinah in najpočasnejša v trdninah (tabela 5) [13].

	Skupina snovi	Razpon vrednosti difuzijskega	
		koeficienta [m ² /s]	
	Plini	10^{-5} do 10^{-4}	
	Raztopine	10^{-10} do 10^{-9}	
	Trdnine	10^{-10} do 10^{-25}	

Tabela 5: Primerjava razpona difuzijskih koeficientov [13];

4.2.1 Matematični opis difuzije

Če koncentracijo snovi A v poljubni točki zapišemo kot funkcijo ρ spremenljivke x, $\rho_A(x)$, potem tangenta na to krivuljo v točki x_i predstavlja gradient koncentracije $\frac{d\rho_A}{dx}(x_i)$ v točki x_i v smeri x (slika 22) [13]. Na podlagi opazovanj vemo, da je v stacionarnem mediju hitrost difuzije v opazovani smeri proporcionalna gradientu koncentracije.



Slika 22: Gradient koncentracije snovi [13]

Hitrost difuzije pa ni odvisna le od gradienta koncentracije, pač pa tudi od lastnosti snovi, temperature, tlaka in drugih parametrov. Te vplive navadno zajamemo v difuzijskem koeficientu D_A . Vse količine skupaj povežemo v enačbi za hitrost masne difuzije m_{dif} (enačba (4.3)). V njej je D_A difuzijski koeficient, S je površina pravokotna na smer gibanja mase, $\frac{d\rho_A}{dx}$ je gradient koncentracije snovi A v smeri x. Negativni predznak k enačbi pripišemo, ker je smer gradienta definirana v smeri naraščanja koncentracije, masni tok pa poteka ravno v obratni smeri.

$$m_{\rm dif} = -D_A S \frac{d\rho_A}{dx} \tag{4.3}$$

V nadaljevanju nam bo bolj koristilo, če hitrost masnega pretoka m_{dif} normiramo s presekom S, skozi katerega se snov pretaka, s čimer dobimo enačbo masnega pretoka $J_{dif,A}$ (enačba (4.4)). Omenjeno enačbo imenujemo tudi Fickov difuzijski zakon.

$$J_{\text{dif},A} = -D_A \frac{d\rho_A}{dx} \tag{4.4}$$

Difuzijski koeficienti so v glavnem določeni eksperimentalno. Z višanjem temperature se povečujejo. Kakor prikazujemo v nadaljevanju, ima v našem modelu pomembno vlogo difuzijski koeficient za difuzijo vodne pare v zrak, ki je povzet po [13] in ga prikazujemo spodaj (enačba (4.5)).

$$D_{w-a} = 1.87 * 10^{-10} \frac{T^{2,072}}{p}$$

$$280 \text{ K} < T < 480 \text{ K}, p \text{ v atmosferah}$$
(4.5)

4.3 Konvekcija vodne pare in zraka

Poleg razlike v koncentraciji pa gibanje plinov po lesnih celičnih lumnih poganja še en mehanizem tj. razlika tlakov. V lesu se z višanjem temperature sušenja veča prehajanje vezane vode v vodno paro (desorpcija). Ker je izločanje zraka in vodne pare iz notranjost lesa oteženo zaradi relativno majhne permeabilnosti lesenega tkiva, nastane v celičnih lumnih nadtlak, ki poganja plin v smeri proti manjšemu tlaku. Ta proces matematično najlažje opišemo tako, da les obravnavamo kot porozen material. V tem primeru lahko tok tekočine opišemo z uporabo Darcyjevega zakona.

Le-ta predstavlja hitrost pretoka skozi porozen medij s permeabilnostjo k pri dinamični viskoznosti tekočine μ , ki ga na razdalji L poganja razlika tlakov $p_b - p_a$. Omenjena zveza velja v primerih, ko se faza tekočine na razdalji L ne spremeni [20].

$$Q = -k \frac{A(p_b - p_a)\rho}{\mu L}$$
(4.6)

Za uporabo pri modeliranju toka je bolj uporabna nekoliko spremenjena oblika zgornje enačbe. Če obe strani enačbe delimo s prerezom A, dobimo masni pretok q:

$$q = -\frac{k \,\Delta P \,\rho_g}{\mu} \tag{4.7}$$

4.3.1 Viskoznost

Viskoznost je mera odpornosti tekočine na postopno deformacijo zaradi strižnih in nateznih napetosti. Zelo je pomembna, ko analiziramo obnašanje toka tekočine v bližini trdne meje. Strižni odpor nastane zaradi trenja med molekulami, ko skušajo plasti tekočine drseti ena ob drugi. Poznamo več vrst viskoznosti. Za nas je pomembna dinamična ali absolutna viskoznost. Dinamična viskoznost τ je tangencialna sila na enoto površine (napetost), ki je potrebna za premik ene horizontalne ravnine glede na drugo s hitrostjo dc, pri čemer sta ravnini med seboj oddaljeni za dy. Koeficient dinamične viskoznosti μ (enačba (4.8)) je proporcionalni faktor med strižnim razmerjem $Y = \frac{dc}{dy}$ in tangencialno napetostjo τ (slika 23) [20], [21].



Slika 23: Dinamična viskoznost [21]

V lesu poteka prenos snovi po celičnih lumnih z relativno majhnim premerom. Ko skušamo določiti povprečno hitrost gibanja plina po lumnih, je pomembno, da upoštevamo zmanjšanje hitrosti tekočine v bližini sten.

Tabela 6: Koeficienti dinamične viskoznosti

Snov	Koeficient dinamične	
	viskoznosti [N s/m²]	
Zrak	1,983*10 ⁻⁵	
Voda	10 ⁻³	
Olivno olje	10-1	
Tekoč med	10	

4.4 Gibanje vode po celični steni

Del vode se v lesu nahaja v obliki vezane vode. To je voda, ki je z vodikovimi vezmi vezana na verige polimerov, ki sestavljajo celično steno. Molekule vode se nanje vežejo na sorpcijskih mestih. Na eno sorpcijsko mesto je lahko vezana ena ali več molekul vode; to je odvisno od vlažnosti lesa. Gibanje vode po celični steni lahko pojasnimo s pomočjo enostavnega modela (slika 24).

Iz celične stene »izrežimo« majhen delec. Na njem v izotermičnih pogojih opazujemo pet sosednjih sorpcijskih mest. Opazovana sorpcijska mesta se med seboj razlikujejo po številu molekul vode, ki so vezane na posamezno mesto (glej sliko 24). V skrajno levem delu je vezanih najmanj molekul vode. To pomeni, da je vlažnost tam najnižja. Ko se pomikamo proti desni, je na vsako naslednje sorpcijsko mesto vezanih več molekul kot na sosednjem mestu na levi. Skrajno desno sorpcijsko mesto ima vezano največje mogoče število molekul vode, kar pomeni, da je v tem delu dosežena točka nasičenja celičnih sten (TNCS). Za potrebe razlage predpostavimo še, da se razmerje med številom vezanih molekul in največjim možnim številom vezanih molekul od leve proti desni povečuje linearno od 0 do 1.

Molekule, vezane na sorpcijska mesta, oscilirajo okoli svoje ravnovesne lege. Za odcepitev od tega mesta morajo prejeti aktivacijsko energijo $H_a - H_s$. Energija, potrebna za aktivacijo molekul vode, se z zmanjševanjem vlažnosti povečuje. Na podlagi opazovanj je bilo ugotovljeno, da je hitrost gibanja pri istem gradientu koncentracije višja pri višjih vlažnostih, iz česar sklepamo, da je za pretrganje vodikove vezi pri višjih vlažnostih potrebne manj energije. Če prejme molekula na mestu C dovolj energije za preskok med sorpcijskimi mesti, je verjetnost, da bo preskočila na mesto B, enaka verjetnosti, da bo preskočila na mesto D. Kljub temu poteka difuzija vezane vode iz predelov z višjo vlažnostjo k predelom z nižjo. Smer toka je namreč posledica tega, da je energijska bariera za skok z mesta C nižja kot za skok z mesta B, kar pomeni, da obstaja za molekule, ki so vezane na mestu C, večja verjetnost, da bodo prejele dovolj energije za preskok kot pa molekule, ki so vezane na mestu B ([9], [19]).



Slika 24: Model gibanja molekul vode po celični steni zaradi razlike v koncentraciji vezane vode [9]

Tok molekul po določenem času povzroči, da se vzpostavi ravnotežno stanje – vsebnost vlage je po celotnem obravnavanem telesu enaka. Skakanje molekul iz enega sorpcijskega mesta na drugega se pri tem ne bo ustavilo, pač pa bo potekalo enakomerno v vse smeri, zato toka vezane vode na makro nivoju ne bo zaznati [9].

Na podlagi zgoraj opisanega fenomena lahko izpeljemo enačbe, ki jih bomo kasneje uporabili pri pripravi matematičnega modela. Če se hočejo molekule vode odcepiti iz sorpcijskega mesta, morajo prejeti zadostno količino kinetične energije. Verjetnost, da se bo to zgodilo P_B , je podana z Boltzmanovo porazdelitvijo, ki je zapisana spodaj.

$$P_B = \exp\left(-\frac{e_b}{k_B T}\right) \tag{4.9}$$

Pri tem je T temperatura v kelvinih, k_B je Boltzmanova konstanta, e_b pa energija, ki jo molekula potrebuje za pretrganje vodikove vezi s sorpcijskim mestom s tako imenovano aktivacijo. Število

aktiviranih molekul \tilde{n}^A lahko z enačbo (4.10) določimo s pomočjo verjetnosti P_B in skupnega števila molekul, vezanih na sorpcijsko mesto n^A .

$$\tilde{n}^A = n^A P_B \tag{4.10}$$

Število molekul, ki vsako sekundo zapustijo sorpcijsko mesto j_b^A , je zapisano v enačbi (4.11). Pri tem je f frekvenca oscilacij molekul okoli ravnotežne lege.

$$j_b^A = \tilde{n}^A f \tag{4.11}$$

Neto izmenjava molekul med mestoma A in B je tako:

$$j_b^{A \to B} = -(n_b^B - n_b^A) f P_d$$
(4.12)

Pri tem je P_d verjetnost, da se molekula premakne v posamezno smer. Če predpostavimo, da so sorpcijska mesta razporejena v mreži, potem se lahko aktivirana molekula vode v izotropnem materialu, ki se nahaja v tridimenzionalnem prostoru, premakne v šest različnih smeri, torej velja $P_d = \frac{1}{c}$ [19].

Povprečni kontinuitetni opis

Zgoraj smo se osredotočili na izmenjevanje molekul med dvema sorpcijskima mestoma. Za uporabo v matematičnem modelu, ki ga želimo zgraditi, pa moramo iz molekularnega opisa preiti na povprečen opis materialnih lastnosti znotraj majhnega volumna, kot je to v navadi pri kontinuitetnih enačbah. Če opazujemo majhen volumen dimenzij x_0A_0 , se znotraj njega nahaja določeno število sorpcijskih mest. Na vsako izmed njih je v povprečju vezanih n_b molekul vode. Koncentracijo vezane vode c_b znotraj volumna x_0A_0 lahko določimo z uporabo enačbe (4.13).

$$c_b = \frac{n_b N_A M_{H_2 O}}{x_0 A_0} \tag{4.13}$$

Pri tem je N_A Avogadrovo število, ki znaša 6,0221 × 10²³ $\frac{\text{kg}}{\text{mol}}$, in M_{H_2O} molska masa vode, ki znaša 18 $\frac{\text{g}}{\text{mol}}$.

Podobno lahko iz enačbe (4.9) izrazimo verjetnost, da bo znotraj volumna presežena aktivacijska energija kot:

$$P = \exp\left(\frac{N_A e_b}{N_A k_b T}\right) = \exp\left(\frac{E_b}{R T}\right)$$
(4.14)

Pri tem je $E_b = N_A e_b \left[\frac{J}{\text{mol}}\right]$, R pa je univerzalna plinska konstanta in znaša 8,314 $\left[\frac{J}{\text{mol }K}\right]$. Če v enačbi (4.13) izpostavimo n_b in to vnesemo v enačbo (4.10), dobimo koncentracijo aktiviranih molekul vezane vode \tilde{c}_b (enačba (4.15)).

$$\tilde{c}_b = c_b \exp\left(-\frac{E_b}{R\,T}\right) \tag{4.15}$$

Če želimo na podlagi enačbe (4.15) izračunati, kakšna koncentracija vodnih molekul bo aktivirana, v enačbo vstavimo trenutno temperaturo T v kelvinih ter energijo, ki je pri dani vlažnosti potrebna za pretrganje vodikove vezi na sorpcijskem mestu. To energijo izračunamo z enačbo (4.16) [9].

$$E_b = (38.5 - 29m) \times 10^3 \left[\frac{J}{mol}\right],$$
 (4.16)

pri čemer je *m* vsebnost vlage in se izračuna po naslednji enačbi:

$$m = \frac{c_b}{\rho_0} \tag{4.17}$$

Iz zgornjih enačb lahko nato po postopku, opisanem v [19], izpeljemo konstitucijsko enačbo za difuzijo vezane vode (enačba (4.18)).

$$J_b = -D_b \frac{\partial c_b}{\partial x} \tag{4.18}$$

Če pozorno pogledamo, vidimo, da se v enačbi (4.18) skriva Fickov zakon. Difuzijski koeficient D_b^0 lahko po postopku, opisanem v [19], izpeljemo analitično, vendar pa se v praksi vedno uporabljajo izmerjene vrednosti. V njih je zajeta koncentracija in razporejenost sorpcijskih mest, zato so omenjeni pri vsaki drevesni vrsti nekoliko drugačni, poleg tega se v njih odraža tudi ortotropna narava lesa. Zaradi omenjenega lahko pri vsaki drevesni vrsti določimo dve različni vrednosti: eno v smeri vlaken in eno prečno na njih. V smeri vlaken je prepustnost od 10 do 100-krat večja kot prečno na vlakna. Poleg izmerjenih vrednosti je hitrost difuzije odvisna tudi od temperature in energije, potrebne za aktivacijo molekul vode, kar v končni enačbi za difuzijski koeficient (enačba (4.19)) zajamemo z Boltzmanovo porazdelitvijo.

$$D_b = D_b^0 \exp\left(-\frac{E_b}{R\,T}\right) \tag{4.19}$$

4.4.1 Termodifuzija (Soretov efekt)

Soretov efekt predstavlja povezavo med prenosom toplote in prenosom vlage. Kot smo že omenili, v telesu, kjer vlada enakomerna porazdelitev vlage in izotermične razmere, na makroskopskem nivoju ni vidnega toka vezane vode. Če v sistem predstavimo temperaturni gradient, postanejo stvari drugačne.

Na sliki 25 je prikazan model gibanja molekul zaradi Soretovega efekta. Ker je porazdelitev vlage po celotnem opazovanem odseku enaka, pomeni, da je količina kinetične energije, ki jo morajo posamezne molekule vode prejeti za odcepitev od sorpcijskega mesta $H_a - H_s$, enaka pri vseh sorpcijskih mestih. Na delih, kjer je temperatura višja, je na voljo več energije, ki se lahko porabi za

aktivacijo vezanih molekul. To pomeni, da na teh delih obstaja večja verjetnost, da molekule prejmejo dovolj energije za preskok med sorpcijskimi mesti, zato neto tok molekul teče s področij z višjo temperaturo proti področjem z nižjo.



Slika 25: Model gibanja molekul vode po celični steni zaradi razlik v temperaturi (Soretov efekt)

V matematičnem modelu vpliv termo-difuzije na gibanje vode po lesu zajamemo na podoben način kot gibanje zaradi razlik v vlažnosti, in sicer z uporabo difuzijskega koeficienta D_{bT} (enačba (4.20)). Postopek izpeljave omenjenega koeficienta je opisan v [19].

$$D_{bT} = D_b \frac{c_b E_b}{R T^2} \tag{4.20}$$

Soretov efekt pomembno vpliva na transport vezane vode po celični steni. Iz primerjave razmerij $\frac{D_{bT}}{D_0}$ in $\frac{D_b}{D_0}$ je bilo ugotovljeno, da je prvi znatno vedno večji od drugega. Še posebej je to opazno pri temperaturi nad 100°C in vlažnosti, višji od 15 %. Takrat je Soretov efekt prevladujoč način transporta vezane vode po celični sistemi [1].



Slika 26: Vpliv Soretovega efekta na transport vezane vode po celični steni [1]

5 ENAČBE ZA OPIS POVEZANEGA PRENOSA TOPLOTE IN VLAGE

Matematično problem prenosa vlage in toplote po lesu opišemo s sistemom kontinuitetnih enačb za ohranjanje mase ter energije, v katere vpeljemo konstitutivne enačbe, opisane v poglavjih 3 in 4.

5.1 Ohranjanje mase

Kot smo opisali na začetku, je les, ki se uporablja v konstrukcijah, praviloma šel skozi postopke sušenja, zato se v njem voda pojavlja v dveh oblikah – kot vezana voda in kot vodna para. V lesnih lumnih pa se poleg vodne para nahaja tudi zrak. Ko simuliramo premikanje teh količin po lesu, moramo upoštevati, da se lahko količina posamezne snovi znotraj določenega volumna spremeni le za razliko med vtokom in iztokom te snovi skozi stene opazovanega volumna.

5.1.1 Vezana voda

Vezana voda se lahko po lesnih vlaknih premika na dva načina: premika se zaradi gradienta koncentracije in s pomočjo Soretovega efekta. Koncentracija vezane vode se lahko na določenem mestu poveča ali zmanjša tudi zaradi sorpcije. Slednje v enačbi (5.1) prikažemo kot izvir/ponor vezane vode \dot{c} . Ob pozornem pregledu enačb lahko vidimo, da se negativno predznačen \dot{c} pojavi tudi v kontinuitetni enačbi za vodno paro (enačba (5.3)), kar je seveda logično – če se koncentracija vezane vode na določenem mestu poveča na račun adsorpcije, to pomeni, da se mora količina vodne pare na tem mestu za enako količino zmanjšati.

$$\frac{\partial c_b}{\partial t} + \underbrace{\nabla \cdot \mathbf{J}_b}_{difuzija} = \underbrace{\dot{c}}_{\text{sorpcija}}$$
(5.1)

V enačbi (5.2) je člen, ki opisuje difuzijo, sestavljen iz dveh delov. V prvem zajamemo difuzijo vode zaradi razlike koncentracij, v drugem pa difuzijo zaradi Soretovega efekta.

$$\mathbf{J}_{\mathbf{b}} = -D_b \nabla c_b - D_{bT} \nabla T \tag{5.2}$$

5.1.2 Vodna para in zrak

Enačbi, s katerima opišemo ohranitveni zakon za vodno paro ter zrak (enačba (5.3) in (5.4)), sta si zelo podobni, zato ju bomo opisali skupaj [1]. V obeh primerih gibanje plina poganjata razlika v tlakih ter razlika v koncentraciji plina. Koncentracija vodne pare se lahko na določenem mestu spremeni tudi zaradi sorpcije, kar je, podobno kot pri kontinuitetni enačbi za vezano vodo (enačba (5.1)), zajeto v izrazu na desni strani enačbe (5.3).

$$\frac{\partial \left(\varepsilon_{g} \rho_{v}\right)}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{J}_{v} = -\dot{c}$$
(5.3)

$$\frac{\partial(\varepsilon_g \rho_a)}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{J}_a = 0$$
(5.4)

V enačbah za masni pretok vodne pare (enačba (5.5)) in zraka (enačba (5.6)) predstavlja prva komponenta pretoka zaradi razlike v tlakih, pri čemer je v_g hitrost plinske mešanice (enačba (5.7)). Druga komponenta v enačbah (5.5) in (5.6) predstavlja pretoka zaradi razlike v koncentraciji vodne pare ρ_v oz. koncentracije zraka ρ_a .

$$\mathbf{J}_{\mathbf{v}} = \varepsilon_g \rho_v v_g - \frac{\varepsilon_g \rho_g \mathbf{D}_{\mathbf{va}} \rho_v}{\rho_g}$$
(5.5)

$$\mathbf{J}_{\mathbf{a}} = \varepsilon_g \rho_a v_g - \frac{\varepsilon_g \rho_g \mathbf{D}_{\mathbf{av}} \rho_a}{\rho_g}$$
(5.6)

$$v_g = \mathbf{K} \frac{K_g}{\mu_g} \nabla P_g \tag{5.7}$$

5.2 Ohranjanje energije

V enačbi za ohranjanje energije (enačba (5.8)) del *a* predstavlja spremembo energije, ki je uravnotežena z energijo zaradi transporta mase (izraz *b*) ter prevajanjem toplote po telesu (izraz *c*). Pri tem so h_i ($i = \{b, v, a\}$) entalpije posameznih medijev, **k** je matrika termičnih prevodnosti lesa v posameznih smereh, ρ_0 in h_0 pa sta gostota in entalpija suhega lesa [1].

$$\underbrace{\frac{\partial t \left(c_b h_b + \varepsilon_g \rho_v h_v + \varepsilon_g \rho_a h_a + \rho_0 h_0 \right)}{a}}_{a} = \underbrace{-\nabla \cdot \left(h_b \mathbf{J_b} + h_v \mathbf{J_v} + h_a \mathbf{J_a} \right)}_{b} + \underbrace{\nabla \cdot \left(\mathbf{k} \, \nabla \, T \right)}_{c} \tag{5.8}$$

V [1] je bilo pokazano, da konvekcija mase vodne pare, zraka in vezane vode pri lesu nima znatnega vpliva na prenos energije, zato lahko izraz b v enačbi (5.8) zanemarimo. Poleg tega lahko s preureditvijo izraza a iz enačbe izrazimo energijske spremembe zaradi sorpcije, s čemer pridemo do enačbe za ohranjanje energije, ki smo jo uporabili v našem modelu (enačba (5.9)). Točna izpeljava enačbe je zapisana v [1].

$$(\underline{\rho C})\frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (\mathbf{k}\nabla T) - (\Delta H_s)\dot{c}$$
(5.9)

V enačbi (5.9) je $\underline{\rho C} = \varepsilon_g \rho_a C_a + \varepsilon_g \rho_v C_v + c_b C_w + \rho_0 C_0$. Pri tem so C_j specifične toplote komponent $(j = b, v, a, 0), \Delta H_s$ pa predstavlja sorpcijsko energijo, torej razliko med entalpijo vezane vode in vodne pare [1].

5.3 Osnovni sistem diferencialnih enačb

Primerjava enačb pokaže, da se nekatere spremenljivke pojavljajo v več enačbah hkrati. To je pričakovano, saj se fenomeni, ki jih opisujemo, v naravi ne odvijajo neodvisno drug od drugega in zato jih moramo kot povezane obravnavati tudi v matematičnih modelih. V prvem koraku reševanja tega sistema štirih parcialnih diferencialnih enačb najprej identificiramo štiri med seboj neodvisne spremenljivke, ki jih imenujemo tudi primarne spremenljivke sistema. V našem primeru smo za njih določili temperaturo T, tlak plina P_g , koncentracijo vodne pare ρ_v ter koncentracijo vezane vode c_b . Zaradi kompleksnosti obravnavanega sistema enačb je zanj nemogoče najti analitično rešitev, zato rešitev poiščemo z uporabo numeričnih metod – z metodo končnih elementov (MKE). Pred uporabo v MKE moramo zgoraj zapisani sistem enačb nekoliko preurediti, in sicer:

- Pretoke J_b , J_v in J_a moramo preurediti tako, da bodo v njih izpostavljeni gradienti primarnih spremenljivk.
- Časovne odvode moramo izraziti s parcialnimi odvodi primarnih spremenljivk po času.
- Enačbo o ohranjanju energije moramo izraziti z gradienti primarnih spremenljivk in parcialnimi odvodi primarnih spremenljivk po času.

Podrobni postopek preureditve enačb je opisan v [1]. V tej nalogi bomo zapisali le končno obliko enačb, pri čemer bomo za ohranjanje energije uporabili poenostavljeno obliko enačbe iz [1]. Končna oblika preurejenega sistema enačb je podana v enačbah (5.10) in (5.11), kjer je ∇ operator nabla, C_{ij} in K_{ij} ; i, j = [T, A, V, B] pa koeficienti, ki nastopajo pred primarnimi spremenljivkami. Vrednosti koeficientov C_{ij} in K_{ij} so zapisane v tabelah 7 in 8.

$$\begin{bmatrix} C_{TT} & 0 & 0 & C_{TB} \\ C_{AT} & C_{AP} & C_{AV} & 0 \\ 0 & 0 & C_{VV} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{BB} \end{bmatrix} \begin{cases} \frac{\partial T}{\partial t} \\ \frac{\partial P_g}{\partial t} \\ \frac{\partial \rho_v}{\partial t} \\ \frac{\partial c_b}{\partial t} \end{cases} = \nabla \cdot \begin{bmatrix} K_{TT} & 0 & 0 & K_{TB} \\ K_{AT} & K_{AP} & K_{AV} & 0 \\ K_{VT} & K_{VP} & K_{VV} & 0 \\ K_{BT} & 0 & 0 & K_{BB} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \nabla T \\ \nabla P_g \\ \nabla \rho_v \\ \nabla c_b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\dot{c} \\ c \end{pmatrix}$$
(5.10)

Oziroma v vektorski obliki, kjer je $\mathbf{u} = [T, P_g, \rho_v, c_b]$ vektor primarnih spremenljivk.

$$\mathbf{C}\frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial t} = \nabla \cdot (\mathbf{K} \times \nabla \mathbf{u}) + \dot{\boldsymbol{c}}$$
(5.11)

Tabela 7: Koeficienti $C_{i,j}$

$$C_{AT} = -\frac{\varepsilon_g P_g}{R_a T^2} \qquad C_{AP} = \frac{\varepsilon_g}{R_a T} \qquad C_{AV} = -\frac{\varepsilon_g R_v}{R_a} \qquad C_{VV} = \varepsilon_g \qquad C_{BB} = 1$$

Tabela 8: Koeficienti $K_{i,j}$

$K_{TT} = \mathbf{k} + \Delta H_s \mathbf{D_{bT}}$	$K_{VP} = \varepsilon_g \tilde{\rho}_v \left(\frac{\mathbf{K} K_g}{\mu_g} - \frac{\mathbf{D}_{\mathbf{av}}}{R_a T \tilde{\rho}_g} \right)$	
$K_{AT} = -\frac{\mathbf{D}_{\mathbf{av}}\varepsilon_g P_g \tilde{\rho}_{\nu}}{R_a T^2 \tilde{\rho}_g}$	$K_{AV} = \frac{\mathbf{D_{va}}\varepsilon_g}{\tilde{\rho}_g} \left(-\tilde{\rho}_a - \frac{R_v}{R_a}\tilde{\rho}_v\right)$	
$K_{VT} = -\frac{\mathbf{D}_{\mathbf{av}}\varepsilon_g P_g \rho_v}{R_a T^2 \rho_g}$	$K_{VV} = \frac{\mathbf{D_{va}}\varepsilon_g}{\tilde{\rho}_g} \Big(\tilde{\rho}_a + \frac{R_v}{R_a} \tilde{\rho}_v \Big)$	
$K_{BT} = \mathbf{D_{bT}}$	$K_{TB} = \mathbf{D}_{\mathbf{b}} \Delta H_s$	
$K_{AP} = \left(\frac{\mathbf{K}K_g}{\mu_g}\epsilon_g\tilde{\rho}_a + \frac{\mathbf{D}_{\mathbf{av}}\epsilon_g\tilde{\rho}_v}{R_aT\tilde{\rho}_g}\right)$	$K_{BB} = \mathbf{D_b}$	

5.4 Robni in začetni pogoji

5.4.1 Začetni pogoji

Na začetku vsakega izračuna predpostavimo, da so vse količine znotraj elementa med seboj v ravnovesju. Kot vhodni podatek direktno določimo začetno temperaturo T_0 , tlak plina $P_{g,0}$ ter relativno vlažnost v lesnih lumnih h_0 . Na podlagi teh podatkov z vstavitvijo h_0 in T_0 v sorpcijske izoterme (enačbi (3.6) in (3.7)) določimo začetno koncentracijo vezane vode $c_{b,0}$, z enačbo (5.12) pa še začetno koncentracijo vodne pare v lumnih $\rho_{v,0}$. Pri tem je $P_s(T_0)$ nasičen parni tlak pri temperaturi T_0 , R_v pa plinska konstanta za vodno paro.

$$\rho_{\nu,0} = \frac{h_0 P_s(T_0)}{R_\nu T_0} \tag{5.12}$$

5.4.2 Robni pogoji

Predpostavljeno je, da je v porah lesa na meji med lesom in okolico tlak plina enak tlaku okolice $P_{g,\infty}$.

$$P_g = P_{g,\infty} \tag{5.13}$$

Temperatura na robu lesa je enaka temperaturi okolice T_{∞} .

$$T = T_{\infty} \tag{5.14}$$

Takšna predpostavka za temperaturo je ustrezna le v primeru, ko sta temperatura okolice in temperatura elementa ves čas enaki in konstantni. Če temu ne bi bilo tako, bi bilo potrebno temperaturo na robu lesa izračunati z upoštevanjem toplotnih tokov zaradi konvekcije in radiacije. Upoštevanje radiacijskega toplotnega toka bi v račun vneslo še dodaten nelinearni element, kar bi lahko vplivalo na slabšo konvergenco računa. Relativna vlažnost zraka na robu je bila enaka h_{∞} .

Obstoj vezane vode je omejen na celice v lesu. Zato smo z uporabo Neumannovega robnega pogoja upoštevali, da je tok vezane vode skozi površino lesa enak 0.

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{J}_{\mathbf{b}} = \mathbf{0} \tag{5.15}$$

V enačbi (5.17) je n enotski vektor, ki je pravokoten na zunanjo površino lesenega elementa.

Iz zgoraj navedenih vrednosti za temperaturo, tlak plina in za relativno vlažnost zraka smo določili koncentracijo vodne pare v zraku blizu izpostavljenega roba z uporabo enačbe (5.16).

$$\rho_{\nu,\text{rob}} = \frac{h_{\infty} P_s(T_{\infty})}{R_{\nu} T_{\infty}}$$
(5.16)

5.5 Implementacija v Matlab

Sistema enačb (5.10) ni mogoče rešiti analitično, zato se moramo pri reševanju poslužiti numeričnih metod. Za reševanje smo uporabili orodje za reševanje parcialnih diferencialnih enačb (PDE) po metodi končnih elementov, ki je vgrajeno v programski paket MATLAB in je imenovano PDE Toolbox. Z njim lahko rešujemo PDE, ki ustrezajo shemi v enačbi (5.17). Sem sodijo problemi, povezani s prevajanjem toplote, mehansko analizo, tokom tekočin, elektrostatiko, magnetizmom itd.

$$\mathbf{m}\frac{\partial^2 \boldsymbol{u}}{\partial t^2} + \mathbf{d}\frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial t} - \nabla \cdot (\mathbf{c} \times \nabla \boldsymbol{u}) + \mathbf{a}\boldsymbol{u} = \mathbf{f}$$
(5.17)

V enačbi (5.17) je u glavna spremenljivka ali vektor spremenljivk, \mathbf{m} , \mathbf{d} , \mathbf{c} , \mathbf{a} in \mathbf{f} so koeficienti enačbe. Ti so lahko funkcije položaja, vrednosti glavnih spremenljivk ter časa. V sistemu PDE z N enačbami so dimenzije koeficientov sledeče: \mathbf{m} , \mathbf{d} in \mathbf{a} so matrike dimenzij $N \times N$, \mathbf{f} je vektor dimenzij $N \times 1$, \mathbf{c} pa, v primeru 2-D geometrije, tenzor dimenzij $N \times N \times 2 \times 2$. Če omenjen tenzor sploščimo, dobimo matriko dimenzij $N \times N$, ki je sestavljena iz blokov dimenzij 2×2 [22].

Uporabo orodja PDE Toolbox poenostavi reševanje PDE, saj avtomatizira večji del postopka reševanja. Od uporabnika se pričakuje le, da poda definicijo problema, kar stori z določitvijo matrik koeficientov **m**, **d**, **c**, **a** in **f**, začetnih in robnih pogojev, geometrije obravnavanega telesa in mreže končnih elementov.

V našem primeru smo obravnavali sistem štirih PDE, ki smo jih v skrajšani obliki zapisali v enačbi (5.11). Iz primerjave enačb (5.11) in (5.17) vidimo, da koeficienta **m** in **a** v enačbi (5.11) ne nastopata. Koeficienti **C**, **K** in **c** iz enačbe (5.11) so ekvivalentni koeficientom **d**, **c** in **f** v enačbi (5.17). Iz enačb v tabelah 7 in 8 ter enačbe (3.9) lahko vidimo, da so koeficienti **d**, **c** in **f** iz enačbe (5.17) odvisni od vrednosti glavnih spremenljivk T, P_g , ρ_v in c_b . To pomeni, da je potrebno omenjene koeficiente določiti znova v vsaki iteraciji računa in pri tem upoštevati aktualne vrednosti glavnih spremenljivk. Za diskretizacijo domene je v orodju PDE Toolbox mogoče uporabiti dva tipa trikotnih KE:

- 1. KE, določen s tremi vozlišči, povezanimi z linearno oblikovno funkcijo (linearen trikotnik)
- 2. KE, določen s šestimi vozlišči, povezanimi s kvadratno oblikovno funkcijo (kvadratični trikotnik)



Slika 27: Linearni trikotni KE (levo), kvadratični trikotni KE (desno)

V našem primeru smo se odločili za uporabo prvih. Prednost teh je, da je korak integracije enačb po domenah KE izveden analitično, s čimer se izognemo izvajanju numerične integracije po domenah KE v vsaki iteraciji računa. Iz tega razloga je čas računa z uporabo linearnih trikotnih KE neprimerljivo krajši v primerjavi z uporabo kvadratičnih trikotnih KE. Pri uporabi slednjih je račun v splošnem bolj natančen, kar pomeni, da lahko zagotovimo isto natančnost računa z uporabo manjšega števila KE. V fazi preizkušanja modela smo izvedli nekaj izračunov z uporabo kvadratičnih KE. Ti izračuni so potrdili, da je čas računa pri uporabi teh res daljši kot pri uporabi linearnih KE, zato za uporabo v našem modelu niso bili primerni.

Določitev velikosti časovnega koraka ni v domeni uporabnika. Matlab namreč uporablja adaptivno časovno shemo. Značilnost te je, da se dolžina časovnega koraka v računu neprestano prilagaja zahtevnosti (stabilnosti) obravnavanega sistema enačb. Manjša kot je zahtevnost sistema, daljši časovni korak je lahko uporabljen. Po izvršitvi celotnega računa se izvede linearna interpolacija rezultatov na časovne točke t_i , ki jih poda uporabnik. Končni rezultat izračuna so vrednosti glavnih spremenljivk v vozliščih pri časih t_i . Rezultate izračunov je na koncu mogoče z uporabo vgrajenih funkcij tudi ustrezno grafično obdelati ali jih uporabiti v nadaljnjih izračunih.

6 NOV ZAPIS FUNKCIJE ZA DOLOČITEV HITROSTI SORPCIJE

6.1 Parametrični zapis funkcije

Pri parametričnem zapisu se koordinate točk zapiše s pomočjo funkcij pomožnih spremenljivk (slika 28). Na primer, enačbo zgornje polovice enotske krožnice v koordinatnem sistemu x, y se zapiše kot

$$x = \varphi(t) = \cos(t),$$
 $y = \psi(t) = \sin(t).$ (6.1)

Pri tem sta $\varphi(t)$ in $\psi(t)$ funkciji pomožne spremenljivke $t, t \in [0, \pi]$.

Če želimo iz enačb (6.1) ugotoviti vrednost y_i pri $x = x_i$, tega ne moremo storiti tako enostavno kot je to mogoče pri eksplicitnem zapisu funkcije, pač pa je postopek izračuna sledeč. Najprej iz leve enačbe izračunamo t_i , pri katerem je $x = x_i$ (Enačba (6.2)), nato t_i vstavimo v drugo enačbo, da dobimo vrednost y_i (Enačba (6.3))

$$t_i = a\cos(x_i) \tag{6.2}$$

$$y_i = y(x_i) = \sin(t_i) \tag{6.3}$$



Slika 28: Enotska krožnica

6.2 Postopek določitve nove funkcije *H*_c

Funkcija H_c je sestavljena iz treh značilnih odsekov. Dve področji, na katerih je vrednost H_c konstantna, povezuje prehodno območje, na katerem ima funkcija obliko polinomskega vala. Funkcijo smo določili v dveh korakih. V prvem smo definirali obliko ploskve $H_{c,A}$ (enačba (6.4)), v drugem pa smo celotno ploskev zavrteli okoli vertikalne osi skozi določeno točko.

6.2.1 Prvi korak

Obliko funkcije $H_{c,A}(h, \delta c)$ sestavimo iz treh delov (slika 29). Pri tem z δc označimo razmerje med dejansko in ravnotežno vlažnostjo lesa $\delta c = \frac{c_b}{c_{bl}}$, s h pa relativno vlažnost zraka.

$$H_{c,A}(h,\delta c) = \begin{cases} C1; \delta c < c_L \\ C4; \delta c > c_D \\ \widetilde{P}_1(h,\delta c); c_L \leq \delta c \leq c_D \end{cases}$$
(6.4)

Območje, ki leži med $\delta c = c_L$ in $\delta c = c_D$ ter povezuje oba konstantna odseka funkcije, imenujemo prehodno območje in ga v parametrični obliki zapišemo kot



Slika 29: Funkcija $H_{c,A}$ z označenima mejnima ravninama

Pri tem sta t in u neodvisna parametra funkcije, p(t) pa je polinom tretje stopnje (enačba (6.6)), ki ima neodvisno spremenljivko t. Koeficiente polinoma določimo s pomočjo robnih pogojev na levi in desni meji prehodnega območja (enačbe (6.7)).

$$p(t) = a_1 t^3 + a_2 t^2 + a_3 t + a_4$$
(6.6)

$$p(c_L) = C1 \quad p(c_D) = C4 p'(c_L) = 0 \quad p'(c_D) = 0$$
(6.7)

Vrednosti koeficientov a_1 do a_4 , ki predstavljajo rešitev sistema enačb (6.7), so podane v enačbah (6.8).

$$a_{1} = \frac{2(C_{1} - C_{4})}{(c_{D} - c_{L})^{3}} \qquad a_{2} = -\frac{3(C_{1} - C_{4})(c_{D} + c_{L})}{(c_{D} - c_{L})^{3}} a_{3} = \frac{6(C_{1} - C_{4})c_{D}c_{L}}{(c_{D} - c_{L})^{3}} \qquad a_{4} = \frac{C_{1}c_{D}^{3} - 3C_{1}c_{D}^{2}c_{L} + 3C_{4}c_{D}c_{L}^{2} - C_{4}c_{L}^{3}}{(c_{D} - c_{L})^{3}}$$
(6.8)

6.2.2 Drugi korak

V drugem koraku funkcijo $H_{c,A}$ zavrtimo okoli vertikalne osi skozi določeno točko (slika 30). To storimo s kompozitno transformacijo (enačba (6.9)), ki poljubni vektor $\mathbf{t_0} = \{\delta c_0, h_0, H_{c,0}\}$ zavrti za kot α okoli osi, ki v smeri H_c (vertikalna os) poteka skozi točko $T_r(\delta c_r, h_r, H_{c,r})$ [23].



Slika 30: Rotacija točke okoli poljubne vertikalne osi

$$\mathbf{t}_1 = \mathbf{v}_r + \left(\mathbf{R}_{\mathbf{z},\mathbf{0}} \cdot (-\mathbf{v}_r + \mathbf{t}_{\mathbf{0}}) \right) \tag{6.9}$$

Pri tem so:

$\mathbf{t_1} = \left\{ \delta c_1, h_1, H_{c,1} \right\}$	Vektor po transformaciji
$\mathbf{v_r} = \left(\delta c_r, h_r, H_{c,r}\right)$	Vektor do točke T_r
$\boldsymbol{R}_{z,0}(\boldsymbol{\alpha}) = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) & 0\\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	Rotacijska matrika za zasuk okoli vertikalne osi skozi koordinatno izhodišče za kot $lpha$
$\mathbf{t_0} = \{\delta c_0, h_0, H_{c,0}\}$	Poljuben vektor pred transformacijo

Če izvrednotimo enačbo (6.9) ter rezultat še parametiriziramo z neodvisnimi spremenljivkami t, u in v, dobimo zapis transformacije v parametrični obliki. Iz te enačbe je razvidno, da transformacija vpliva le na prvi dve koordinati, kar je skladno s pričakovanji pri zasuku okoli vertikalne osi.

$$\begin{cases} \delta c \\ h \\ H_c \end{cases} = \begin{cases} \delta c_r + t \cos[\alpha] - \delta c_r \cos[\alpha] - u \sin[\alpha] + h_r \sin[\alpha] \\ h_r + u \cos[\alpha] - h_r \cos[\alpha] + t \sin[\alpha] - \delta c_r \sin[\alpha] \\ v \end{cases}$$
(6.10)

Enačba (6.10) opisuje transformacijo poljubne točke v koordinatnem sistemu (δc , h, H_c). Če želimo okoli vertikalne osi skozi točko T_r zavrteti točke, ki opisujejo funkcijo $H_{c,A}$ (enačba (6.4)), moramo v enačbo (6.9) namesto vektorja do poljubne točke vstaviti vektor, ki opisuje funkcijo $H_{c,A}$ (enačba (6.4)). Rezultat transformacije je vektor do vseh točk na prehodnem območju funkcije H_c (enačba(6.11)).

$$\begin{cases} \delta c \\ h \\ H_c \end{cases} = \begin{cases} \delta c_r + t \cos[\alpha] - \delta c_r \cos[\alpha] - u \sin[\alpha] + h_r \sin[\alpha] \\ h_r + u \cos[\alpha] - h_r \cos[\alpha] + t \sin[\alpha] - \delta c_r \sin[\alpha] \\ p[t] \end{cases}$$
(6.11)

Podobno postopamo tudi pri zasuku mej prehodnega območja. Meji $\mathbf{m}_{\mathbf{L}}$ in $\mathbf{m}_{\mathbf{D}}$ sta določeni z vertikalnima ravninama, ki potekata vzdolž osi h pri $\delta c = c_L$ in $\delta c = c_D$ (slika 29). Ti ravnini v parametrični obliki zapišemo s spodnjima enačbama.

$$\mathbf{m}_{\mathbf{L}} = \begin{cases} c_{L} \\ u \\ v \end{cases} \qquad \qquad \mathbf{m}_{\mathbf{D}} = \begin{cases} c_{D} \\ u \\ v \end{cases} \qquad (6.12)$$

Ko nad vektorji, ki so določeni z ${f m_L}$ in ${f m_D}$ (enačbi (6.12)), izvedemo zasuk (Enačba (6.9)), dobimo enačbi mejnih ravnin prehodnega območja funkcije ${f H_c}.$

$$\begin{cases} \delta c \\ h \\ H_c \end{cases} = \begin{cases} \delta c_r + (c_i - \delta c_r) \cos[\alpha] + (-u + h_r) \sin[\alpha] \\ h_r + (u - h_r) \cos[\alpha] + (c_i + \delta c_r) \sin[\alpha] \\ v \end{cases}; \quad i = \{L, D\}$$
(6.13)

Ker so meje pri $H_{c,A}$ neodvisne od koordinate h (meje so vzporedne s koordinatno osjo h), je temu tako tudi v zavrtenem koordinatnem sistemu. Zaradi tega je tudi tukaj za določitev mej prehodnega območja dovolj, če poznamo samo prvo koordinato mejne ravnine Xm_i , ki jo označimo kot:

$$Xm_{i,1} = \delta c_r + (c_i - \delta c_r) \cos[\alpha] + (-u + h_r) \sin[\alpha]; i = \{L, D\}$$
(6.14)

Zasuka konstantnih delov funkcije ni potrebno računati, ampak jih le ustrezno vstavimo v enačbo (6.15).

Z upoštevanjem zgoraj naštetega lahko sedaj zapišemo funkcijo H_c po odsekih in v parametrični obliki.

$$H_{c} = \begin{cases} C1; & \delta c \leq Xm_{L,1} \\ C4; & \delta c \geq Xm_{D,1} \\ p(\delta c); & Xm_{L,1} < \delta c < Xm_{D,1} \end{cases}$$
(6.15)

V enačbi (6.15) parametri δc_r , h_r , α , c_L in c_D nimajo točno določenih vrednosti, zato ta enačba določa vse možne zasuke funkcije $H_{c,A}$ okoli vseh možnih vertikalnih osi. Pri tem nas zanimajo zgolj tiste, ki nam bodo ob implementaciji v naš model dajale pravilne rezultate. Z drugimi besedami: želimo dobiti funkcijo, ki se bo čim natančnejše ujemala s funkcijo $H_{c,orig}$. V poglavju 7.2 smo izdelali parametrično študijo, s katero smo poiskali optimalne vrednosti parametrov δc_r , h_r , α , c_L in c_D .

6.3 Začetni približek

Za olajšanje iskanja optimalnih vrednosti parametrov je bilo pomembno izbrati čim boljši začetni približek. Izbrali smo ga s pomočjo vizualne ocene s slike 31 ter s pomočjo enostavnih izračunov. Iz originalnega zapisa funkcije $H_{c,orig}$ (enačba (3.8)) lahko izračunamo, da se pri h \approx 1 zgodi prehod med visokimi in nizkimi vrednostmi H_c na območju, kjer je $\frac{c_b}{c_{bl}}$ med vrednostma 0,8 in 0,9. Ravno zato smo meje prehodne funkcije c_L in c_D nastavili na 0,8 oz. 0,9. Začetni približek kota smo določili tako, da smo pri $H_{c,orig}$ pri dveh različnih h poiskali točko, kjer se začne prehodno območje. Nato smo ti točki povezali in izračunali, kakšen kot oklepata z ravnino ($\delta c, H_c$). Omenjen kot je znašal približno 18°. Kot vhodni podatek za določitev H_c smo uporabili negativno velikost kota, saj je potrebno $H_{c,A}$ zavrteti v negativno smer, da se ujame s $H_{c,orig}$. Točko, ki določa os rotacije, smo določili na presečišču prehodnih linij $H_{c,orig}$ in $H_{c,A}$. Koordinati presečišča sta $\delta c_r = 0,985$ ter $h_r = 0,800$. Zgoraj opisan nabor parametrov je še enkrat zapisan v enačbi (6.16). V nadaljevanju te parametre imenujemo »izhodiščni parametri«.

$$c_L = 0.8; c_D = 0.9; \delta c_r = 0.985; h_r = 0.800; \alpha = -18^\circ;$$
 (6.16)



Slika 31: Aplikacija transformacije na $H_{c,A}$

Na sliki 32 vidimo, da se funkciji na prvi pogled ujemata relativno dobro, zato sklepamo, da je bil začetni približek izbran ustrezno. V poglavju 7.2 so podani rezultati parametrične analize, v kateri smo poiskali optimalne vrednosti parametrov δc_r , h_r , α , c_L in c_D .



Slika 32: Ujemanje funkcij $H_{c,orig}$ in H_c . Za določitev slednje so bili uporabljeni izhodiščni parametri.

7 RAČUNSKI PRIMERI

7.1 Verifikacija modela

Preden smo pričeli z iskanjem optimalnih parametrov za določitev nove funkcije H_c , smo želeli preveriti, ali naš model deluje pravilno. V ta namen smo izvedli študijo konvergence rezultatov pri goščenju mreže končnih elementov ter analizo, v kateri smo rezultate iz našega modela primerjali z rezultati, dobljenimi z modelom, predstavljenim v [1].

Vse analize smo izvedli na kvazi enodimenzionalnem vzorcu dolžine $l_v = 8 \text{ mm}$, pri katerem je bil zunanjim vplivom izpostavljen samo en rob, ostali trije robovi so bili izolirani (slika 33). V analizi smo upoštevali dva različna primera robnih in začetnih pogojev VP1 in VP2.

- VP1 Vlaženje pri konstantni temperaturi iz relativne vlažnosti h = 0.54 na h = 0.75
- VP2 Vlaženje pri konstantni temperaturi iz relativne vlažnosti h = 0.75 na h = 0.84

Ostali začetni in robni pogoji so bili v obeh primerih enaki in so znašali:

- Temperatura na robu: $T_{zun} = 293 \text{ K}$
- Tlak plina na robu: $P_{g,0} = 0,1$ MPa

Vrednosti ostalih vhodnih podatkov so podane v tabeli 9 [1].

V tej fazi smo v obeh modelih uporabili funkcijo za določitev hitrosti sorpcije $H_{c,orig}$, ki je opisana v poglavju 3.



Slika 33: Shema geometrije modela

Tabela 9: Vhodni podatki za analizo

Materialni parameter	Uporabljena	Enota
	vrednost	
Univerzalna plinska konstanta	R = 8,3144	J mol K
Plinska konstanta za vodno paro	$R_v = 461,5 * 10^{-6}$	J kgK
Plinska konstanta za zrak	$R_a = 287 * 10^{-6}$	J kgK
Difuzijski koeficient	$D_0 = 7 * 10^{-6}$	$\frac{m^2}{s}$
Specifična permeabilnost suhega Iesa	$K = 5 * 10^{-16}$	m ²
Redukcijski faktor, odvisen od smeri	$\zeta = 0,03$	/
Toplotna prevodnost lesa	$k = 0.2 * 10^{-6}$	W m K
Poroznost lesa	$\varepsilon = 0,65$	/
Specifična toplota vode	$C_w = 4200$	J kgK
Specifična toplota vodne pare	$C_{v} = 1800$	J kgK
Specifična toplota zraka	$C_a = 1000$	J kgK
Latentna toplota sorpcije	$\Delta H_s = 2500$	kJ kg
Začetna suha gostota lesa	$ \rho_0 = 445 $	kg m ³

Sorpcijski parametri:

 $C_1 = 2,7 * 10^{-4}; C_{21} = 2,74 * 10^{-5}; C_{22} = 19; C_3 = 60; C_4 = 10^{-7}$

7.1.1 Analiza konvergence in računskih časov pri zgoščevanju mreže KE

Pri uporabi modelov, ki temeljijo na metodi končnih elementov, velja, da se z zgoščevanjem mreže končnih elementov povečuje natančnost rezultatov. Pri tem velja, da rezultati z zgoščevanjem mreže konvergirajo k točni vrednosti. V tem računskem primeru opravljamo analizo konvergence, da ugotovimo, kolikšna je gostota mreže končnih elementov, ki nam že poda točne rezultate.

Na slikah 34 in 35 je prikazan razpored vezane vode c_b po globini elementa za različne gostote mreže končnih elementov. Rezultati prikazujejo stanje po petih urah vlaženja vzorca. Rezultati so pokazali, da je pri uporabi mreže z 32 elementi natančnost izračunov dovolj velika, da nadaljnje goščenje mreže ni več smiselno. Zato je bila pri vseh nadaljnjih študijah uporabljena mreža z 32 elementi. Konvergenca c_b – primer VP1



Slika 34: Konvergenca rezultatov pri goščenju mreže KE za primer VP1 (količina vezane vode c_b pri času t = 5h)



Konvergenca c_b – primer VP2

Slika 35: Konvergenca rezultatov pri goščenju mreže KE za primer VP2 (količina vezane vode c_b pri času t = 5h)

Primerjava računskih časov je pokazala, da se z večanjem števila KE računski časi povečujejo linearno in da poteka račun pri višjih vlažnostih (VP2) počasneje kot pri nižjih (VP1) (slika 36). Pri uporabi mreže z 32 KE je bil računski čas za primer VP2 približno dvakrat daljši kot za primer VP1.



Slika 36: Vpliv števila uporabljenih končnih elementov na računski čas

7.1.2 Primerjalna analiza

Da bi preverili točnost rezultatov, ki jih daje naš model, smo izvedli primerjalno analizo, v kateri smo rezultate primerjali z rezultati Pečenkovega modela [1]. V primerjalni analizi smo primerjali razpored količine vezane vode c_b po globini vzorca pri treh različnih časih, in sicer po desetih, petdesetih in stotih urah vlaženja. Analizo smo izvedli za več primerov, ki so se med seboj razlikovali po izbiri robnih in začetnih pogojev. Na sliki 37 so prikazani rezultati za primer, kjer so bili uporabljeni vhodni podatki VP1. Iz primerjave vidimo, da je ujemanje rezultatov zelo dobro. Podobne rezultate smo dobili tudi v drugih analiziranih primerih. Iz opisanega sklepamo na ustreznost našega modela.



Slika 37: Analiza pravilnosti izračuna c_h med vlaženjem pri stalni temperaturi

7.1.3 Analiza obnašanja koeficienta hitrosti sorpcije

Za pridobitev intuicije, kako na hitrost sorpcije vplivata relativna vlažnost h in nasičenost lesnih vlaken $\delta c_b = \frac{c_b}{c_{bl}}$, si lahko ogledamo sledi vrednosti H_c v izbranih vozliščih med simulacijo vlaženja vzorca (slika 38). Vrednosti H_c so bile odčitane vsakih 5 minut trajanja simulacije. Smer razvoja vrednosti H_c po času je označena z modrimi puščicami. Vsaka sled je označena s številom, ki predstavlja identifikacijsko številko vozlišča, ki mu pripada. Z večjima rdečima pikama sta označeni vrednosti H_c v ravnotežnem stanju pri časih t = 0 ter $t = \infty$. Pri času t = 0 sta relativna vlažnost h ter količina vezane vode c_b v ravnovesnem stanju, kar pomeni, da po celotnem vzorcu velja: h = 0.54 in $\delta c_b = 1$. To pomeni, da je vzdolž vzorca tudi koeficient hitrosti sorpcije H_c konstanten. Ko spremenimo robni pogoj na levem koncu vzorca na h = 0,75, se spremeni tudi relativna vlažnost vzdolž vzorca, zaradi česar količina vezane vode ni več v ravnovesju z relativno vlažnostjo v lesnih lumnih $\delta c_b \neq 1$. Sčasoma relativna vlažnost vzdolž celotnega elementa konvergira k vrednosti, ki je določena z robnim pogojem (v našem primeru je to h = 0,75). Istočasno se del vodne pare iz lumnov veže na lesna vlakna, s čimer količina vezane vode c_b počasi konvergira k ravnovesni vlažnosti c_{bl}. To pomeni, da količnik δc_b konvergira k 1. Pri $t = \infty$ se po celem vzorcu vzpostavi ravnovesno stanje pri h = 0.75 in $\delta c_b = 1$. Koeficient hitrosti sorpcije H_c je odvisen od h in δc_b . Iz slike je razvidno, da se vrednost H_c , ko se približujemo ravnovesnemu stanju ($\delta c_b = 1$), v zelo ozkem intervalu zmanjša iz vrednosti C1 na vrednost C4. Zmanjšanje tega koeficienta povzroči zmanjšanje hitrosti sorpcije v modelu.



Slika 38: Vrednosti koeficienta H_c vzdolž elementa med simulacijo vlaženja iz h = 0.54 na h = 0.75

7.2 PARAMETRIČNA ANALIZA

Novo funkcijo H_c določa pet parametrov, to so c_L , c_D , x_r , y_r , α , ter predpis prehodne funkcije. V našem primeru je to polinom tretje stopnje z neodvisno spremenljivko $\delta c = \frac{c_b}{c_{bl}}$ ter koeficienti a_1 do a_4 . Naš cilj je bil, da omenjene parametre nastavimo tako, da bodo rezultati, ki jih bo dajal model z novim zapisom H_c (enačba (6.12)), kar se da podobni tistim, ki jih dobimo z uporabo originalne funkcije $H_{c,orig}$ (enačba (3.8)). Poleg tega smo želeli preveriti tudi, ali bi zmanjšanje strmine prehodne funkcije izboljšalo konvergenco računa. Optimizacijo omenjenih parametrov bi lahko izvedli na dva načina. Prva možnost je, da bi obliko funkcije H_c , v kateri bi spreminjali parametre, neposredno primerjali z obliko funkcije $H_{c,orig}$. Optimizacijo bi v tem primeru lahko izvedli z uporabo metode najmanjših kvadratov. Druga možnost pa je, da optimizacijo izvedemo s primerjavo končnih rezultatov simulacij, ki jih dobimo pri uporabi funkcije H_c , v kateri spreminjamo parametre glede na rezultate, ki jih dobimo pri uporabi funkcije $H_{c,orig}$. Prednost prve metode je, da jo je z uporabo računalniških orodij mogoče izvesti zelo hitro in enostavno. Vendar pa s to metodo le aproksimiramo že obstoječ predpis funkcije. Eden izmed naših ciljev v nalogi je bil, da bi izdelali funkcijo in optimizacijsko metodo, s katero bi lahko funkcijo H_c optimizirali tudi z uporabo rezultatov eksperimentov. To pomeni, da mora metoda temeljiti na primerjavi končnih rezultatov, zato smo se pri izdelavi naloge odločili za slednjo možnost.

7.2.1 Potek analize

Proces iskanja optimalne kombinacije vhodnih parametrov smo izvedli v dveh korakih. V prvem smo želeli preveriti, kakšen vpliv ima variacija posameznih parametrov c_L , c_D , α , x_r in y_r na rezultate. To smo storili tako, da smo v posameznem računu spremenili enega izmed parametrov, vsi ostali pa so bili nastavljeni na izhodiščne vrednosti (enačba (6.16)). Vse uporabljene vrednosti so podane v tabeli

10. Za čas trajanja simulacij smo določili 24 ur, saj smo na podlagi testnih izračunov ocenili, da so po tolikšnem času spremembe v vzorcu dovolj velike, da se jih bo dalo med seboj ustrezno primerjati. Ob tem je bil povprečen računski čas za izvedbo posamezne simulacije, ki je znašal približno 900 sekund, še vedno dovolj kratek, da je bilo v doglednem času mogoče izvesti veliko število izračunov. Skupaj je bilo v tem koraku izvedenih 59 izračunov.

V drugem koraku smo kot vhodne parametre uporabili tiste vrednosti, za katere smo na podlagi analiz iz prvega koraka sklepali, da bodo dajale najboljše rezultate. Da bi ustreznost analiziranih parametrov preverili kar se da dobro, smo v tem krogu trajanje simulacij podaljšali na 480 ur oz. 20 dni. Tako smo lahko spremljali odziv do vzpostavitve novega ravnovesnega stanja vzdolž celega vzorca, in sicer pri vlažnosti, ki je bila določena z robnim pogojem. Za razliko od prvega koraka smo pri drugem hkrati spreminjali vse vhodne parametre.

Določitev vhodnih podatkov

Območje, kjer bomo iskali optimalno rešitev, smo določili na podlagi preizkušanj. Parametra c_L in c_D smo izbrali tako, da sta kar se da narazen, in sicer z namenom da bi bila prehodna funkcija kar se da položna. Pri tem nismo vedeli, koliko lahko odstopamo od strmine prehoda originalne funkcije $H_{c,orig}$ in ob tem ohranimo pravilnost izračunov (primeri a1 do a25 v tabeli 10). Koordinati vrtišča x_r in y_r smo variirali na območju okoli izhodiščnih koordinat v sedemnajstih različnih točkah (primeri b1 do b17 v tabeli 10). Za kot α smo upoštevali vrednosti med –30 in –6 s korakom 2 (primeri c1 do c13 v tabeli 10).

Primer	c _L	c_D
a1	0,76	0,86
a2	0,76	0,88
a3	0,76	0,9
a4	0,76	0,92
a5	0,76	0,94
a6	0,76	0,96
а7	0,78	0,86
a8	0,78	0,88
a9	0,78	0,9
a10	0,78	0,92
a11	0,78	0,94
a12	0,78	0,96
a13	0,8	0,86
a14	0,8	0,88
a15	0,8	0,9
a16	0,8	0,92
a17	0,8	0,94
a18	0,8	0,96
a19	0,82	0,86

Tabela 10: Vhodni parametri, uporabljeni v prvem koraku parametrične analize

Primer	x_r	y_r
b1	0,94	0,76
b2	0,94	0,8
b3	0,94	0,84
b4	0,96	0,78
b5	0,96	0,8
b6	0,96	0,82
b7	0,98	0,76
b8	0,98	0,78
b9	0,98	0,8
b10	0,98	0,82
b11	0,98	0,84
b12	1	0,78
b13	1	0,8
b14	1	0,82
b15	1,02	0,76
b16	1,02	0,8
b17	1,02	0,84

Primer	α
c1	-30
c2	-28
c3	-26
c4	-24
c5	-22
c6	-20
с7	-18
c8	-16
c9	-14
c10	-12
c11	-10
c12	-8
c13	-6

a20	0,82	0,88
a21	0,82	0,9
a22	0,82	0,92
a23	0,82	0,94
a24	0,82	0,96
a25	0,84	0,88
a26	0,84	0,9
a27	0,84	0,92
a28	0,84	0,94
a29	0,84	0,96

Primere smo med seboj primerjali na podlagi razporeditve in količine vezane vode v vzorcu po določenem času vlaženja. Obe količini smo v enačbi (7.1) povezali s spremenljivko A_i . Ta predstavlja površino pod grafom $c_b(x, t_i)$, merjeno od količine vezane vode, ki bila v lesu določena z začetnim pogojem $zp = c_b(x, t_0)$ (slika 39). S $c_b(x, t_i)$ je označena krivulja, ki predstavlja količino vezane vode po globini vzorca x pri določenem času t_i . Začetni pogoj je bil v primeru VP1 določen pri zp = 55, v primeru VP2 pa zp = 74 (slika 39). Enačba (7.1) v praktičnem smislu predstavlja spremembo mase vezane vode v vzorcu od časa t_0 do t_i .



Slika 39: Določitev spremembe mase vezane vode v vzorcu

Vrednosti A_i smo nato primerjali z A_{orig} , ki jo dobimo, če enačbo uporabimo na krivulji, dobljeni z uporabo sorpcijske funkcije $H_{c,\text{orig}}$. Odstopanje od vrednosti, ki jih dobimo z uporabo $H_{c,\text{orig}}$, smo izrazili v odstotkih z uporabo enačbe (7.2).

$$\delta_i = \left(1 - \frac{A_i}{A_{\text{orig}}}\right) * \ 100 \tag{7.2}$$

7.2.2 Prvi korak parametrične analize – variacija posameznih parametrov

Na slikah 40, 41, 45, 46, 48 in 49 smo vpliv spreminjanja parametrov na rezultate prikazali z izrisom značilnih krivulj. Izrisane so naslednje krivulje:

- krivulja, ki jo dobimo pri izračunu z uporabo funkcije $H_{c,orig}$,
- krivulji, ki glede na δ_i od rezultatov, dobljenih z $H_{c,orig}$ v pozitivno oz. negativno smer, odstopata največ,
- krivulji, ki glede na δ_i od rezultatov, dobljenih z $H_{c,orig}$ v pozitivno oz. negativno smer, odstopata najmanj.

Dodatno so na slikah 42, 47 in 50 prikazane vrednosti δ_i za vse kombinacije variiranih parametrov pri VP1 in VP2. Rezultati so razvrščeni po velikosti glede na δ_i , ki jih dobimo iz primerov s pogoji VP1 (modri stolpci). K tem so dodane vrednosti δ_i za pripadajoč a_i iz primerov s pogoji VP2 (rdeči stolpci).

7.2.2.1 Variacija parametrov c_L in c_D

Na slikah 40 in 41 lahko vidimo, da se s potekom razporeda vezane vode po globini pri VP1 in VP2 najbolje ujemata krivulji iz primerov a3 in a25, najbolj pa odstopata krivulji a1 in a29. Dobro ujemanje se kaže tudi v primerih a9, a15 in a20. Iz slike 42 je razvidno, da so odstopanja v vseh primerih večja pri VP2, kar kaže na to, da je model pri višjih vlažnostih bolj občutljiv na spremembe koeficienta H_c .



Variacija c_L in c_D pri VP1

Slika 40: Značilne krivulje pri variaciji parametrov c_L in c_D pri VP1
Variacija c_L in c_D pri VP2



Slika 41: Značilne krivulje pri variaciji parametrov c_L in c_D pri VP2



Slika 42: Primerjava odstopanj δ_i pri variaciji parametrov c_L in c_D

Povezava med računskim časom in izbiro c_L in c_D

Pri variiranju parametrov c_l in c_D se poleg položaja mej prehodnega območja spreminja tudi širina prehodnega območja (slika 29), kar vpliva na strmino prehoda med visokimi in nizkimi vrednostmi funkcije H_c . Zanimalo nas je, ali se s povečevanjem razmika med c_L in c_D (zmanjševanjem strmine) izboljša konvergenca računa. Za merilo hitrosti konvergence smo uporabili skupen čas, potreben za izračun posameznega primera. Na slikah 43 in 44 so prikazani računski časi, razporejeni v skupine glede na uporabljen c_L (modri stolpci). Znotraj vsake skupine posamezni stolpec predstavlja računski čas za

uporabljen c_D . Na primer: tretji stolpec v drugi skupini predstavlja računski čas pri uporabljenih vrednostih $c_L = 0,78$ in $c_D = 0,9$. Na vsakem stolpcu je izpisana tudi širina prehodnega območja $\Delta c = c_D - c_L$. Poleg računskih časov so na omenjenih slikah prikazane tudi velikosti odstopanja rezultatov posameznega primera od tistega primera, kjer je bila uporabljena sorpcijska funkcija $H_{c,\text{orig}}$ (rdeči stolpci).

Pri analizi primerov, dobljenih z VP1, lahko vidimo, da ima izbira c_L neposreden vpliv na računski čas. Pri $c_L = 0.76$ so računski časi za vse dolžine Δc najkrajši. Nasprotno od pričakovanj pa se je izkazalo, da se dolžina računa z večanjem Δc povečuje. Pri primerih z VP2 (slika 44) se je podobno kot v primerih z VP1 pokazalo, da se najkrajši časi za posamezno vrednost Δc dosegajo, če uporabimo $c_L = 0.76$. Vidimo pa tudi, da se čas računa z večanjem Δc krajša za vse izbrane c_L .



Slika 43: Primerjava računskih časov pri variiranju parametrov c_L in c_D za VP1



Slika 44: Primerjava računskih časov pri variiranju parametrov c_L in c_D za VP2.

Prikazani rezultati ne govorijo v prid hipotezi, da lahko zgolj z razširitvijo prehodnega območja funkcije H_c dosežemo izboljšanje konvergence računa. Povezava med izbiro c_L in c_D ter hitrostjo konvergence je očitno bolj kompleksna in ni odvisna zgolj od širine prehodnega območja. Če v obzir vzamemo še vrednosti odstopanja rezultatov δ_i (rdeči stolpci na slikah 45 in 46), lahko vidimo, so v računskih primerih, kjer je odstopanje rezultatov najnižje, tudi računski časi krajši (primeri a3, a9, a25). V primeru VP2, kjer se sicer kaže, da s širitvijo prehodnega območja dobimo krajše računske čase, primerjava odstopanj pokaže, da ti rezultati niso uporabni, saj so v teh primerih odstopanja od pravilnih rezultatov prevelika in znašajo 10–20 %. Na podlagi prikazanih rezultatov lahko sklepamo, da je naš model vlaženja lesa zelo občutljiv na spremembe parametrov c_L in c_D in zato manipulacije strmine prehodne funkcije, ki jo omenjena parametra določata, ne moremo uporabiti za izboljšanje konvergence računa.

7.2.2.2 Variacija parametrov x_r in y_r

Analiza je pokazala, da najboljše ujemanje z originalno krivuljo dobimo z uporabo parametrov b4, b5, b6 (slika 47). Odstopanje je bilo v teh primerih manjše od 1 % (tabela 11). Rezultati, dobljeni z uporabo izhodiščnih koordinat (primer b9), se od originalnih razlikujejo za –1,5 % v primeru VP1, ter 3 % v primeru VP2. Nasploh so odstopanja pri variiranju x_r in y_r manjša kot v primeru variiranja parametrov c_L in c_D , saj znašata največji odstopanji – 5 % v negativno smer pri primeru b3 ter 9 % v pozitivno smer

v primeru b15. Razlog za majhno odstopanje je ta, da smo za analizo izbrali točke, ki ležijo relativno blizu skupaj. Primerjava računskih časov ni za nobenega izmed primerov, ki kažejo dobro ujemanje, pokazala posebnega odstopanja v primerjavi z drugimi (tabela 11).



Variacija x, in y, pri VP1

Slika 45: Značilne krivulje pri variaciji parametrov x_r in y_r pri VP1



Slika 46: Značilne krivulje pri variaciji parametrov x_r in y_r pri VP2



Slika 47: Primerjava odstopanj δ_i pri variaciji parametrov x_r in y_r

Primer	Uporabljene vrednosti x_r in		Odstopanje od originalne		Računski čas [s]	
	y _r		krivulje [%]			
	x _r	y _r	VP1	VP2	VP1	VP2
b9	0,98	0,8	-1,5	3,0	650	785
b4	0,96	0,78	-0,2	0,3	612	840
b5	0,96	0,8	0,0	-0,3	610	871
b6	0,96	0,82	0,2	-0,8	589	868
b3	0,94	0,84	2,2	-5,0	544	866
b15	1,02	0,76	-4,2	9,4	804	744

Tabela 11: Odstopanja in računski časi značilnih krivulj pri variaciji parametrov x_r in y_r

7.2.2.3 Variacija parametra α

Analiza je pokazala, da dobimo najboljše ujemanje z originalnimi rezultati pri uporabi $\alpha = -18^{\circ}$ in $\alpha = -20^{\circ}$. Odstopanje je v teh primerih manjše od 2 %. Največje odstopanje dobimo pri uporabi parametrov c1 in c13. V tem primeru je odstopanje od originalnih rezultatov 13 % oziroma 22 %. Z geometrijskim razmislekom lahko ugotovimo, da ima na velikost vpliva spreminjanja kota α velik vpliv izbira koordinat vrtišča. Večja kot je razdalja med vrhom kota in točko T, večji bo premik te točke ob uporabi iste vrednosti α . Najbolje je, da vrtišče izberemo na intervalu $h \in [0,1]$, v smeri δc pa čim bliže prehodnemu območju (slika *31*).

Variacija α pri VP1



Slika 48: Značilne krivulje pri variaciji parametra α pri VP1



Variacija α pri VP2

Slika 49: Značilne krivulje pri variaciji parametra α pri VP2



Slika 50: Primerjava odstopanj δ_i pri variaciji parametra α

Primerjava odstopanj δi

Primer Odstopanje od originalne Računski čas [s] α krivulje [%] VP1 VP2 VP1 VP2 -16 -4,0 -3,8 959 1286 с8 -18 -1,8 -0,7 691 1380 с7 0,0 0,0 orig Ι 2,2 c6 -20 1,1 632 1224 4,6 5,0 592 959 c5 -22 c1 -30 21,7 12,7 702 691 c13 -6 -8.2 -21,5 1373 935

Tabela 12: Odstopanja in računski časi značilnih krivulj pri variaciji parametra α

7.2.3 Drugi korak – kombiniranje najboljših ujemanj

V zgornjih primerih smo pri posamezni analizi variirali po en parameter, ostali pa so bili nastavljeni na izhodiščne vrednosti (enačba (6.16)). V naslednjem koraku smo parametre, s katerimi smo v prvem izračunu dobili dobre rezultate, uporabili v novem krogu izračunov. Naš prvoten načrt je bil, da skušamo poiskati kombinacijo parametrov iz tabele 13, ki bo dajala kar se da točne rezultate tudi pri daljših simulacijah, zato smo v tem krogu simulacij čas teh podaljšali na 480 ur oz. 20 dni. Izkazalo se je, da parametri a20 in a25 niso primerni za uporabo, saj so se pri uporabi teh pojavile težave s konvergenco računa. Za VP1 so bili računski časi vsaj 2-krat daljši kot v ostalih primerih, pri uporabi VP2 pa se je račun zaradi presežene zmogljivosti pomnilnika ustavil že pred koncem simulacije. Težave so najverjetneje posledica velike strmine prehodnega območja v funkciji H_c , ki ga določa uporaba teh parametrov. Pri izbiri parametrov x_r in y_r smo se odločili, da tudi v drugem koraku uporabimo kar izhodiščne vrednosti, saj so se rezultati, dobljeni v prvem koraku, relativno dobro ujemali z originalnimi. Z izbiro ene same vrednosti za ta parametra smo prav tako zmanjšali skupno število simulacij, ki smo jih morali izvesti v tem koraku.

Tabela 13: Vhodni parametri uporabljeni v drugem koraku parametrične analize

$(c_L; c_D)$	a15, a9, a3
α	–16°, –18°, –20°
$(x_r; y_r)$	(0,985; 0,800) (Izhodiščne vrednosti)

Na slikah 51 in 52 so izrisane krivulje, ki predstavljajo količino vezane vode po globini vzorca za vse kombinacije parametrov iz tabele 13. Rezultati so prikazani pri treh različnih časih, in sicer po enem, petih in po dvajsetih dneh. Skupine krivulj so pobarvane glede na uporabljeno vrednost α , vsaka krivulja znotraj skupine pa predstavlja drugo izbiro vrednosti (c_L, c_D) . S črtkano črto je izrisana krivulja, ki jo dobimo pri uporabi originalne funkcije H_c . Kot je razvidno iz obeh omenjenih slik, rezultati, ko se približujemo ravnovesnemu stanju, pri različnih vrednostih α konvergirajo k različnim vrednostim. To je pričakovano, saj vsebnost vezane vode c_b ni neposredno določena z robnim pogojem, pač pa se izračuna na podlagi relativne vlažnosti in sorpcijske funkcije. Iz omenjenih slik je razvidno, da ima na točnost rezultatov pomembnejši vpliv izbira kota α kot pa izbira vrednosti c_L in c_D . Najboljše ujemanje rezultatov pa dobimo pri uporabi $\alpha = -16^\circ$.







Slika 52: Razpored količine vezane vode po globini vzorca. Primer VP2.

Enako lahko ugotovimo tudi z analizo slike 53. Na njej so s presledkoma ločene absolutne vrednosti koeficienta odstopanja δ_i pri različnih vrednostih α . Znotraj vsake skupine so s črtkanimi črtami med seboj ločeni rezultati pri uporabi različnih parametrov c_L . Znotraj tega vsak par stolpcev predstavlja odstopanje pri različnih časih. Od leve proti desni vsak par predstavlja vrednosti po enem, petih, desetih in dvajsetih dneh vlaženja vzorcev. Modri stolpci predstavljajo odstopanja pri uporabi VP1, oranžni pa pri uporabi VP2. Na podlagi omenjene slike lahko vidimo, da so znotraj skupine $\alpha = -16^{\circ}$ razlike med uporabo vrednosti $c_L = 0,78$ ter $c_L = 0,80$ majhne in je zato težko določiti, katera izmed vrednosti bi bila najboljša. V nadaljnjih analizah smo se odločili za uporabo vrednosti $c_L = 0,78$.



Slika 53: Primerjava odstopanj pri variiranju parametrov - daljši primeri

Na podlagi izvedene parametrične analize smo našli optimalne vrednosti iskanih parametrov. Te so zapisane v tabeli 14.

Tabela 14: Optimalne vrednosti analiziranih parametrov

Param.	Optimalna
	vrednost
CL	0,78
C _D	0,90
x _r	0,985
y _r	0,800
α	-16°

7.3 Primerjava konvergence med novim in starim zapisom H_c

Po tem, ko smo s parametrično analizo določili optimalne parametre funkcije H_c , smo preverili, ali z uporabo novega načina zapisa funkcije H_c dosežemo izboljšave pri konvergenci računa. V ta namen smo implementirali dve različici modela vlaženja lesa. Ti sta se med seboj razlikovali le po načinu zapisa funkcije, ki določa hitrost sorpcije. V enem modelu smo uporabili originalen zapis (enačba (3.8)), v drugem pa naš parametrični zapis. Primerjalni izračun smo izvedli za primera VP1 in VP2, ki sta bila uporabljena tudi v drugih analizah. V primerjalni analizi smo merili število iteracij, ki so potrebne, da se račun premakne za določen časovni korak. Na sliki 54 je na horizontalni osi označen čas v modelu, na vertikalni osi pa število iteracij. Naklon krivulje nam pove hitrost konvergence. Bolj kot je krivulja položna, večja je hitrost konvergence.

Na omenjeni sliki lahko vidimo, da je pri obeh modelih konvergenca boljša pri računu primera VP1, saj sta konvergenčni krivulji bolj položni v primerjavi s tistima pri primerih VP2. To pomeni, da ima efekt upočasnitve sorpcije večji vpliv na konvergenco pri višjih relativnih vlažnostih kot pri nižjih. Primerjava

konvergence originalnega modela z našim pokaže, da je za primer VP1 konvergenca pri našem modelu boljša. Prednost je ustvarjena v prvih petih dneh simulacije, kjer je konvergenčna krivulja našega modela (VP1 – Š) bolj položna od krivulje originalnega modela (VP1 – O). Od petega dne dalje krivulji potekata približno vzporedno, kar pomeni, da je bila hitrost konvergence v obeh primerih približno enaka. V primeru VP2 je v prvem delu računa (približno do četrtega dneva) konvergenca v našem modelu boljša, med četrtim in osmim dnevom sta hitrosti konvergence obeh modelov podobni, od osmega dneva dalje pa poteka konvergenca pri originalnem modelu bolje kot pri našem. Od desetega dne dalje je količina vezane vode po celi globini vzorca že zelo blizu ravnotežnemu stanju (sliki 51 in 52). To pomeni, da ima naš model težave s konvergenco pri visokih relativnih vlažnostih, ko se količina vezane vode v vzorcu približuje ravnovesnemu stanju. Natančne razloge za takšno obnašanje modela je brez nadaljnje bolj podrobne analize obnašanja modela težko opredeliti.



Slika 54: Primerjava konvergence našega modela z originalnim [1]

8 ZAKLJUČEK

Glavni namen magistrske naloge je bila izdelava in izboljšava modela za prenos toplote ter vlage v lesu. V model smo vpeljali novo funkcijo za določitev hitrosti sorpcije H_c . Z implementacijo nove funkcije smo želeli doseči boljšo konvergenco računa in s tem krajše računske čase. Nov zapis nove funkcije H_c temelji na funkciji polinomskega vala, ki je zapisana v parametrični obliki. Funkcijo določa pet parametrov c_L , c_D , x_r , y_r in α ter predpis funkcije polinoma tretje stopnje, ki je določen s koeficienti a_1 do a₄. Vrednosti omenjenih parametrov smo določili s parametrično analizo, v kateri smo analizirali prenos toplote in vlage po lesu. Rezultate, dobljene z našim modelom, smo primerjali z rezultati modela, ki so ga razvili na Katedri za mehaniko [1]. Omenjen model se od našega razlikuje le po tem, da uporablja drugačen zapis funkcije za določanje hitrosti sorpcije. S parametrično analizo, v kateri smo primerjali razpored vezane vode c_b po globini vzorca pri različnih časih med procesom vlaženja, smo uspeli določiti vrednosti zgoraj omenjenih parametrov na način, da med rezultati našega in modela podanega v [1] ni bilo večjih odstopanj. Da bi si kar se da olajšali iskanje optimalnih vrednosti, smo pred pričetkom analize ocenili izhodiščne vrednosti iskanih parametrov (enačba (6.16)). Poleg tega smo ocenili tudi območje iskanja optimalne rešitve (tabela 10). Parametrično analizo smo izvedli v dveh korakih. V prvem koraku smo izvedli večje število krajših izračunov, v katerih smo simulirali 24 urno vlaženja lesenih vzorcev. Na podlagi teh izračunov smo uspeli zmanjšati prostor rešitev na vrednosti, zapisane v tabeli 13. Poleg tega smo v prvem koraku analize ugotovili še, da ne moremo izboljšati konvergence računa zgolj z razširitvijo prehodnega območja funkcije H_c, saj je model zelo občutljiv na spremembe parametrov c_L in c_D , ki določata začetek in konec prehodnega območja. V obeh računskih primerih (VP1 in VP2) se je pokazalo, da ima izbira c_L vpliv na hitrost računa. Izmed vhodnih podatkov, ki smo jih analizirali (tabela 10), smo najkrajše računske čase beležili, ko je bila vrednost parametra c_L enaka 0,76. Pri uporabi iste vrednosti parametra je model dajal tudi najbolj točne rezultate. V primeru izbire vrednosti parametrov c_{l} , ki smo jih analizirali (tabela 10), je prišlo do manjše nedoslednosti, saj je optimalna vrednost hkrati tudi robna vrednost intervala analiziranih vhodnih vrednosti. Pri tem se pojavlja vprašanje, ali bi pri uporabi vrednosti parametra $c_L < 0.76$ dosegli še večjo natančnost računa. V drugem koraku smo parametre, ki smo jih določili v prvem krogu (tabela 13), uporabili v nadaljnjih izračunih. Tokrat so bili časi simuliranja vlaženja lesenih vzorcev daljši in so znašali 20 dni. V tem času se je vlaga v vzorcih že uspela močno približati ravnovesnemu stanju pri relativni vlažnosti, ki je določena z robnim pogojem. Iz analize rezultatov smo uspeli določiti optimalno kombinacijo iskanih parametrov (tabela 14).

V nadaljevanju smo izvedli primerjavo konvergence računa med našim modelom in modelom, ki uporablja originalni zapis funkcije H_c [1]. Dobljeni rezultati kažejo na to, da bi lahko imela uporaba novega zapisa določeno numerično prednost. Konvergenca pri uporabi novega zapisa je bila v primeru VP1 in v večjem delu VP2 namreč boljša ali vsaj enaka kot pri uporabi starega zapisa. Slabost novega zapisa v primerjavi starim se je pokazala pri visokih vlažnostih, ko se količina vezane vode približuje ravnovesnemu stanju. Tam je bila konvergenca starega modela boljša kot konvergenca novega modela. Točnih razlogov za takšno obnašanje v sklopu naloge nismo iskali. Za širše zaključke o primernosti nove funkcije H_c , bi bilo v prihodnje potrebno izvesti več parametričnih študij, in sicer tako, da bi z robnimi in začetnimi pogoji pokrili širši spekter možnih vlažnostnih stanj v lesu. Poleg tega bi bilo v analizi potrebno upoštevati tudi vpliv temperature (v naših primerih je bila ta konstantna). Po izvedbi takšnih študij bi lahko z večjo gotovostjo trdili, ali so zgoraj zapisane vrednosti parametrov res pravilne in ali z uporabo novega zapisa funkcije res pridobimo numerično prednost. Druga mogoča izboljšava naše analize je, da našega modela ne bi optimizirali glede na drug računalniški model, pač pa glede na eksperimentalne rezultate. Težava pri tem pristopu je, da eksperimentalni rezultati niso enostavno dostopni, poleg tega pa bi bilo potrebno pri parametrični analizi dodatno upoštevati tudi različne materialne lastnosti lesa, kar bi še dodatno otežilo iskanje optimalne rešitve.

9 VIRI

- [1] Pečenko, R. 2016. Mehanski odziv ukrivljenih lesenih nosilcev v spremenljivo višino pri požarni obtežbi. Doktorska disertacija. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo (samozaložba R. Pečenko): 121 str.
- [2] Gorišek, Ž. 2009. Les zgradba in lastnosti. Njegova variabilnost in heterogenost. 1 ured. Ljubljana, Biotehniška fakulteta, Oddelek za lesarstvo: 178 str.
- [3] Leban, I. 2007. Les zgradba. Škofja loka, Srednja lesarska šola Škofja Loka.
- [4] Geršak, M., Velušček, V. 2003. Sušenje lesa. Ljubljana, Lesarska založba: 194 str.
- [5] Richard, B. 2010. Wood Handbook. Wood as an Engineering Material. Madison, WI: U.S. Department of Agriculture, Forest Service, Forest Products Laboratory: 508 str.
- [6] Meier, E. Hardwood anatomy. 2020. <u>https://www.wood-database.com/wood-articles/hardwood-anatomy/</u> (Pridobljeno 12. 11. 2020)
- [7] Mihael, D. 2013. Splošna in anorganska kemija. Maribor, Fakulteta za kemijo in kemijsko tehnologijo: 343 str.
- [8] Properties of water. 2020.
 <u>https://en.wikipedia.org/wiki/Properties_of_water</u> (Pridobljeno 19. 5. 2020)
- [9] Skaar, C. 1988. Wood-water relations. Berlin, Springer-Verlag: 283 str.
- [10] Hidrogen bond. 2020. <u>https://en.wikipedia.org/wiki/Hydrogen_bond</u> (Pridobljeno 25. 2. 2020)
- [11] Hidrogen bond. 2020.
 <u>https://www.quora.com/What-is-the-maximum-possible-number-of-hydrogen-bonds-a-water-molecule-can-form</u>
 (Pridobljeno 23. 3. 2020)
- [12] Diagram stanj. 2020.
 <u>https://si.openprof.com/wb/fazne_spremembe?ch=329</u>
 (Pridobljeno 3. 12. 2020)
- [13] Cengel, Y. A. 2002. Heart transfer. A practical aproach. New york, Mcgraw-Hill.

- [14] Evaporation and condensation. 2020. https://chem.libretexts.org/Bookshelves/Introductory_Chemistry/Map%3A_Introductory_C hemistry_(Tro)/12%3A_Liquids_Solids_and_Intermolecular_Forces/12.04%3A_Evaporation_ and_Condensation (Pridobljeno 10. 11. 2020)
- [15] Frandsen, H. L., Svensson, S. 2007. Implementation of sorption hysteresis in multi-Ficktian moisture transport. Holzforschlung, Izv. 61, št. 6, pp. 693-701.
- [16] Frandsen, H. L., Damkilde, L., Svensson S. 2007. A revised multi-Fickian mositure transport model to describe non-Ficktian effect in wood. Holzforschung Izv. 61, št. 5, pp. 563-572.
- [17] Krabbenhoft, K., Damkilde, L. 2004. A model for non-Fickian moisture transfer in wood. Materials and Structures. Izv. 37, št. 9, pp. 615-622.
- [18] Wadso, L. 1993. Studies of water vapor transport and sorption in wood. Lund, LTH, Lund University
- [19] Frandsen, H. L., Damkilde, L. 2006. A sorption hysteresis model for cellulosic materials. V: *19th Nordic seminar on computational mechanics*, Lund, Švedska, 2006.
- [20] Darcy's law. 2021. <u>https://en.wikipedia.org/wiki/Darcy%27s_law</u> (Pridobljeno 23. 5. 2021)
- [21] Viscosity Absolute (dinamic) vs. kinematic. 2021.
 <u>https://www.engineeringtoolbox.com/dynamic-absolute-kinematic-viscosity-d_412.html</u> (Pridobljeno 10. 3. 2021)
- [22] c coefficient for specifyCoefficients. 2023. <u>https://www.mathworks.com/help/pde/ug/c-coefficient-for-systems-for-specifycoefficients.html</u> (Pridobljeno 9. 10. 2023)
- [23] Bronštejn, Il'ja Nikolaevič. 2009. Matematični priročnik. Ljubljana, Tehniška založba Slovenije: 700 str.