

Univerza
v Ljubljani

Fakulteta
*za gradbeništvo
in geodezijo*



Jamova cesta 2
1000 Ljubljana, Slovenija
<http://www3.fgg.uni-lj.si/>

DRUGG – Digitalni repozitorij UL FGG
<http://drugg.fgg.uni-lj.si/>

To je izvirna različica zaključnega dela.

Prosimo, da se pri navajanju sklicujte na
bibliografske podatke, kot je navedeno:

Bone, M. 2012. Projektiranje in obdelava
geodetske mreže za ugotavljanje
morebitnih premikov MHE Melje.
Diplomska naloga. Ljubljana, Univerza v
Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in
geodezijo. (mentor Ambrožič, T.): 81 str.

University
of Ljubljana

Faculty of
*Civil and Geodetic
Engineering*



Jamova cesta 2
SI – 1000 Ljubljana, Slovenia
<http://www3.fgg.uni-lj.si/en/>

DRUGG – The Digital Repository
<http://drugg.fgg.uni-lj.si/>

This is original version of final thesis.

When citing, please refer to the publisher's
bibliographic information as follows:

Bone, M. 2012. Projektiranje in obdelava
geodetske mreže za ugotavljanje
morebitnih premikov MHE Melje. B.Sc.
Thesis. Ljubljana, University of Ljubljana,
Faculty of civil and geodetic engineering.
(supervisor Ambrožič, T.): 81 pp.



Kandidat:

MATEJ BONE

PROJEKTIRANJE IN OBDELAVA GEODETSKE MREŽE ZA UGOTAVLJANJE MOREBITNIH PREMIKOV MHE MELJE

Diplomska naloga št.: 906/G

DESIGNING AND PROCESSING OF GEODETIC NETWORK FOR DETECTING OF POSSIBLE MOVEMENTS AT THE MELJE SMALL HPP

Graduation thesis No.: 906/G

Mentor:
izr. prof. dr. Tomaž Ambrožič

Predsednik komisije:
izr. prof. dr. Dušan Kogoj

Somentorica:
doc. dr. Simona Savšek

Član komisije:
izr. prof. dr. Radoš Šumrada

Ljubljana, 25. 10. 2012

STRAN ZA POPRAVKE, ERRATA

Stran z napako

Vrstica z napako

Namesto

Naj bo

Ta stran je namenoma prazna.

IZJAVA O AVTORSTVU

Podpisani **BONE MATEJ** izjavljam, da sem avtor diplomskega dela z naslovom »**Projektiranje in obdelava geodetske mreže za ugotavljanje morebitnih premikov MHE Melje**«.

Izjavljam, da je elektronska različica v vsem enaka tiskani različici.

Izjavljam, da dovoljujem objavo elektronske različice v repozitoriju UL FGG.

Ljubljana, 12.10.2012

Matej Bone

Ta stran je namenoma prazna.

BIBLIOGRAFSKO – DOKUMENTACIJSKA STRAN IN IZVLEČEK

UDK:	528.33:627.8(043.2)
Avtor:	Matej Bone
Mentor:	izr. prof. dr. Tomaž Ambrožič
Somentor:	doc. dr. Simona Savšek
Naslov:	Projektiranje in obdelava geodetske mreže za ugotavljanje morebitnih premikov MHE Melje
Tip dokumenta:	diplomska naloga – univerzitetni študij
Obseg in oprema:	82 str., 12 pregl., 19 sl., 172 en., 5 pril.
Ključne besede	MHE Melje, vzpostavitev geodetske mreže, simulacije, izmera mreže, geodetski datum, izravnava meritev, premiki

Izvleček

Za izkoristek biološkega minimuma so na Dravi ob jezu Melje postavili Malo hidroelektrarno (MHE) Melje. S tem so porušili ravnovesje v prelivnem zidu kanala, ki je bil zgrajen do HE Zlatoličje. Za ugotavljanje stabilnosti zidu so ob MHE Melje vgradili geotehnično sidro za merjenje sile. Ker je sila v tem sidru narasla preko pričakovane vrednosti, je investitor želel preveriti stabilnost prelivnega zidu z geodetskimi meritvami. Tako smo morali vzpostaviti geodetsko mrežo, ki bi odkrila morebitne premike točk, vgrajenih v prelivni zid. S pomočjo simulacij smo določili optimalno geometrijo geodetske mreže. Izbrali smo primeren instrumentarij in pribor, ki zagotavlja projektirano natančnost meritev. Geodetsko mrežo smo tudi dvakrat izmerili in meritve izravnali. V nalogi smo podrobno opisali teorijo, ki obsega vse geodetske pa tudi ne geodetske postopke in izračune. Na koncu smo izračunali položajne in višinske premike kontrolnih točk, ki smo jih statistično ovrednotili. Na podlagi opravljenih analiz smo poskušali rezultate strniti v nekaj priporočil za investitorja.

Ta stran je namenoma prazna.

BIBLIOGRAPHIC – DOCUMENTATION PAGE AND ABSTRACT

UDK:	528.33:627.8(043.2)
Author:	Matej Bone
Supervisor:	assoc. prof. Tomaž Ambrožič, Ph. D.
Co-supervisor:	assist. prof. Simona Savšek, Ph. D.
Title:	Designing and processing of geodetic network for detecting possible movements at the Melje Small HPP
Document type:	Graduation thesis – University Studies
Notes:	82 p., 12 tab., 19 fig., 172 eq., 5 ann.
Key words	The Melje Small HPP, establishment of a geodetic network, simulations, network surveying, geodetic datum, network adjustmensts, displacements

Abstract

The Melje Small Hydro Power Plant (HPP) was built at the Melje dam on the Drava River to exploit the biological minimum. This resulted in change of balance at the spilling wall of the Zlatoličje HPP supply channel. To determine stability in the wall, a ground anchor was built. The ground anchor force was greater than expected, thus the investor tried to check the stability of the spilling wall with the help of geodetic measurements. Our task was to develop a geodetic network, which would detect any possible displacements of points built in the spilling wall. We determined the optimal geometry of the geodetic network by using simulations. All the instruments and the geodesy equipment were selected to ensure accuracy of measurement. Geodetic network was measured twice and afterwards the least square adjustments were calculated. The thesis explains into detail the theory, which includes geodetic as well as non-geodetic procedures, as well as the calculations. At the end, we calculated horizontal and vertical displacements of network points and used statistical analysis to evaluate these displacements. On the basis of the analysis we tried to sum up the results and offer the investor a few recommendations.

Ta stran je namenoma prazna.

ZAHVALA

Za pomoč, nasvete in predloge pri izdelavi diplomske naloge se iskreno zahvaljujem izr. prof. dr. Tomažu Ambrožiču. Rad bi se zahvalil tudi somentorici doc. dr. Simoni Savšek za dodatne informacije in popravke pri nastajanju diplome.

Zahvaljujem se tudi vsem prijateljem, s katerimi smo poskrbeli, da so bila študijska leta zanimiva in nepozabna.

Ne nazadnje se zahvaljujem tudi družini, ki me je v času študija podpirala, vzpodbujala in verjela vame.

Ta stran je namenoma prazna.

KAZALO VSEBINE

1 UVOD	1
1.1 Namen in cilji diplomske naloge.....	1
1.2 Opis Male hidroelektrarne Melje.....	1
2 VZPOSTAVITEV MREŽE	4
2.1 Namen	4
2.2 Projekt geodetske mreže.....	4
2.2.1 Opis zastavljene naloge	5
2.2.2 Idejni projekt mreže – skica mreže	6
2.2.3 Vrsta in način stabilizacije točk mreže.....	6
2.2.4 Instrumentarij in pribor	6
2.2.5 Uporabljena metoda izmere.....	6
2.2.6 Način izračuna iskanih vrednosti	7
2.2.7 A-priori ocena natančnosti meritev in iskanih količin	7
2.2.8 Časovni plan in finančno ovrednotenje projekta	7
2.3 Simulacije.....	7
2.3.1 Metode Monte Carlo	7
2.3.1.1 Inverzna metoda	8
2.3.1.2 Box in Müller metoda.....	8
2.4 Izbor instrumentarija in pibora	9
2.4.1 Instrument Leica TS30.....	9
2.4.2 Reflektorji.....	12
2.4.3 Stativi	13
2.4.4 Ostali pribor.....	13
2.5 Stabilizacija.....	14
2.5.1 Stabilizacija z betonskim stebrom	14
2.5.2 Talna stabilizacija	16
2.6 Opis metode izmere	17
2.6.1 Girusna metoda.....	17

2.6.2	Trigonometrično višinomerstvo	18
3	PRIPRAVA MERITEV NA IZRAVNAVO.....	20
3.1	Priprava kotov	20
3.1.1	Izračun sredin Hz smeri	20
3.1.2	Izračun sredin zenithnih razdalj in višinskih razlik	21
3.2	Redukcija dolžin	21
3.2.1	Meteorološki popravki	22
3.2.1.1	<i>Prvi popravek hitrosti.....</i>	22
3.2.2	Geometrični popravki	25
3.2.2.1	<i>Popravek zaradi ukrivljenosti merskega žarka</i>	26
3.2.2.2	<i>Redukcija zaradi horizontalne ekscentritete razdaljemera in reflektorja</i>	26
3.2.2.3	<i>Izračun poševne razdalje na nivoju terena</i>	27
3.2.3	Projekcijski popravki	27
4	IZRAVNAVA.....	29
4.1	Izračun izravnanih vrednosti	29
4.1.1	Izračun izravnanih vrednosti z uporabo normalnih enačb.....	30
4.1.2	Izravnavna z razcepom po singularnih vrednostih (metoda SVD)	32
4.2	Geodetski datum.....	35
4.2.1	Definiranje geodetskega datuma z minimalnim številom zunanjih opazovanj	36
4.2.1.1	<i>Definiranje geodetskega datuma v enodimenzionalnem prostoru.....</i>	37
4.2.1.2	<i>Definiranje geodetskega datuma v dvodimenzionalnem prostoru.....</i>	37
4.2.2	Definiranje geodetskega datuma z notranjimi opazovanji	38
4.2.2.1	<i>Definiranje geodetskega datuma v enodimenzionalnem prostoru.....</i>	39
4.2.2.2	<i>Definiranje geodetskega datuma v dvodimenzionalnem prostoru.....</i>	39
4.3	Enačbe opazovanj in linearizirane enačbe popravkov opazovanj	42
4.3.1	Enodimenzionalni primer	42
4.3.2	Dvodimenzionalni primer	42
4.3.2.1	<i>Dolžine.....</i>	43
4.3.2.2	<i>Horizontalna smer.....</i>	43

4.3.2.3	<i>Horizontalni kot</i>	44
4.4	Model izravnave Gauß-Markova	45
4.5	Globalni test modela	48
4.6	Elipse pogreškov	50
5	UGOTAVLJANJE PREMIKOV	52
5.1	Izračun premikov in ocena natančnosti premika	52
5.1.1	Enodimenzionalni premik	52
5.1.2	Dvodimenzionalni premik	54
6	PRAKTIČNI DEL	58
6.1	Simulacije	58
6.2	Dejanska izvedba meritev na terenu	66
6.3	Priprava meritev na izravnavo	66
6.4	Izravnavna rezultatov meritev	66
6.4.1	Višinska mreža	67
6.4.2	Položajna mreža.....	67
6.4.2.1	<i>Izravnavna proste mreže</i>	67
6.4.2.2	<i>Izravnavna vpete mreže</i>	71
6.5	Premik	73
6.5.1	Višinski premik.....	74
6.5.2	Položajni premik	75
7	ZAKLJUČEK	78
	VIRI	80

Ta stran je namenoma prazna.

KAZALO PREGLEDNIC

Preglednica 1:	Specifikacije instrumenta Leica Geosystems TS30 R1000	11
Preglednica 2:	Pregled reflektorjev z adicijskimi konstantami.....	13
Preglednica 3:	Konstante A, B in C (Ciddor in Hill, 1999).....	24
Preglednica 4:	Vrednosti konstant za izračun <i>Em</i> in <i>e</i>	25
Preglednica 5:	Potrebni datumski parametri pri različnih vrstah geodetskih mrež	36
Preglednica 6:	Kritične vrednosti testne statistike dvostranskega testa glede na izbrano stopnjo zaupanja α	54
Preglednica 7:	Pregled simulacij opazovanj	64
Preglednica 8:	A-posteriori pogrešek utežne enote višinskih razlik	67
Preglednica 9:	Izravnava prostih mrež	68
Preglednica 10:	Izravnava vpetih mrež.....	71
Preglednica 11:	Višinski premiki	74
Preglednica 12:	Položajni premiki.....	75

Ta stran je namenoma prazna.

KAZALO SLIK

Slika 1:	Lokacija MHE Melje	2
Slika 2:	Mala hidroelektrarna Melje	3
Slika 3:	Instrument Leica TS 30.....	10
Slika 4:	Prizmi GPH1P in Mini GMP101	12
Slika 5:	Stativ Leica GST20.....	13
Slika 6:	Psihrometer, digitalni barometer Paroscientific 760-16B, nosilec reflektorja Leica GZR3 in nosilec reflektorja Leica GZR2.....	14
Slika 7:	Betonski steber	15
Slika 8:	Talna stabilizacija	17
Slika 9:	Redukcija dolžin.....	22
Slika 10:	Elipsa pogreškov.....	51
Slika 11:	Simulacije s tremi stojišči	60
Slika 12:	Simulacije s štirimi stojišči	61
Slika 13:	Simulacije s petimi stojišči.....	62
Slika 14:	Položaji točk ter vizure izbrane mreže na ortofotu	65
Slika 15:	Elipse pogreškov proste mreže 1. terminske izmere.....	69
Slika 16:	Elipse pogreškov proste mreže 2. terminske izmere.....	70
Slika 17:	Elipse pogreškov vpete mreže 1. terminske izmere	72
Slika 18:	Elipse pogreškov vpete mreže 2. terminske izmere	73
Slika 19:	Položajni premiki MHE Melje	77

Ta stran je namenoma prazna.

1 UVOD

1.1 Namen in cilji diplomske naloge

Objekti se v naravi premikajo. Ti premiki so lahko lokalne ali pa globalne narave. Posledice, ki jih prinašajo, so različne. Posledice premikov so lahko rušilne, lahko pa nimajo večjega vpliva na okolje. V geodeziji opravljamo meritve, ki so vhodna informacija za nadaljnje delo pri določanju posledic premika. Zanima nas predvsem velikost, smer in kontinuiteta premika.

Namen diplomskega dela je odkrivanje morebitnih premikov na območju Male hidroelektrarne (MHE) Melje. V okolici te hidroelektrarne, natančneje na prelivnem zidu ob jezu Melje, je merilnik sidrnih sil, ki je pokazal prekoračeno dovoljeno silo. Obremenilna sila, ki deluje na prelivni zid lahko rušilno vpliva na hidroelektrarno in na jez. Posledice takega dogodka prinesejo izjemno drago sanacijo, v najslabšem primeru pa se lahko končajo tragično za osebo, ki se zadržuje v okolici struge reke Drave.

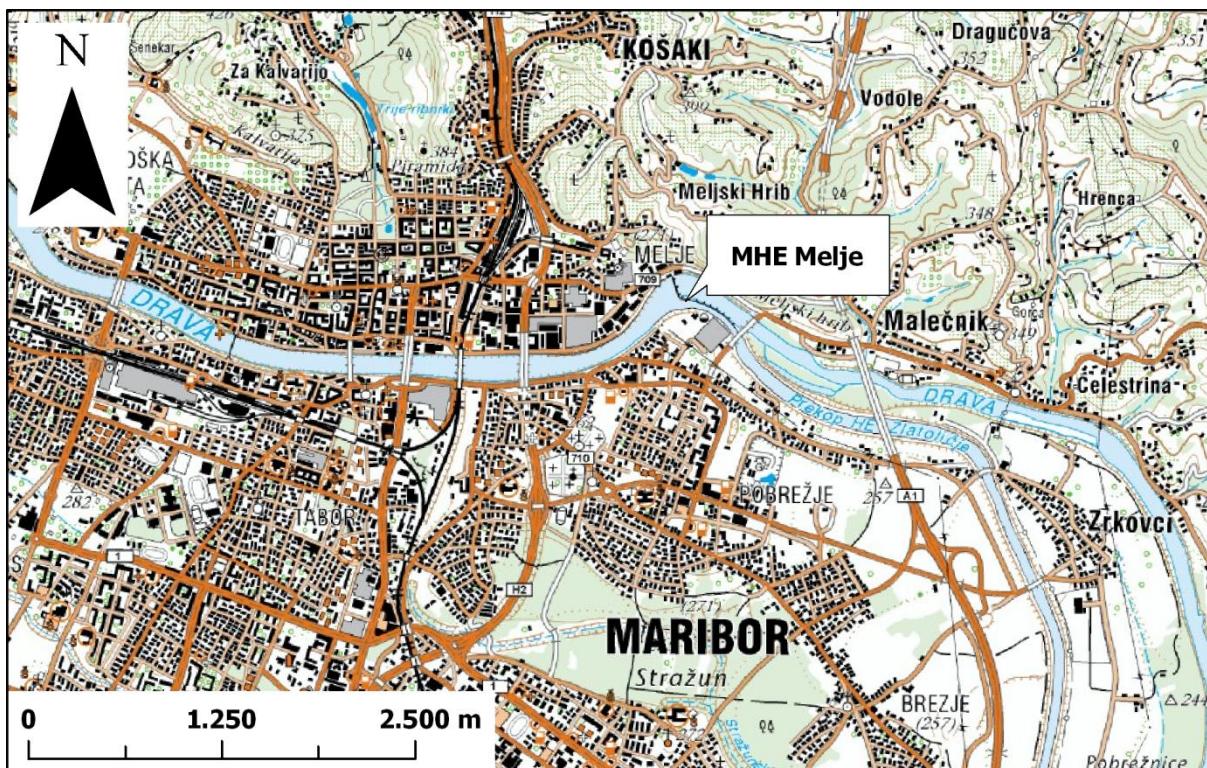
V diplomski nalogi bo razložen postopek vzpostavitve, izmere in obdelave mreže na MHE Melje. Opisane bodo vse faze, ki jih je potrebno narediti pri izdelavi takega projekta. Postopoma bo tudi razložena teorija ter znanje, ki ga je potrebno imeti za izdelavo geodetske mreže.

Glavni cilj diplomske naloge je preprost. Z izborom kakovostnega instrumenta, izbiro primernih stojišč ter ostalih točk mreže moramo ugotoviti dejansko dogajanje na objektu. Želimo potrditi oziroma ovreči hipotezo, da se na območju MHE Melje dogajajo premiki. V kolikor bo iz najmanj dveh različnih terminskih izmer razvidno, da se območje premika, bo v prihodnosti potrebna morebitna sanacija, da se prepreči posledice rušitve objekta.

Diplomska naloga bo predstavila primer projektiranja geodetske mreže na območju MHE Melje. V njej bo zajet tako teoretični kot praktični del izdelave te mreže.

1.2 Opis Male hidroelektrarne Melje

Mala hidroelektrarna (MHE) Melje leži na jezovni zgradbi v Melju. MHE Melje je najmanjša hidroelektrarna na slovenskem delu hidroelektrarn na reki Dravi. Njena primarna naloga je izkoristek biološkega minimuma, ki teče po naravni strugi reke Drave. (Wikipedija, http://sl.wikipedia.org/wiki/Mala_hidroelektrarna_Melje, 19. 08. 2012)



Slika 1: Lokacija MHE Melje (<http://www.geopedia.si/>, 06.09.2012)

Struga reke Drave se deli na dva dela. Večji del reke je preusmerjen na HE Zlatoličje. Ta del poteka po umetnem dovodnem kanalu, dolžine 17,2 km. Skozi ta kanal preteče $450 \text{ m}^3/\text{s}$ vode, ki poganja turbine v HE Zlatoličje. Voda nadaljuje pot po 6,2 km dolgem kanalu nato se znova združi s strugo reke Drave.

Manjši del pa poteka po stari strugi reke Drave. Potreben je t.i. biološki minimum vode. Tudi to vodo se izkoristi za generiranje elektrike.



Slika 2: Mala hidroelektrarna Melje

MHE Melje ima pretočno sposobnost 0,68 MW. Za proizvodnjo električne energije izkorišča predpisani zimski pretok v strugo Drave. Ta znaša $10 \text{ m}^3/\text{s}$. V poletnih mesecih, ko je te vode še več, do $20 \text{ m}^3/\text{s}$, se voda spusti skozi talni izpust v dovodnem kanalu (Wikipedija, http://sl.wikipedia.org/wiki/Mala_hidroelektrarna_Melje, 19. 08. 2012; Dravske elektrarne Maribor, <http://www.dem.si/slo/elektrarneinproizvodnja/18>, 19. 08. 2012).

2 VZPOSTAVITEV MREŽE

Geodetsko mrežo si lahko predstavljamo kot množico geodetskih točk, ki so skupaj povezane v določeno geometrijsko obliko. Te točke nam služijo kot izhodišče za nadaljnje meritve, izdelave kart in v primeru državne mreže za katastrsko izmerno (Breščak, 2006).

Geodetske mreže se med seboj zelo razlikujejo. Delijo se glede na: obseg, namen, koordinatni sistem in obliko.

Po obsegu jih delimo:

- na globalne, ki so največje in zasedajo območja več držav,
- na državne, ki obsegajo območja države,
- in na lokalne, ki so razvite na določenem območju posebej za določen projekt.

Glede na obliko poznamo: trigonometrične, poligonske, nivelmanske ali GNSS mreže. Če mreže delimo po namenu pa poznamo: horizontalne (položajne), višinske, trirazsežne (GNSS) ali gravimetrične mreže (Kogoj, 2006).

2.1 Namen

Geodetsko mrežo smo v konkretnem primeru razvijali lokalno in sicer na območju hidroelektrarne Melje. Mrežo je bilo potrebno razviti, ker je bila zaznana prevelika sila na sidru podpornega zidu, ki loči strugo biološkega minimuma reke Drave in glavno strugo reke Drave. Sila, ki je bila odčitana na merilcu, je nakazovala na premike in prekoračitev še nenevarnih sil. Z vzpostavitvijo mreže okoli HE Melje poskušamo z geodetskimi meritvami ugotoviti ali je sila, izmerjena na merilcu, posledica večjih in potencialno rušilnih premikov v območju samega objekta. Poskušali smo ugotoviti tudi smer in lokacijo premikov, na podlagi katere se bi dalo ugotoviti ali so potrebni določeni ukrepi na samem zidu.

2.2 Projekt geodetske mreže

Za vzpostavitev geodetske mreže se izdela projekt geodetske mreže. Za enkrat ne poznamo nobenega pravilnika, ki bi podrobno obravnaval obvezne sestavine projekta geodetske mreže. Projekt smiselno zaokrožimo na več faz. Projekt mreže obsega tako same terestrične metode in postopke izmere, kakor tudi končni finančni izračun. Projekt vključuje vse faze, ki so potrebne za vzpostavitev in izdelavo kakovostne in natančne geodetske mreže. Z njim posamezna podjetja lahko pristopajo na razpise.

Če želimo izdelati projekt geodetske mreže, moramo poznati širok spekter znanj v geodeziji. Seznanjeni moramo biti z osnovami geodetskih mrež, poznati metode meritev (triangulacija, trialteracija, itd.), izkušeni moramo biti pri delu z inštrumenti ter poznati njihove zmožnosti in omejitve. Poleg geodetskih znanj so potrebne tudi druge veštine kot so organizacijske sposobnosti, znati moramo finančno oceniti delo in predvideti stroške, poleg vsega pa tudi poznati nekatere negeodetske rešitve, ko smo soočeni z različnimi stabilizacijami stebrov in ostalih točk (Jagodič, 2007).

Vsebina projekta geodetske mreže se deli na (Kogoj, 2008):

- opis zastavljene naloge,
- idejni projekt mreže – skica mreže,
- vrsta in način stabilizacije točk mreže,
- instrumentarij in pribor,
- uporabljena metoda izmere,
- način izračuna iskanih vrednosti,
- a-priori ocena natančnosti meritev in iskanih količin,
- časovni plan in finančno ovrednotenje projekta.

Zgoraj naštete dele vsebine projekta geodetske mreže bomo na kratko opisali v naslednjih podpoglavljih.

2.2.1 *Opis zastavljene naloge*

V tej fazi opišemo osnovne zahteve projekta. Pomagamo si z razpisom, ki je definiral problem ter podal parametre in zahteve, ki jih moramo kot izvajalci izpolniti. Pomaga nam tudi pogovor z investitorjem, ki nam razjasni še kaka morebitna vprašanja.

Vedno začnemo z zahtevami investitorja. Zanima nas potrebna natančnost, ki jo je potrebno doseči pri projektu. Paziti moramo, da je ta primerna glede na nalogo, ki jo opravljamo. Velikokrat se zgodi, da investitor ne poda primerne natančnosti za določen projekt. Visoko natančnost je mogoče doseči, vendar se stroški projekta znatno povečajo. Iščemo torej optimalno rešitev tega problema, kjer ne žrtvujemo strokovnosti zaradi cene, pa tudi natančnost projekta prilagodimo konkretnim zahtevam naročnika. Velik vpliv na natančnost ima tudi oblika in velikost mreže.

2.2.2 Idejni projekt mreže – skica mreže

V to fazo vključimo tudi skico mreže, ki jo prikažemo na topografski podlagi. Na grafičnemu prikazu, v ustremnem merilu, pokažemo območje ter makrolokacijo točk. Hkrati nakažemo na vrsto ter število vseh meritev, ki jih bomo merili v mreži. Zelo uporaben je tudi digitalni model terena, če je le mogoče, saj tako lahko v grobem brez vegetacije določimo vidne vizure med točkami. Boljša možnost kot digitalni model terena pa je seveda ogled terena.

Preko te skice lahko sestavimo enačbe opazovanj in posledično matriko **B**. Skica mreže z makrolokacijami točk nam služi za simulacije, s katerimi ocenimo pričakovano natančnost opazovanj ter obnašanje v geometrijski obliki mreže. Odločamo se tudi o načinu meritev, ki je odvisen od dolžin ter geometrijske oblike mreže. Izbiramo med triangulacijo in trilateracijo ali kombinacijo obeh. V kombinirani mreži si želimo uskladitve med natančnostjo dolžin ter kotov.

2.2.3 Vrsta in način stabilizacije točk mreže

Tudi način stabilizacije je potrebno podrobno opisati v projektu geodetske mreže. Odvisen je od vrste mreže. Lokalne mreže potrebujejo drugačno stabilizacijo od globalnih. Ta del vsebuje skice točk ter nam pove o načinu postavitve posamezne točke. V njem opišemo način in natančnost centriranja instrumenta, reflektorjev ali tarč.

Zelo stabilne morajo biti točke inženirskeih mrež, kjer se praviloma uporablja prisilno centriranje. Stabilizacija točk in instrumenta ima ključno vlogo v kakovostni mreži, zato je ta del projekta geodetske mreže zelo pomemben.

2.2.4 Instrumentarij in pribor

Pod ta del projekta spadata kratek opis in tehnični podatki uporabljenega instrumentarija in pribora. Instrumentarij je izbran tako, da zadosti zahtevani natančnosti geodetske mreže. Zanimajo nas njegove zmožnosti. Lahko se poda tudi osnovni princip delovanja.

2.2.5 Uporabljena metoda izmere

V temu delu projekta geodetske mreže investitorja seznamimo z metodo, ki jo bomo uporabili. Podamo število in način posameznih meritev v mreži. Opišemo postopke, ki spadajo pod izbrano metodo.

2.2.6 Način izračuna iskanih vrednosti

V tej fazi opišemo celoten postopek izračuna iskanih količin. Razložimo postopke računanja sredin, redukcij, izravnave. Opredelimo matematično podlago oziroma matematični model našega projekta geodetske mreže.

2.2.7 A-priori ocena natančnosti meritev in iskanih količin

A-priori ocena je zelo pomembna za končno določitev natančnosti iskanih količin. Dobimo jo lahko subjektivno s poznavanjem lastnosti instrumenta ali z uporabo zakona o prenosu varianc in kovarianc. Tako izračunamo standardne deviacije in matriko uteži \mathbf{P} .

2.2.8 Časovni plan in finančno ovrednotenje projekta

Poleg prej naštete vsebine projekta geodetske mreže priložimo še finančno ovrednotenje in časovni plan projekta. V časovnem planu razložimo potek izmer, medtem ko v finančnem delu ocenimo vrednost oziroma ceno projekta geodetske mreže.

2.3 Simulacije

Simulacije opravljamo, ko želimo določen matematični model testirati ter preučiti njegovo obnašanje. Metode simulacij so postale razširjene z razvojem računalnikov. S simulacijami rešujemo lahko raznolike probleme, ki jih drugače ne bi mogli rešiti. Problemi, ki se pojavijo pri simulacijah, so odvisni od statističnih modelov ter od dolgotrajnih računalniških postopkov.

V našem primeru smo opravljali simulacije s programom SOM, ki nam je generiral opazovanja v mreži. Simulirali smo smeri ter dolžine v mreži. Program deluje na metodi Monte Carlo generiranja spremenljivk. Metodo sta podrobnejše predstavila Ambrožič in Turk (2000).

2.3.1 Metode Monte Carlo

Metode Monte Carlo zagotavljajo približne rešitve raznolikemu spektru matematičnih problemov z izvajanjem poskusov statističnega vzorčenja. Pod pojmom metode Monte Carlo štejemo različne metode, ki v glavnem izvedejo identičen proces. Ta proces vsebuje simuliranje velikega števila naključnih števil ali bolje rečeno slučajnih spremenljivk z upoštevanjem določenih verjetnostnih pravil oziroma z upoštevanjem določene verjetnostne funkcije, da dobimo odgovor na naš problem. Glavna karakteristika metod Monte Carlo je ta, da uporablja naključno generirana števila v svojih simulacijah.

Te metode so do bile ime po območju Monaka, Monte Carlo, v katerem je veliko igralnic, saj je prav ruleta dober primer naključnega generatorja številk (Pengelly, 2002).

Metode imajo svoje začetke v letu 1940, ko so se uporabljale za simulacije delovanja prve atomske bombe. Svojo širšo uporabo pa so doživele z razvojem računalnikov. Metode imajo poleg prednosti reševanja problemov s simulacijami tudi svoje slabosti. Slabosti takih simulacij so, da niso zelo natančne. Rezultat metode je le statistična ocena. Tak rezultat pridobimo na podlagi parametra neke slučajne spremenljivke. V preteklosti je bila slabost tudi v počasnosti postopka, kar pa se z razvojem računalnikov bistveno spreminja (Ambrožič in Turk, 2000).

Poznamo več tehnik metod Monte Carlo. To so: inverzna metoda, metoda sprejema in zavrnitve, polarna metoda, metoda trakov, mrežna metoda in druge.

2.3.1.1 Inverzna metoda

Metoda predpostavlja, da imamo dve slučajni spremenljivki. Prva slučajna spremenljivka X se porazdeljuje po porazdelitvi $F_X(x)$, druga slučajna spremenljivka U pa se enakomerno porazdeljuje med 0 in 1. $F_U(u) = u$ za vse u , kjer velja $0 \leq u \leq 1$. Imamo dva enako velika vzorca spremenljivk in ju razvrstimo po velikosti. Predpostavimo, da je verjetnost, da sta obe slučajni spremenljivki manjši od določenega i elementa, v obeh primerih enaka. To nam pove naslednja enačba:

$$P[X < x_i] = F_X(x_i) = P[U < u_i] = F_U(u_i) = u_i. \quad (1)$$

Iz tega lahko pridemo do enačbe za določitev elementa vzorca slučajne spremenljivke:

$$F_X(x_i) = u_i \rightarrow x_i = F_{X^{-1}}(u_i). \quad (2)$$

Iz tega lahko sklepamo, da če poznamo porazdelitveno funkcijo slučajne spremenljivke ter njeni inverzni funkciji, lahko s pomočjo enakomerno porazdeljene slučajne spremenljivke izračunamo vzorec iskane slučajne spremenljivke (Ambrožič in Turk, 2000).

2.3.1.2 Box in Müller metoda

V izbranem primeru smo imeli normalno porazdelitev. Ker porazdelitvene funkcije normalne porazdelitve ne poznamo v zaključeni obliki, si z inverzno metodo nismo mogli pomagati. Uporabili smo raje Box in Müllerjevo metodo. Ta metoda spada med polarne metode.

Pri tej metodi uporabimo dve neodvisni enakomerno porazdeljeni spremenljivki U_1 in U_2 med 0 in 1. Imamo vzorca obeh normalno porazdeljenih spremenljivk u_{1i} in u_{2i} . Za simulacijo normalno porazdeljene slučajne spremenljivke X uporabimo enačbo:

$$x_i = \sqrt{-2 \ln u_{1i}} \sin(2\pi u_{2i}). \quad (3)$$

V simulacijah smo predvidevali, da so opazovanja normalno porazdeljena okoli srednje vrednosti μ s standardno deviacijo σ . Zato smo danim vrednostim prišeli simuliran slučajni pogrešek:

$$y_i = \mu + x_i \sigma. \quad (4)$$

Povzeto po Ambrožič in Turk (2000).

2.4 Izbor instrumentarija in pribora

Kakovostno geodetsko mrežo lahko zagotovimo le, če imamo kakovostne meritve. Za dosego le teh, pa je seveda potrebna pravilna izbira instrumentarija in ostalega pribora. Odločitev za izbor instrumenta in ostalega pribora sprejmemo po izdelanih simulacijah, saj iz njih razberemo konkretno korelacijo med kakovostno mrežo in instrumentarijem ter priborom.

2.4.1 Instrument Leica TS30

Na razpolago smo imeli instrument Leica TS30. Specifikacije instrumenta smo imeli navedene v prospektu Leica TS30 Technical Data (http://www.geotech.sk/downloads/Totalne-stanice/TS30/TS30_Technical_Data_en.pdf, 16.5.2012). Instrument je zadostil našim potrebam po dolžinski natančnosti, saj po prospektu dosega 0,6 mm; 1ppm natančnost po standardu ISO 17123-4 ter 0,5" kotne natančnosti po standardu ISO 17123-3. Atmosferski pogoji za doseženo natančnost so oblačno vreme, brez meglice, vidljivost okoli 40 km in brez toplotnih mitgetanj.

Instrument, ki smo ga uporabili, je fazni razdaljemer. Delovanje faznih instrumentov je povzeto po knjigi Merjenje dolžin z elektronskimi razdaljemerji (Kogoj, 2005).



Slika 3: Instrument Leica TS 30 (<http://www.surveyequipment.com/>, 05.09.2012)

Razdaljemer deluje na podlagi moduliranega elektromagnetskega valovanja. Modulirano elektromagnetno valovanje dobimo tako, da združimo dve ali več elektromagnetnih valovanj iste vrste. Združujemo mersko in nosilno valovanje. Izvor nosilnega valovanja v našem primeru je laser. Zelo visoka frekvenca nosilnega valovanja zagotavlja premočrtnost razširjanja valovanja v atmosferi. To valovanje nosi informacijo o fazi ter zagotavlja velik doseg instrumenta. Mersko valovanje je modulirano z nosilnim valovanjem. Modulacija je lahko amplitudna ali frekvenčna. Najpogostejsa pri faznih instrumentih je amplitudna modulacija. Rezultat amplitudne modulacije je združitev nosilnega in merskega valovanja v valovanje, ki ima spremenljivo amplitudo.

Natančnost instrumenta je povezana s stabilnostjo ter z velikostjo modulacijske frekvence. Višje frekvence omogočajo natančnejše meritve. V našem primeru je ta 100 do 150 MHz, kar instrument uvršča med novo generacijo preciznih instrumentov (Kogoj, 2005).

Fazni razdaljemerji imajo kar nekaj prednosti pred impulznimi razdaljemerji (Kogoj, 2005):

- fazni princip meritev je najbolj preizkušena metoda merjenja dolžin,
- razdaljemerji so cenejši ter bolj kompaktni,
- meritve so neobčutljive na kratko prekinitev signala,
- nekateri razdaljemerji za merjenje kratkih razdalj ne potrebujejo niti reflektorja.

Imajo pa tudi nekaj slabosti. Same meritve lahko trajajo več časa, vendar pa se je z razvojem čas meritev bistveno skrajšal. Lahko pride do specifičnih cikličnih pogreškov faze. Za opravljanje meritev daljših razdalj je potrebno meriti z več modulacijskimi frekvencami, kar lahko slabša preciznost opazovanj. Zanje potrebujemo tudi bolj zapleteno optiko ter boljši vir napajanja kot pri impulznih.

Z instrumentom pa ne merimo samo dolžin, temveč opravljamo meritve vertikalnih ter horizontalnih kotov. Merjenje kotov se opravlja s pomočjo CCD kamere, ki preko posebnih algoritmov ugotovi točno nahajanje na limbu. Algoritom pri horizontalnih kotih primerja kodirano razdelbo s shranjenimi vrednostmi ter na ta način ugotovi točen položaj. Podobno meri tudi vertikalne kote, le da v tem primeru opravi primerjavo z dvema kodnima razdelbama. CCD kamere so nameščene v dveh smereh na vertikalni osi, kar preko algoritmov zagotavlja natančen odčitek zenitne razdalje (Kogoj, 2005).

Instrument Leica Geosystems TS30 ima vgrajeno funkcijo avtomatičnega prepoznavanja tarč ATR. Ko instrumentu podamo lokacije tarč, lahko samodejno opravi meritve v več girusih.

Preglednica 1: Specifikacije instrumenta Leica Geosystems TS30 R1000 (Leica TS30 Technical Data, 2012)

Osnovno		
	Delovno območje	20 °C do +50 °C
	Dozna libela	6' / 2 mm
	Alhidadna libela	2" / 2 mm
	Zaslonska natančnost	0,01" (0,01 mgon)
	Kompenzator	4'
Teodolit		
	Povečava daljnogleda	30 X
	Premer objektiva	42 mm
	Kotna natančnost	0,5"
Razdaljemer		
	Nosilno valovanje	658 nm
	Merska frekvenca	100 do 150 MHz
Referenčni pogoj	n_0	1,0002863
	p_0	1013,25 hPa
	t_0	12 °C
	Doseg (standardna GPR1 prizma)	1800 m / 1 prizma
		3500 m / 3 prizme
	Dolžinska natančnost	0,6 mm; 1ppm
	Najkrajša razdalja	1,5 m

Poleg instrumenta smo uporabljali stative in precizne reflektorje, trinožne podstavke, nosilce reflektorjev, žepni merski trak Leica GHM007.

2.4.2 Reflektorji

Reflektor je priprava, ki nam omogoča odboj elektromagnetcnega valovanja oz. svetlobnega žarka vzporedno s smerjo vpadnega žarka (Kogoj, 2005). Najpomembnejši sestavni del reflektorja je nedvomno prizma, po kateri reflektorje pogovorno imenujemo prizme. Prizmo si lahko predstavljamo kot steklene pravilno tristrano piramido, ki ima stranske ploskve prevlečene s tanko plastjo bakra. Ta plast nam omogoča odboj žarka. Steklena prizma je vdelana v ohišje.

Uporabljali smo dve vrsti prizem na dveh vrstah točk. Točke, ki so definirale geometrijsko obliko geodetske mreže, so imele nameščene precizne prizme Leica GPH1P, na ostalih točkah, ki so nam služile za opazovanje premikov na objektu, pa smo namestili mini prizme Leica GMP101.

Precizne prizme Leica GPH1P so zelo podobne navadnim okroglim prizmam, le da imajo zelo robustno ohišje, ki omogoča natančno signalizacijo. Izdelane so iz kovine. Na ohišju imajo vizir za lažje usmerjanje k instrumentu.

Mini prizme Leica GMP101 so manjše od preciznih prizem. Prizmo obdaja kovinska tarča, ki omogoča lažje in natančnejše naviziranje.



Slika 4: Prizmi GPH1P (levo) in Mini GMP101 (desno) (<http://www.surveyequipment.com/>, 05.09.2012)

Preglednica 2: Pregled reflektorjev z adicijskimi konstantami

Model	GPH1P	Mini GMP101
Material	Kovina	Kovina
Natančnost centriranja	0,3 mm	1 mm
Adicijska konstanta	0,00 mm	18,7 mm

Natančnost centriranja obeh prizem je bila zaradi načina stabilizacije večja kot je podana v preglednici. Podana natančnost centriranja velja za uporabo drugih načinov signalizacije.

Natančnosti centriranja, ki sta prikazani v preglednici 2, sta povzeti po prospektu Surveying Reflectors –White Paper Characteristics and Influences (<http://www.surveyequipment.com/PDFs/leica-white-paper-surveying-prisms.pdf>, 16.5.2012). Obe vrsti prizem sta bili komparirani. S komparacijo je bila ugotovljena adicijska konstanta.

2.4.3 Stativi

Uporabili smo Leicine stative Leica GST20. Stativi so trinožna stojala, ki omogočajo trdno in stabilno postavitev instrumenta ali reflektorja na ravnem ali nagnjenem terenu. Obstaja več izvedb stativa, lahko so aluminijasti ali leseni. Noge stativa so zložljive in raztegljive. Na koncu imajo kovinske kovice, da jih lahko stabiliziramo tako na trdi kot na blatni podlagi.



Slika 5: Stativ Leica GST20 (<http://www.surveyequipment.com/>05.09.2012)

2.4.4 Ostali pribor

Poleg opisanega pribora smo potrebovali tudi Leica trinožne podstavke GDF122, žepni merski trak Leica GHM007, nosilce reflektorjev, ter pripomočke za merjenje atmosferskih pogojev. Za določanje

trenutnih atmosferskih pogojev smo uporabljali psihrometer za merjenje suhe in mokre temperature in digitalni barometer Paroscientific 760-16B za merjenje tlaka.



Slika 6: Psihrometer (levo), digitalni barometer Paroscientific 760-16B (na sredini), nosilec reflektorja Leica GZR3 (desno zgoraj) in nosilec reflektorja Leica GZR2 (desno spodaj)
(<http://www.surveyequipment.com/>, 06.09.2012)

2.5 Stabilizacija

S simulacijami smo že načrtovali najboljšo možno geometrijsko postavitev točk. Poleg preciznih meritev, izravnave in dobre geometrijske postavitve je za veliko natančnost določitve koordinat točk mreže ključnega pomena tudi dobra lastna stabilizacija točk. Želeli smo imeti točko, ki bi bila lokalno stabilna, imela možnost prisilnega centriranja, ki bi čim manj tako fizično kot vizualno motila objekt in njegovo okolico ter ne bi povzročila velikih stroškov izgradnje (Vodopivec in Kogoj, 2005).

Točke, ki smo jih opazovali, so torej morale biti kar se da stabilne. Ker nam je instrument dovoljeval določanje premikov reda pod 0,6 mm, smo morali imeti tudi točke stabilizirane na način, ki bi zagotovljal pričakovano natančnost.

Uporabili smo dve vrsti stabilizacije točk in sicer betonski steber ter talno stabilizacijo.

2.5.1 Stabilizacija z betonskim stebrom

V mreži imamo dva stebra, na katera lahko privijemo podnožje instrumenta ozziroma reflektorja. Ta dva stebra sta postavljena na delu mreže, ki se nahaja na objektu. V našem primeru je objekt

zavarovan in hoja v neposredni bližini je prepovedana nepooblaščenim osebam. Zato smo lahko na tem delu mreže postavili stebra, saj nista tako moteča, kot bi bila na samem obrežju.



Slika 7: Betonski steber

Stabilizacija z betonskim stebrom je klasični način stabilizacije. Gre za betonske stebre v premeru okoli 30 do 40 cm in nadzemne višine okoli 130 do 140 cm. Običajno je betonski steber tudi vkopan v podlago cca. 120 cm. Za nosilec stebra se uporabi kompakten betonski temelj oziroma naravni kamen, toda v našem primeru to ni bilo mogoče. Stebri so bili postavljeni direktno na betonski objekt, zato se je stabilizacija stebra izvedla malo drugače. V podlago se je izvrtalo štiri luknje ter vanje postavilo železne palice. Te so združile betonski objekt s stebri in tako stabilizirale steber.

Stebri so običajno izdelani iz armiranega betona, okoli pa imajo temperaturni izolator, večkrat gre za plast peska ter zunanje lupine, za katero se uporabi betonsko cev. To omogoča večjo neobčutljivost pred temperaturnimi spremembami in ostalimi zunanjimi vplivi. V našem primeru je bil ta del pomanjkljivo izdelan. Izvajalci so uporabili plastično črno rebrasto cev, ki ima armirano betonsko sredico. Ta način na žalost ne omogoča dobre toplotne izolacije. Poleg tega pa črna barva in še večja površina, zaradi rebraste cevi, steber še bolj izpostavlja zunanjim vplivom.

Da lahko instrument privijemo na steber, se uporablja sistem za prisilno centriranje. Na vrhu stebra se postavi centrirano kovinsko ploščo s srčnim vijakom. Na srčni vijak se privije podnožje instrumenta, ki se uporabi za postavitev instrumenta oziroma reflektorja.

Na splošno lahko zapišemo pozitivne lastnosti stabilizacije z uporabo betonskih stebrov:

- ob kvalitetni izvedbi stabilizacije je mogoča velika lastna stabilnost točke ter
- omogočeno natančno prisilno centriranje.

Ta način izdelava pa ima tudi nekaj slabosti:

- velika masa stebra ter zato možnost lokalnega premika,
- če pride do nagiba, se ta odraža kot premik točke,
- vizualno in fizično moteč poseg v okolje,
- stalna višina stebra, ne glede na opazovalca in
- veliki stroški izdelave stebra.

Teorija stabilizacije z betonskim stebrom je povzeta po Vodopivec in Kogoj (2005).

2.5.2 *Talna stabilizacija*

Na obrežje smo postavili talne čepe, na katere lahko privijemo nosilec reflektorja. Ta talna stabilizacija je povsem nemoteča na ozkem prehodu med stavbo in reko. Na ta način smo zagotovili zelo kakovostno stabilizacijo geodetske mreže na delu izven objekta. Slabost takega načina stabilizacije je v tem, da na točko ne moremo postaviti instrumenta. Zato imamo v mreži v bližini predvideno še postavitev dveh stativov. Ta dva stativa sta nam omogočala privitje instrumenta. S tem realiziramo ekscentrično stojišče.

Stabilnost in nepremičnost točke zagotavlja sidro. To sidro je zavrtano v beton in zacementirano na mesto. Točki mreže imata odstranljiv nastavek za reflektor. Med terminskimi izmerami, ko ne izvajamo meritev, s posebnim izvijačem privijemo pokrovček, da točko zaščitimo.

Podoben način talne stabilizacije smo uporabili tudi za izmero detajlnih točk.



Slika 8: Talna stabilizacija (z leve najprej dve detajlni točki potem talna točka in na desni še plošča za instrument na vrhu betonskega stebra)

2.6 Opis metode izmere

Za določitev horizontalnih koordinat smo uporabili kombinacijo triangulacije ter trilateracije. Kotne meritve smo izvajali po girusni metodi, medtem ko smo višine določali s pomočjo trigonometričnega višinomerstva.

2.6.1 Girusna metoda

Pri tej metodi ne merimo horizontalnih kotov, temveč smeri. Koti so kasneje izračunani posredno in sicer kot razlike vrednosti smeri.

Preden začnemo opazovati po girusni metodi, si moramo izbrati začetno smer. Ta mora biti dobro vidna in dobro osvetljena, torej če je le mogoče, obrnjena stran od sonca, primerno oddaljena ter dobro definirana. Na točke viziramo najprej v prvi krožni legi in sicer v smeri urinega kazalca. Če opazujemo več smeri, naredimo še zaključno vizuro, ki nam služi kot kontrola. Z njo preverimo stabilnost instrumenta. Med samim girusom moramo paziti na stabilnost instrumenta, ter ob morebitni nehorizontalnosti girus ponoviti. Ko izmerimo prvo krožno lego, obrnemo daljnogled za 180° in nadaljujemo izmero v drugi krožni legi. V drugi krožni legi smeri opazujemo protiurno.

Opazujemo v več girusih in sicer v odvisnosti od želene natančnosti. V preteklosti, ko instrumenti še niso bili elektronski, se je zamikalo limb instrumenta, da so se odčitki vizur čitali na različnih delih limba.

Za girusno metodo je značilno, da opazujemo dve ali več smeri hkrati, ter da imajo izračunani koti isto teme. Vsi koti so merjeni v dveh krožnih legah, s čimer eliminiramo kolimacijski pogrešek in

pogrešek nehorizontalnosti vrtilne osi daljnogleda pri merjenju horizontalnih smeri ter indeksni pogrešek pri merjenju zenithnih razdalj. Če je kolimacijski pogrešek večji od dogovorjene vrednosti, so vizure slabo izmerjene in jih je treba ponoviti. Natančnost meritev enostavno povečujemo z več girusi. Rezultat girusne metode so reducirane smeri.

Girusna metoda pa ima tudi nekatere slabosti. Girus mora biti opravljen v celoti, drugače nam meritve ne zagotavljajo dobrega rezultata. Če je več smeri v girusu, se lahko instrument med girusom premakne, kar pomeni, da je potrebno girus znova izmeriti. Torej je potrebno opazovanja po girusni metodi opravljati hitro ter natančno.

Teorija girusne metode ja povzeta po Šilec (2010). Istočasno z merjenjem horizontalnih smeri smo merili tudi poševne dolžine v enakem številu ponovitev v obeh krožnih legah.

2.6.2 Trigonometrično višinomerstvo

V geodeziji poznamo dve natančnejši metodi za določitev višin točk. To sta geometrični nivelman ter trigonometrično višinomerstvo.

Pri določanju višinskih razlik smo uporabili trigonometrično višinomerstvo. To je ena izmed starejših metod geodetskih meritev. Uporablja se predvsem tam, kjer je potrebna visoka natančnost meritev, ter je slaba dostopnost točk z geometričnim nivelmanom. Natančnost metode je odvisna od raznolikosti terena, dolžine vizur, natančnosti instrumenta, vremenskih pogojev, ...

Višinsko razliko se določa na podlagi merjenega vertikalnega kota oziroma zenithne razdalje, ter merjene poševne ali izračunane horizontalne dolžine med točkama. Upoštevati je potrebno tudi višino instrumenta ter signala.

Zenitne razdalje merimo s teodoliti. Vertikalni krog teodolita mora ležati v vertikalni ravnini. Mesto čitanja na vertikalnem krogu zagotavlja kompenzator. Meritve opravljamo v obeh krožnih legah saj s tem eliminiramo indeksni pogrešek.

Enačba, ki smo jo uporabili pri meritvah višinskih razlik (Baumann, 1985):

$$\Delta H = S_r \cdot \cos z + \frac{S_r^2}{2R} (1 - k) \sin z + i - l. \quad (5)$$

Zenitna razdalja, popravljena zaradi refrakcije, je izračunana po enačbi:

$$z = z' + \frac{\delta}{2}, \quad (6)$$

kjer uporabimo,

$$\frac{\delta}{2} = \frac{D}{2R} k. \quad (7)$$

V enačbah (5)-(7) so:

S_r ... merjena dolžina popravljena za meteorološke in geometrične popravke,

D ... dolžina refrakcijske krivulje,

z' ... merjena zenitna razdalja (sredine girusov),

z ... zenitna razdalja popravljena zaradi refrakcije,

k ... koeficient refrakcije (0,13),

R ... polmer Zemlje (6370000 m),

i ... višina instrumenta in

l ... višina reflektorja.

3 PRIPRAVA MERITEV NA IZRAVNAVO

Po izvedenih meritvah moramo kote in dolžine pripraviti na izravnavo. Kotom računamo sredine, medtem ko dolžine reduciramo.

3.1 Priprava kotov

Kote merimo v dveh krožnih legah v več girusih. Za izravnavo pa potrebujemo sredine kotov. Le take količine lahko kasneje uporabimo v izravnavi.

3.1.1 Izračun sredin Hz smeri

Meritve smo opravljali po girusni metodi. Imeli smo torej smeri, merjene v vsakem girusu po dvakrat in sicer v prvi in drugi krožni legi. Če želimo kote uporabiti v nadaljnjih izračunih, jim moramo najprej izračunati sredino horizontalni smeri:

$$\alpha = Hz_I^{st} + \frac{Hz_I^{min\ sek} + Hz_{II}^{min\ sek}}{2}, \quad (8)$$

kjer so:

α ... horizontalna smer,

Hz_I^{st} ... odčitek horizontalne smeri v stopinjah v I. krožni legi in

$Hz_I^{min\ sek}, Hz_{II}^{min\ sek}$... odčitek horizontalne smeri v minutah in sekundah v I. ter v II. krožni legi.

Sledi izračun sredin smeri iz več girusov:

$$\bar{\alpha} = \frac{\alpha_{1,G} + \alpha_{2,G} + \dots + \alpha_{n,G}}{n}, \quad (9)$$

kjer so:

$\bar{\alpha}$... aritmetična sredina sredin smeri iz n -tih girusov,

$\alpha_{1,G}, \alpha_{2,G}, \dots, \alpha_{n,G}$... sredine smeri posameznih girusov in

n ... število vseh girusov.

Enačbe so povzete po Sluga (1990).

3.1.2 Izračun sredin zenithnih razdalj in višinskih razlik

Podobno kot smo merili horizontalne kote, tudi zenithne razdalje očitamo v dveh krožnih legah. Zato smo tudi zenithnim razdaljam računali sredino. Računali smo jo po enačbi:

$$z = \frac{V_I + V_{II} (+360^\circ)}{2}, \quad (10)$$

kjer sta:

z ... zenithna razdalja in

V_I, V_{II} ... odčitek zenithne razdalje v I. in v II. krožni legi.

Potem pa računamo še aritmetično sredino vseh girusov po enačbi:

$$\bar{z} = \frac{z_{1.G} + z_{2.G} + \dots + z_{n.G}}{n}, \quad (11)$$

kjer so :

\bar{z} ... aritmetična sredina sredin smeri iz n -tih girusov,

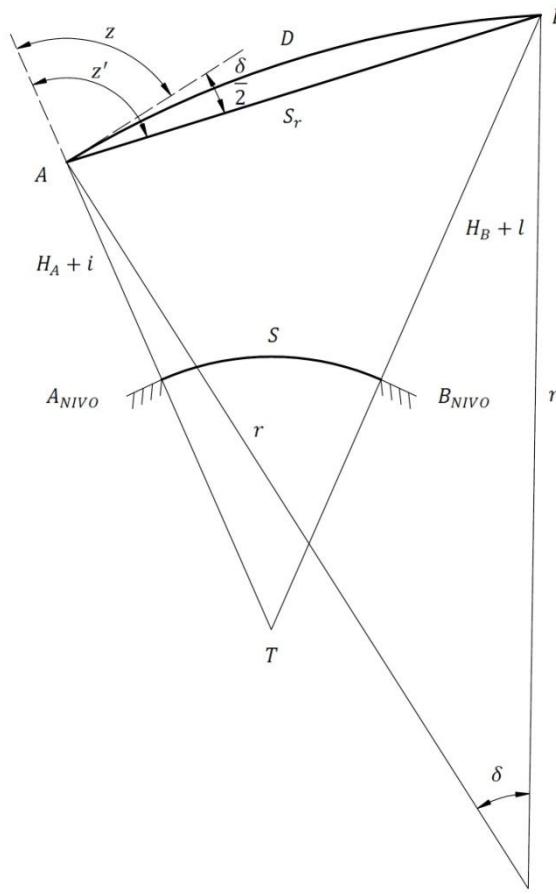
$z_{1.G}, z_{2.G}, \dots, z_{n.G}$... sredine smeri posameznih girusov in

n ... število vseh girusov.

Enačbe so povzete po Sluga (1990).

3.2 Redukcija dolžin

Rezultat meritev, ki jih opravljamo z elektronskimi razdaljemeri na terenu, so dolžine. Te dolžine pa še niso uporabne za nadaljnje izračune. Tako moramo dolžino še reducirati za meteorološke, geometrične in večkrat tudi projekcijske popravke, da so pripravljene za nadaljnjo uporabo. Vsa teorija redukcij dolžin je povzeta po Kogoj (2005).



Slika 9: Redukcija dolžin

3.2.1 Meteorološki popravki

Te popravke uvedemo zaradi lastnosti atmosfere. Instrument je bil zasnovan za delo v referenčnih pogojih, ki so drugačni od dejanskih na terenu.

Poznamo dva popravka in sicer prvi popravek hitrosti, ki popravi dolžino zaradi razlike v hitrosti potovanja svetlobe skozi spremenjeno atmosfero glede na referenčno atmosfero in drugi popravek hitrosti, ki odpravlja napako interpolacije meteoroloških parametrov. Drugega popravka hitrosti pri meritvah nismo upoštevali, saj je velikost popravka pri krajših dolžinah zanemarljivo majhna.

3.2.1.1 Prvi popravek hitrosti

Elektronsko izmerjeno dolžino na terenu označimo z D_a . Ta dolžina se nanaša na modulacijsko valovno dolžino λ_M . Izračunana je po enačbi:

$$\lambda_M = \frac{c_0}{n_0 \cdot f_M}. \quad (12)$$

V enačbi so:

- n_0 ... referenčni lomni količnik,
- c_0 ... hitrost svetlobe v vakuumu in
- f_M ... frekvenca elektromagnetskega modeliranega valovanja (svetlobe).

Če n_0 izrazimo, dobimo enačbo:

$$n_0 = \frac{c_0}{\lambda_M \cdot f_M}. \quad (13)$$

Dolžina D_a je vezana na referenčni lomni količnik posameznega instrumenta n_0 , ki se izračuna glede na referenčne pogoje. Proizvajalec poda pogoje v sami specifikaciji instrumenta. V trenutku merjenja so pogoji atmosfere drugačni od referenčnih. Zato je potrebno izračunati dejanski lomni količnik n_D . Izračuna se ga na podlagi izmerjenih meteoroloških parametrov, temperature t , zračnega tlaka p in delnega tlaka vodne pare e , po empiričnih enačbah.

Ker valovanje, ki ga uporablja razdaljemer, ni monokromatično in se zaradi več vplivov (sredstvo skozi katero se širi, oddajna in sprejemna optika) obnaša kot več harmoničnih valovanj. Ta harmonična valovanja tvorijo razne tako imenovane grupe, ki potujejo z grupno hitrostjo c_G . Grupno hitrost povežemo z efektivno valovno dolžino λ_{Neff} . Efektivna valovna dolžina predstavlja težišče intenzitete valovnih dolžin grup v valovanju razdaljemera. Grupni lomni količnik n_G določimo z enačbo:

$$n_G = \frac{c_0}{c_G}. \quad (14)$$

Grupni lomni količnik je določen z Cauchyjevo interpolacijsko enačbo s pomočjo empirično določenih konstant:

$$(n_G - 1) \cdot 10^6 = N_G = A + 3 \frac{B}{\lambda_{Neff}^2} + 5 \frac{C}{\lambda_{Neff}^4}. \quad (15)$$

Konstante so povzete po Ciddor in Hill (1999) in so napisane v preglednici 3.

Preglednica 3: Konstante A, B in C (Ciddor in Hill, 1999)

Konstante		
A	B	C
287,6155	1,62887	0,01360

Ker so dolžine merjene v dejanski in ne v normalni atmosferi, nadaljujemo izračun z interpolacijo po enačbi Barrel-Sears (preuredil Kohlarausch):

$$n_D = 1 + \frac{n_G - 1}{1 + \alpha t} \frac{p}{760} - \frac{5.5 \cdot 10^{-8}}{1 + \alpha t} e, \quad (16)$$

za p in e podane v enotah [torr],

$$n_D = 1 + \frac{n_G - 1}{1 + \alpha t} \frac{p}{1013.25} - \frac{4.1 \cdot 10^{-8}}{1 + \alpha t} e, \quad (17)$$

za p in e podane v enotah [hPa],

kjer so:

n_D ... grupni lomni količnik svetlobe pri dejanskih pogojih (t, p, e),

p ... zračni tlak,

t ... temperatura v $^{\circ}\text{C}$,

e ... delni tlak vodne pare in

α ... razteznostni koeficient zraka $\alpha=1/273.16=0.00366$ v $^{\circ}\text{C}^{-1}$

Za izračun delnega tlaka vodne pare uporabimo Sprungovo enačbo:

$$e = E_m - (t - t_m) \frac{K}{755} p, \quad (18)$$

kjer so:

t ... temperatura suhega termometra v $^{\circ}\text{C}$,

t_m ... temperatura mokrega termometra v $^{\circ}\text{C}$,

p ... zračni tlak v [hPa] oziroma [torr],

E_m ... nasičeni tlak vodne pare izračunan s temperaturo mokrega termometra v [hPa] oziroma [torr] in

K ... konstanta.

Nasičeni tlak vodne pare E_m izračunan s temperaturo mokrega termometra, izračunamo po empirični enačbi po Magnus-Tetensu:

$$E_m = 10^{\left(\frac{\alpha t_m}{\beta + t_m} + \gamma\right)}. \quad (19)$$

Preglednica 4: Vrednosti konstant za izračun E_m in e

Mokri termometer	K	α	β	γ če E_m v [hPa]	γ če E_m v [torr]
Pod vodo ($t_m > 0^\circ\text{C}$)	0,50	7,5	237,5	0,7857	0,66077
Pod ledom ($t_m < 0^\circ\text{C}$)	0,43	9,5	265,5	0,7857	0,66077

Ko imamo izračunan dejanski lomni količnik n_D , lahko naprej računamo prvi popravek hitrosti k_n .

Izhajamo iz dejstva, da je optična pot za referenčne in dejanske pogoje enaka. Lahko zapišemo:

$$D \cdot n_D = D_a \cdot n_0 \Rightarrow D = \frac{n_0}{n_D} \cdot D_a \quad (20)$$

Prvi popravek hitrosti k_n enostavno prištejemo dolžini, ki jo instrumenti izpišejo:

$$D = D_a + k_n \Rightarrow k_n = D - D_a \quad (21)$$

Ob predpostavki, da je n_D blizu 1, lahko s preoblikovanjem enačbe dobimo izraz za k_n :

$$k_n = D_a \frac{n_0 - n_D}{n_D} \approx D_a(n_0 - n_D). \quad (22)$$

3.2.2 Geometrični popravki

Geometrični popravki popravijo prostorsko krivuljo D na dolžino kamen – kamen. Prostorska krivulja D je definirana z refrakcijsko krivuljo. To preko pripadajoče tetine med instrumentom in reflektorjem reduciramo na nivo terena in dobimo dolžino kamen – kamen.

Dolžino reduciramo postopno in sicer v treh korakih. Najprej reduciramo zaradi ukrivljenosti merskega žarka, sledi redukcija zaradi horizontalne ekscentritete razdaljemera in reflektorja ter redukcija na poševno dolžino na izbranem nivoju.

3.2.2.1 Popravek zaradi ukrivljenosti merskega žarka

Zemljo obdaja atmosfera, kateri z višino gostota zraka pada. Zaradi spremembe gostote zraka se merjena dolžina v atmosferi lomi in je grafično predstavljena z krivuljo. Če predpostavimo, da so okoli Zemlje koncentrični krogi, v katerih je zrak z enako gostoto, lahko dolžino, ki jo merimo v vertikalni ravnini, aproksimiramo z delom krožnega loka. Ta lok ima svojo konkavno stran obrnjeno proti površju Zemlje.

Če želimo dolžino refrakcijske krivulje D reducirati na prostorsko dolžino S_r , moramo dolžini D prišteti popravek k_r :

$$S_r = D + k_r. \quad (23)$$

Popravek k_r izračunamo po enačbi:

$$k_r = -k^2 \frac{D^3}{24R^2}, \quad (24)$$

kjer so:

D ... dolžina reducirana za meteorološke popravke,

R ... polmer Zemlje (6370000 m) in

k ... koeficient refrakcije, ki v našem primeru (glede na kraj na Zemlji in uporabljen instrument) znaša 0,13.

3.2.2.2 Redukcija zaradi horizontalne ekscentritete razdaljemera in reflektorja

Mersko dolžino moramo popraviti za adicijsko konstanto k_a . Ta je sestavljena iz dveh ekscentritet in sicer iz ekscentritete referenčnega signala K_l (ekscentriteta razdaljemera) ter iz ekscentritete merskega signala K_R (ekscentriteta reflektorja).

Do ekscentritete referenčnega signala K_l prihaja zaradi nesovpadanja stojiščne osi instrumenta in mesta oddaje ter sprejema elektronskega valovanja.

Ekscentriteta merskega signala K_R nastaja na samem reflektorju, kjer prihaja do razlike med točko odboja žarka in stojiščno osjo. Ta je odvisna od posameznega reflektorja, saj tudi med istimi modeli reflektorjev lahko pride do velikih odstopanj.

Adicijsko konstanto k_a torej dobimo tako, da seštejemo obe ekscentriteti:

$$k_a = K_l + K_r. \quad (25)$$

Adicijska konstanta je določena s komparacijo oz. primerjavo z znano dolžino.

Natančnost določitve tega popravka znatno vpliva na končno natančnost dolžine, zato ga je potrebno čim natančneje določiti.

Popravljeno dolžino enostavno dobimo tako, da adicijsko konstanto prištejemo k vrednosti dolžine:

$$S'_r = S_r + k_a. \quad (26)$$

3.2.2.3 Izračun poševne razdalje na nivoju terena

Ker postavljamo instrument ter reflektor na betonski steber, je potrebna tudi redukcija na nivo terena. Zanima nas namreč razdalja med točkami na terenu in ne razdalja med stativom in reflektorjem. V našem primeru te redukcije nismo izračunali, saj smo višino instrumenta upoštevali v naslednji redukciji. Zato smo namesto dolžine S_K , ki bi jo izračunali z redukcijo poševne razdalje na nivo terena, uporabili kar dolžino S'_r .

3.2.3 Projekcijski popravki

Pri projekcijskih popravkih želimo dolžino reducirati najprej na referenčno ploskev ter nato še na projekcijsko ravnino. Potrebovali smo zenitne razdalje, ki smo jih izračunali s trigonometričnim višinomerstvom. Redukcija je potekala na skupno nivojsko ploskev. Ker je mreža lokalna, je bila višina nivojske ploskve določena kot višina točke O3 v mreži. Dolžine so se tako najbolj približale dejanskim dolžinam v naravi.

Dolžine smo reducirali na direkten način. Uporabili smo enačbo:

$$S_0 = R \cdot \arctan \frac{S_K \cdot \sin z}{(R + H_i) \cdot S_K \cos z}, \quad (27)$$

kjer so:

S_0 ... reducirana razdalja na izbran nivo,

S_K ... prostorska tetiva (v našem primeru smo uporabili razdaljo S'_r),

H_i ... višina instrumenta (v našem primeru smo imeli izhodišče v točki O3),

R ... polmer Zemlje (6370000 m) in

z ... zenitna razdalja računana po enačbi (6).

Vse enačbe redukcij dolžin so povzete po Kogoj (2005).

4 IZRAVNAVA

Za dobre in kakovostne rezultate moramo opraviti nadštevilna opazovanja. Ta opazovanja pa nam podajo več različnih rešitev matematičnega modela. Ker želimo samo eno rešitev, je potrebna izravnava. Izravnava nam omogoča, da dobimo optimalno rešitev.

V našem primeru smo izravnavo izvedli s programom GeM. Program deluje po principu posredne izravnave. Vhodna datoteka je vsebovala opazovanja, natančnosti opazovanj ter koordinate danih točk in približne koordinate novih točk. Izravnavo smo naredili dvakrat in sicer kot prosto in kot vklopljeno mrežo. Izravnava proste mreže nam je dala možnost odkrivanja grobih pogreškov med opazovanji, saj bi tako dobili velike vrednosti popravkov opazovanj.

4.1 Izračun izravnanih vrednosti

Opazovanja smo izravnivali posredno po metodi najmanjših kvadratov. Metoda najmanjših kvadratov zahteva, da so popravki opazovanj minimalni, kar lahko zapišemo kot:

$$\Phi = p_1 v_1^2 \cdot p_2 v_2^2 \cdot \dots \cdot p_n v_n^2 = \sum_{i=1}^n p_i v_i^2, \quad (28)$$

kjer so:

v ... popravki opazovanj,

p ... uteži opazovanj in

n ... število vseh opazovanj.

Če enačbo zapišemo v matrični obliki, jo zapišemo kot:

$$\Phi = \mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v}, \quad (29)$$

kjer sta:

\mathbf{v} ... vektor popravkov opazovanj in

\mathbf{P} ... matrika uteži opazovanj.

4.1.1 Izračun izravnanih vrednosti z uporabo normalnih enačb

Najbolj pogost način iskanja rešitve je z uporabo metode najmanjših kvadratov. Iščemo minimum funkcije Φ , zato diferenciramo enačbo (29) in jo enačimo z nič (Mihajlovič, 1981):

$$\Phi = \mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v} = \min. \quad (30)$$

Dobimo:

$$d\mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v} + \mathbf{v}^T \mathbf{P} d\mathbf{v} = 0, \quad (31)$$

ko transponiramo prvi del enačbe in upoštevamo $\mathbf{P}^T = \mathbf{P}$, dobimo:

$$\mathbf{v}^T \mathbf{P} d\mathbf{v} + \mathbf{v}^T \mathbf{P} d\mathbf{v} = 0, \quad (32)$$

ozziroma:

$$\mathbf{v}^T \mathbf{P} d\mathbf{v} = 0. \quad (33)$$

Če diferenciramo enačbo za posredno izravnavo:

$$\mathbf{v} = \mathbf{f} - \mathbf{B}\Delta, \quad (34)$$

dobimo:

$$d\mathbf{v} = -\mathbf{B}d\Delta. \quad (35)$$

Enačbo (35) vstavimo v enačbo (33) ter dobimo:

$$-\mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{B} d\Delta = 0. \quad (36)$$

Enačbo pomnožimo z -1 ter rešimo in dobimo:

$$\mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{B} = 0. \quad (37)$$

Če enačbo transponiramo dobimo:

$$\mathbf{B}^T \mathbf{P} \mathbf{v} = 0. \quad (38)$$

Namesto vektorja \mathbf{v} v enačbo (38) vstavimo enačbo (34):

$$\mathbf{B}^T \mathbf{P} (\mathbf{f} - \mathbf{B}\Delta) = 0, \quad (39)$$

$$\mathbf{B}^T \mathbf{P} \mathbf{f} - \mathbf{B}^T \mathbf{P} \mathbf{B}\Delta = 0, \quad (40)$$

$$\mathbf{B}^T \mathbf{P} \mathbf{B}\Delta = \mathbf{B}^T \mathbf{P}\mathbf{f}. \quad (41)$$

Sedaj lahko zapišemo kot:

$$\mathbf{N} = \mathbf{B}^T \mathbf{P} \mathbf{B}, \quad (42)$$

ter

$$\mathbf{t} = \mathbf{B}^T \mathbf{P} \mathbf{f}, \quad (43)$$

kjer so:

\mathbf{N} ... matrika koeficientov normalnih enačb

\mathbf{t} ... vektor prostih členov.

Torej dobimo enačbo:

$$\mathbf{N}\Delta = \mathbf{t}. \quad (44)$$

Rešitev problema izravnave je:

$$\Delta = \mathbf{N}^{-1} \mathbf{t}. \quad (45)$$

Tak način iskanja rešitve ni najbolj stabilen. To pomeni, da že majhna sprememba v sistemu povzroči opazno razliko v rešitvi. Do problemov prihaja tudi v prostih mrežah. V prostih mrežah imamo pre malo podanih količin in potrebujemo dodatne količine. Sistem lahko odpove v primeru, ko je matrika singularna, t.j. ko je determinanta \mathbf{N} enaka nič. V takih primerih uporabimo na primer izravnavo z vezmi, pogoji med neznankami ali pa izravnavo z razcepom po singularnih vrednostih.

4.1.2 Izravnava z razcepom po singularnih vrednostih (metoda SVD)

Ko imamo slabo pogojene ali singularne sisteme, ne moremo uporabiti metode razcepa z normalnimi enačbami. V tem primeru lahko uporabimo metodo SVD (ang. Singular Value Decomposition). Postopek je povzet po Ambrožič, et. al (1994).

Matriko koeficientov enačb popravkov \mathbf{B} razcepimo na tri matrike:

$$\mathbf{B} = \mathbf{U}\mathbf{W}\mathbf{V}^T, \quad (46)$$

kjer so:

\mathbf{U} in \mathbf{V} ... kvadratni ortogonalni matriki in
 \mathbf{W} ... pravokotna diagonalna matrika singularnih vrednosti.

Za matriki \mathbf{U} in \mathbf{V} drži:

$$\mathbf{U}^T\mathbf{U} = \mathbf{U}\mathbf{U}^T = \mathbf{I} \text{ in } \mathbf{V}^T\mathbf{V} = \mathbf{V}\mathbf{V}^T = \mathbf{I}. \quad (47), (48)$$

Za nadaljnji izračun bomo upoštevali ekvivalentno enačbo za izračun popravkov, ki jo dobimo preko tretjega Schreiberjevega pravila. Težimo k temu, da bi imele vse enačbe popravkov utež enako ena.

Enačbo popravkov lahko zapišemo kot:

$$v = ax + by + \dots + ut + f, \quad (49)$$

z utežjo p .

Če enačbo zamenjamo z ekvivalentno enačbo dobimo:

$$v' = qv = qax + qby + \dots + qut + qf, \quad (50)$$

z utežjo p/q^2 .

Sedaj lahko izračunamo vrednost faktorja q , s katerim je treba pomnožiti koeficiente leve in desne strani posamezne enačbe:

$$\frac{p}{q^2} = 1 \rightarrow q = \sqrt{p}. \quad (51)$$

Z uporabo tega pravila lahko zapišemo enačbo (30) kot:

$$\Phi = \mathbf{v}'^T \mathbf{v}'. \quad (52)$$

Enačbo lahko sedaj preoblikujemo in zapišemo kot :

$$\Phi = \|\mathbf{v}\|_2^2 \text{ oziroma } \Phi = \|\mathbf{f} - \mathbf{B}\Delta\|_2^2. \quad (53), (54)$$

Če enačbo pomnožimo z ortogonalno matriko \mathbf{U}^T , se norma $\|\mathbf{v}\|_2^2$ ne spremeni:

$$\Phi = \|\mathbf{U}^T \mathbf{f} - \mathbf{U}^T \mathbf{B}\Delta\|_2^2, \quad (55)$$

$$\Phi = \|\mathbf{U}^T \mathbf{f} - \mathbf{U}^T \mathbf{B} \mathbf{V} \mathbf{V}^T \Delta\|_2^2. \quad (56)$$

Iz osnovne enačbe (46) lahko izpeljemo:

$$\mathbf{B}\mathbf{V} = \mathbf{U}\mathbf{W}. \quad (57)$$

To uporabimo ob preoblikovanju enačbe (56) in dobimo (Lyche, 2006) :

$$\Phi = \|\mathbf{U}^T \mathbf{f} - \mathbf{W} \mathbf{V}^T \Delta\|_2^2. \quad (58)$$

Sledi:

$$\begin{aligned} &= \left\| \begin{bmatrix} \mathbf{U}_1^T \mathbf{f} \\ \mathbf{U}_2^T \mathbf{f} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{W}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_1^T \Delta \\ \mathbf{V}_2^T \Delta \end{bmatrix} \right\|_2^2 = \\ &= \left\| \begin{bmatrix} \mathbf{U}_1^T \mathbf{f} - \mathbf{W}_1 \mathbf{V}_1^T \Delta \\ \mathbf{U}_2^T \mathbf{f} \end{bmatrix} \right\|_2^2 = \\ &= \|\mathbf{U}_1^T \mathbf{f} - \mathbf{W}_1 \mathbf{V}_1^T \Delta\|_2^2 + \|\mathbf{U}_2^T \mathbf{f}\|_2^2, \end{aligned} \quad (59)$$

kar lahko zapišemo kot:

$$\sum_{i=1}^u (-w_i \mathbf{v}_i^T \Delta + \mathbf{u}_i^T \mathbf{f})^2 + \sum_{i=u+1}^n (\mathbf{U}_i^T \mathbf{f})^2, \quad (60)$$

kjer so:

$w_i \dots$ so diagonalni členi matrike \mathbf{W} ,
 \mathbf{u}_i in $\mathbf{v}_i \dots$ stolpci pripadajočih matrik \mathbf{U} in \mathbf{V} .

Drugi člen enačbe bo vedno večji od nič, medtem ko je prvi lahko enak nič. Torej, če želimo poiskati minimum funkcije, da zadostimo pravilu metode najmanjših kvadratov, iščemo rešitve, ko je prvi člen enak nič.

$$\sum_{i=1}^u (-w_i \mathbf{v}_i^T \Delta + \mathbf{u}_i^T \mathbf{f})^2 = 0. \quad (61)$$

Vsota kvadratov je enaka nič le takrat, ko so vsi členi enaki nič. Iz tega sledi:

$$\mathbf{v}_i^T \Delta = \frac{\mathbf{u}_i^T \mathbf{f}}{w_i} \quad \text{za } i = 1, \dots, u. \quad (62)$$

Če enačbo zapišemo v matrični obliki dobimo:

$$\mathbf{V}^T \Delta = \bar{\mathbf{W}}^{-1} \bar{\mathbf{U}}^T \mathbf{f}, \quad (63)$$

kjer so:

$\bar{\mathbf{U}}$... podmatrika matrike \mathbf{U} in
 $\bar{\mathbf{W}}$... kvadratna diagonalna podmatrika matrike \mathbf{W} .

Zaradi diagonalnosti matrike \mathbf{W} je inverzna matrika izračunana kot :

$$\bar{\mathbf{W}}^{-1} = \text{diag}\left(\frac{1}{w_i}\right), \quad (64)$$

$w_i \neq 0$, ker rešujemo nesingularen sistem za $i = 1, \dots, u$. Končna enačba je:

$$\Delta = \mathbf{V} \bar{\mathbf{W}}^{-1} \bar{\mathbf{U}}^T \mathbf{f}. \quad (65)$$

Enakost med rešitvijo po SVD in normalnimi enačbami dokažemo tako, da matriko \mathbf{B} razcepimo na matrike $\bar{\mathbf{U}}, \mathbf{V}$ in $\bar{\mathbf{W}}$ (46). Matrika uteži \mathbf{P} zaradi tretjega Schreiberjevega pravila ne nastopa v enačbah.

Izhajamo iz enačbe:

$$\Delta = \mathbf{N}^{-1} \mathbf{t}. \quad (66)$$

Če jo zapišemo drugače, dobimo:

$$\Delta = (\mathbf{B}^T \mathbf{P} \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} \mathbf{f}. \quad (67)$$

Matriko \mathbf{B} razcepimo po SVD in vstavimo v enačbo (67) ter tako dobimo:

$$\Delta = (\mathbf{V} \bar{\mathbf{W}} \bar{\mathbf{U}}^T \bar{\mathbf{U}} \bar{\mathbf{W}} \mathbf{V}^T)^{-1} \mathbf{V} \bar{\mathbf{W}} \bar{\mathbf{U}}^T \mathbf{f}, \quad (68)$$

$$\Delta = (\mathbf{V} \bar{\mathbf{W}} \bar{\mathbf{W}} \mathbf{V}^T)^{-1} \mathbf{V} \bar{\mathbf{W}} \bar{\mathbf{U}}^T \mathbf{f}, \quad (69)$$

$$\Delta = \mathbf{V} \bar{\mathbf{W}}^{-1} \bar{\mathbf{W}}^{-1} \mathbf{V}^T \mathbf{V} \bar{\mathbf{W}} \bar{\mathbf{U}}^T \mathbf{f}, \quad (70)$$

$$\Delta = \mathbf{V} \bar{\mathbf{W}}^{-1} \bar{\mathbf{U}}^T \mathbf{f}. \quad (71)$$

S tem smo dokazali enakost rešitve metode SVD (65) z metodo z normalnimi enačbami (71).

Reševanje z razcepom po SVD potrebuje večje število računalniških operacij ter shranjenih matrik kot reševanje z normalnimi enačbami. Je univerzalna metoda za rešitev singularnosti. Rešitev, ki jo izračunamo, je neodvisna od ranga matrike. Omogoča nam hitrejše odkrivanje napak, saj nam na napake nakazujejo veliki popravki po izravnavi. Razcep SVD smo uporabili pri simulacijah v programu za izravnavo mrež GeM.

4.2 Geodetski datum

Po definiciji je geodetski datum definiran kot najmanjše število danih količin oz. konstant za določitev lege, orientacije in velikosti matematičnega modela v predhodno definiranem koordinatnem sistemu. Geodetska opazovanja omogočajo samo notranja opazovanja oziroma relativne koordinate točk.

Problem geodetskega datuma se pojavlja predvsem v meritvah najvišje natančnosti. Če bi take meritve vezali na obstoječ državni koordinatni sistem, bi manjšali natančnost meritev z izravnavo. Zato koordinate točk ne merimo v globalnih koordinatnih sistemih, temveč jih z njimi povežemo preko geodetskega datuma.

Ko izvajamo meritve, lahko nekatera opazovanja že določijo nekatere parametre geodetskega datuma. Če imamo premalo datumskih parametrov, imenujemo tak datum poddoločen geodetski datum. Ko je

število vseh parametrov zajeto v opazovanjih, imenujemo tak datum enolično določen geodetski datum. Zadnja možnost je primer, ko imamo večje število parametrov, kot je potrebno. Tak geodetski datum imenujemo predoločen geodetski datum. Tak primer nam ne zagotavlja enolične rešitve.

Geodetski datum se skozi čas spreminja. Točke se lahko premaknejo ter tako spremenijo geodetski datum. Problem nastaja tudi s tehnološkim razvojem merske opreme. S časom novi geodetski instrumenti dosegajo večje natančnosti in večjo kvaliteto meritev.

Število potrebnih parametrov za določitev geodetskega datuma je odvisno od razsežnosti prostora in vrste opazovanj, ki jih opravljamo. Parametri, potrebni za zagotovitev določenega geodetskega datuma, so zasuk ali rotacija, premik ali translacija in merilo.

Teorija je povzeta po Marjetič in Stopar (2007).

Preglednica 5: Potrebni datumski parametri pri različnih vrstah geodetskih mrež

Tip mreže	Datumski parametri	Defekt datuma
1D višinska mreža	1 translacija	1
2D položajna mreža	2 translacije (vzdolž osi x in y) 1 rotacija (okrog osi z) 1 merilo	4
3D geodetska mreža	3 translacije (vzdolž osi x , y in z) 3 rotacije (okrog osi x , y in z) 1 merilo	7

4.2.1 Definiranje geodetskega datuma z minimalnim številom zunanjih opazovanj

Datumske parametre matematičnega modela bi morala zagotoviti zunanja opazovanja, toda v praksi se pogosto srečamo s primerom, ko so zunanja opazovanja bistveno manjše natančnosti kot notranja. To pomeni, da taka opazovanja lahko vplivajo na notranjo geometrijo, kar pa seveda ne želimo. Notranja geometrija matematičnega modela naj bi bila določena izključno z notranjimi opazovanji. To nas privede do vzpostavitve določenih zahtev oziroma vezi, ki dodatno ne obremenjujejo notranjih opazovanj. Geodetski datum torej definiramo tako, da zunanja opazovanja nimajo vpliva na translacijo, rotacijo ali spremembo merila notranjih opazovanj. Število teh parametrov je enako defektu datuma.

4.2.1.1 Definiranje geodetskega datuma v enodimenzionalnem prostoru

Za definiranje datuma v 1D prostoru imamo naslednjo vezno enačbo:

$$\delta H_1 = 0. \quad (72)$$

Enačba zagotavlja, da se višina izhodiščne točke T_1 ne premakne. Izpolniti moramo pogoj:

$$\mathbf{D}^T \Delta = 0, \quad (73)$$

kjer sta:

$$\mathbf{D}^T = [1 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0], \quad (74)$$

$$\Delta = [\delta H_1 \ \delta H_2 \ \delta H_3 \ \dots \ \delta H_m]^T. \quad (75)$$

4.2.1.2 Definiranje geodetskega datuma v dvodimenzionalnem prostoru

Za definiranje datuma v 2D prostoru imamo naslednje vezne enačbe (Marjetič, 2006; Marjetič in Stopar, 2007):

$$\delta y_1 = 0, \quad (76)$$

$$\delta x_1 = 0. \quad (77)$$

Enačbi (76) in (77) zagotavlja, da se točka T_1 ne premakne.

Vezna enačba

$$v_{v_1^2} = \mathbf{b}_{v_1^2}^T \delta \mathbf{p}_{12} = 0 \quad (78)$$

zagotavlja nespremenjeno orientacijo med T_1 in T_2 , kjer sta :

$$\mathbf{b}_{v_1^2}^T = [-b_1 \ -b_2 \ b_1 \ b_2] = \left[\frac{\Delta x_{12}^0}{(s_{12}^0)^2} \ -\frac{\Delta y_{12}^0}{(s_{12}^0)^2} \ -\frac{\Delta x_{12}^0}{(s_{12}^0)^2} \ \frac{\Delta y_{12}^0}{(s_{12}^0)^2} \right], \quad (79)$$

$$\delta \mathbf{p}_{12} = [\delta y_1 \ \delta x_1 \ \delta y_2 \ \delta x_2]^T. \quad (80)$$

Vezna enačba

$$v_{s_{12}} = \mathbf{b}_{s_{12}}^T \delta \mathbf{p}_{12} = 0 \quad (81)$$

pa zagotavlja nespremenjeno merilo med T_1 in T_2 ,

kjer je:

$$\mathbf{b}_{s_{12}}^T = [-f_1 \quad -f_2 \quad f_1 \quad f_2] = \left[\frac{\Delta y_{12}^0}{s_{12}^0} \quad \frac{\Delta x_{12}^0}{s_{12}^0} \quad -\frac{\Delta y_{12}^0}{s_{12}^0} \quad -\frac{\Delta x_{12}^0}{s_{12}^0} \right]. \quad (82)$$

Vse skupaj lahko zapišemo tudi v matrični obliki enačbe (73), kjer sta:

$$\mathbf{D}^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ -b_1 & -b_2 & b_1 & b_2 & \cdots & 0 & 0 \\ -f_1 & -f_2 & f_1 & f_2 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (83)$$

$$\boldsymbol{\Delta} = [\delta y_1 \quad \delta x_1 \quad \delta y_2 \quad \delta x_2 \quad \cdots \quad \delta y_m \quad \delta x_m]^T. \quad (84)$$

Glede na tip opazovanj odstranimo odgovarajočo vrstico matrike \mathbf{D}^T . Če imamo vsa opazovanja, ki jih matrika \mathbf{D}^T vsebuje, ta popolnoma izgine.

4.2.2 Definiranje geodetskega datuma z notranjimi opazovanji

V tem primeru govorimo o izravnavi proste mreže. Tukaj ne vzamemo koordinate nobene točke kot pravzete. Parametri se nanašajo na neko fiktivno točko, fiktivno razdaljo. Ustvarjamo notranje vezi, ki definirajo geodetski datum.

Notranje vezi morajo izpolnjevati pogoje za prosto mrežo:

- koordinate težišča matematičnega modela morajo ostati nespremenjene,
- matematični model se ne sme zasukati in
- merilo geodetske mreže se po izravnavi ne sme spremeniti.

Matematično gledano pridobimo vezne enačbe za zagotovitev t.i. notranjih vezi z zahtevo, da je vsota kvadratov popravkov približnih vrednosti koordinat minimalna:

$$\boldsymbol{\Delta}^T \boldsymbol{\Delta} \Rightarrow \text{min.} \quad (85)$$

$\boldsymbol{\Delta}$... vektor popravkov približnih koordinat točk.

4.2.2.1 Definiranje geodetskega datuma v enodimenzionalnem prostoru

Enodimenzionalni prostor zahteva določitev samo enega datumskega parametra. V višinski mreži imamo podane približne višine točk:

$$H_1^0, H_2^0, H_3^0, \dots, H_m^0. \quad (86)$$

Po izravnavi se te višine spremenijo, zato lahko zapišemo:

$$\hat{H}_i = H_i^0 + \delta H_i. \quad (87)$$

Zahtevo, da se višine v povprečju ne spremenijo, lahko zapišemo takole:

$$\sum_{i=1}^m \delta H_i = 0. \quad (88)$$

To zahtevo lahko zapišemo v matrični obliki:

$$\mathbf{H}^T \boldsymbol{\Delta} = \mathbf{0}. \quad (89)$$

V zgornji enačbi (89) je matrika \mathbf{H}^T oblike:

$$\mathbf{H}^T = [1 \ 1 \ 1 \ \dots \ 1]. \quad (90)$$

Razlog za tak zapis je, da imajo opazovane višinske razlike vedno datumski parameter merila. Če imamo opazovano vsaj eno točko, lahko matriko \mathbf{H}^T ostranimo iz matematičnega modela.

4.2.2.2 Definiranje geodetskega datuma v dvodimenzionalnem prostoru

V primeru ravninske geodetske mreže moramo določiti štiri datumske parametre. Podane imamo približne koordinate točk (Marjetič in Stopar, 2007; Marjetič, 2011):

$$y_i^0, x_i^0 \quad i = 1, \dots, m \text{ (število točk).} \quad (91)$$

Koordinate točk po izravnavi in koordinate točk pred izravnavo lahko povežemo s podobnostno transformacijo:

$$\begin{bmatrix} y_i \\ x_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_i^0 + \delta y_i \\ x_i^0 + \delta x_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_y \\ t_x \end{bmatrix} + s \begin{bmatrix} \cos \omega_z & \sin \omega_z \\ -\sin \omega_z & \cos \omega_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_i^0 \\ x_i^0 \end{bmatrix}, \quad (92)$$

kjer so:

t_x in t_y ... translaciji mreže vzdolž obeh koordinatnih osi,

s ... merilo mreže in

ω_z ... kot zasuka mreže.

Vezi v transformaciji nakazujejo, da lahko pričakujemo premike po izravnavi. Geodetska mreža se bo premaknila za majhen kot $\delta \omega_z$ in spremenila merilo za δs . Lahko zapišemo zvezo med prvotnima vrednostima in vrednostima po izravnavi:

$$\delta \omega_z = \omega - \omega^0, \quad (93)$$

$$\delta s = s - s^0. \quad (94)$$

Določiti želimo štiri parametre (kot zasuka ω_z , merilo mreže s ter translaciji t_x in t_y) podobnostne transformacije. V ta namen enačbi (93) in (94) lineariziramo v okolici $s^0 = 1$ in $\omega^0 = 0$ ter dobimo:

$$s = 1 + \delta s, \omega = \delta \omega_z. \quad (95)$$

Če preuredimo enačbo (92) velja:

$$y_i^0 + \delta y_i = t_y + (1 + \delta s) \cdot (\cos \delta \omega_z \cdot y_i^0 + \sin \delta \omega_z \cdot x_i^0), \quad (96)$$

$$x_i^0 + \delta x_i = t_x + (1 + \delta s) \cdot (-\sin \delta \omega_z \cdot y_i^0 + \cos \delta \omega_z \cdot x_i^0). \quad (97)$$

Ker je $\delta \omega_z$ majhen kot, lahko enačbi (96) in (97) poenostavimo ($\sin \delta \omega_z \approx \delta \omega_z$ in $\cos \delta \omega_z \approx 1$), ter zapišemo:

$$\delta y_i = t_y + \delta \omega_z \cdot x_i^0 + \delta s \cdot y_i^0, \quad (98)$$

$$\delta x_i = t_x - \delta \omega_z \cdot y_i^0 + \delta s \cdot x_i^0. \quad (99)$$

To lahko zapišemo tudi v matrični obliki:

$$\begin{bmatrix} \delta y_i \\ \delta x_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & x_i^0 & y_i^0 \\ 0 & 1 & -y_i^0 & x_i^0 \end{bmatrix} \cdot [t_y \quad t_x \quad \delta \omega_z \quad \delta s]^T. \quad (100)$$

Popravek koordinate y_i to je δy_i je sestavljen iz:

t_y ... premika,
 $\delta \omega_z \cdot x_i^0$... člena, ki nastopa zaradi zasuka in
 $\delta s \cdot y_i^0$... člena, ki nastopa zaradi spremembe merila.

Podobno velja tudi za popravek koordinate x_i .

Zahtevo, naj se mreža v povprečju ne premakne, kar pomeni, da mora biti vsota vseh popravkov koordinat enaka nič, zapišemo takole:

$$\sum_{i=1}^m \delta y_i = 0, \sum_{i=1}^m \delta x_i = 0. \quad (101)$$

Zahtevo, naj se geodetska mreža v povprečju ne zasuka, zapišemo takole:

$$\sum_{i=1}^m (x_i^0 \delta y_i^0 - y_i^0 \delta x_i^0) = 0. \quad (102)$$

Zahtevo, naj se merilo geodetske mreže v povprečju ne spremeni, zapišemo takole:

$$\sum_{i=1}^m (y_i^0 \delta y_i^0 + x_i^0 \delta x_i^0) = 0. \quad (103)$$

Te enačbe lahko zapišemo v matrični obliki, enačba (89), kjer je :

$$\mathbf{H}^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & \cdots & 0 & 1 \\ -y_1^0 & x_1^0 & -y_2^0 & x_2^0 & \cdots & -y_{1m}^0 & x_m^0 \\ x_1^0 & y_1^0 & x_2^0 & y_2^0 & \cdots & x_m^0 & y_m^0 \end{bmatrix}. \quad (104)$$

Matrika \mathbf{H} je matrika Helmertove transformacije. Vsaka vrstica v matriki podaja svojo zahtevo. Prvi dve vrstici tako podata zahtevo, da se geodetska mreža ne premakne. Tretja podaja zahtevo, da se mreža ne zasuka in četrta zahtevo, da se merilo ne spremeni. Če imamo opazovane zunanje količine, matriki izbrišemo določeno vrstico. Če je datum zagotovljen na podlagi zunanjih opazovanj, matrika \mathbf{H} sploh ni potrebna.

Matrika \mathbf{H} in matrika koeficientov enačb popravkov \mathbf{B} tvorita pomembno zvezo:

$$\mathbf{B} \cdot \mathbf{H} = \mathbf{0} \quad (105)$$

S tem preprostim preizkusom lahko ugotovimo, če je matrika \mathbf{H} pravilno sestavljena.

4.3 Enačbe opazovanj in linearizirane enačbe popravkov opazovanj

Enačbe opazovanj so največkrat v nelinearni obliki, zato jih je potrebno linearizirati (Marjetič et. al., 2006 in Štebe, 2011).

4.3.1 Enodimensionalni primer

Če višinsko razliko med točko T_i in T_j povežemo z neznankami, dobimo enačbo, ki se glasi takole:

$$F_{\Delta h_{ij}}: \Delta \hat{h}_{ij} - \hat{H}_i + \hat{H}_j = 0, \quad (106)$$

pri čemer so:

$\Delta \hat{h}_{ij}$... definitivna višinska razlika med točkama T_i in T_j ,

\hat{H}_i, \hat{H}_j ... definitivne višine točk T_i in T_j .

Enačbo zapišemo v obliki enačb popravkov:

$$v_{\Delta h_{ij}} + \delta H_j - \delta H_i = \Delta h_{ij}^0 - \Delta h_{ij}, \quad (107)$$

kjer so:

Δh_{ij} ... merjena višinska razlika med točkama T_i in T_j ,

$v_{\Delta h_{ij}}$... popravek višinske razlike,

Δh_{ij}^0 ... višinska razlika med točkama T_i in T_j , izračunana iz približnih višin točk,

$\delta H_j, \delta H_i$.. neznanke.

4.3.2 Dvodimensionalni primer

Tudi v dvodimensionalnem prostoru nastopajo enačbe opazovanj, ki niso linearne, zato je potrebna linearizacija.

4.3.2.1 Dolžine

Zanima nas povezava dolžine z neznankami, ki nastopajo v izravnavi. Za neznanke imamo koordinate točk. Če vzamemo dolžino v ravnini, lahko dolžino med točkama T_i in T_j zapišemo takole:

$$F_{s_{ij}}: \hat{s}_{ij} - \sqrt{(\hat{x}_j - \hat{x}_i)^2 + (\hat{y}_j - \hat{y}_i)^2} = 0, \quad (108)$$

kjer so:

\hat{s}_{ij} ... definitivna dolžina med točkama T_i in T_j ,
 $\hat{y}_i, \hat{x}_i, \hat{y}_j, \hat{x}_j$... definitivne koordinate točk T_i in T_j .

Če enačbo (108) lineariziramo, dobimo:

$$v_{s_{ij}} + \frac{\Delta x_{ij}^0}{s_{ij}^0} \delta x_i + \frac{\Delta y_{ij}^0}{s_{ij}^0} \delta y_i - \frac{\Delta x_{ij}^0}{s_{ij}^0} \delta x_j - \frac{\Delta y_{ij}^0}{s_{ij}^0} \delta y_j = s_{ij}^0 - s_{ij}, \quad (109)$$

kjer so:

s_{ij} ... merjena dolžina med točkama T_i in T_j ,
 $v_{s_{ij}}$... popravek dolžine,
 s_{ij}^0 ... dolžina med točkama T_i in T_j izračunana iz približnih koordinat točk,
 Δx_{ij}^0 ... koordinatna razlika po x med točkama T_i in T_j , izračunana iz približnih koordinat točk,
 Δy_{ij}^0 ... koordinatna razlika po y med točkama T_i in T_j , izračunana iz približnih koordinat točk in
 $\delta x_i, \delta y_i, \delta x_j, \delta y_j$... neznanke.

4.3.2.2 Horizontalna smer

Enačba za smerni kot med točkama T_i in T_j se glasi:

$$F_{r_{ij}}: \hat{r}_{ij} - \hat{v}_{ij} + \hat{o}_i = 0, \quad (110)$$

kar lahko zapišemo kot:

$$F_{r_{ij}}: \hat{r}_{ij} - \arctan \frac{\hat{y}_j - \hat{y}_i}{\hat{x}_j - \hat{x}_i} + \hat{o}_i = 0, \quad (111)$$

kjer so:

- \hat{v}_{ij} ... definitivni smerni kot,
- \hat{r}_{ij} ... definitivna smer,
- \hat{o}_i ... definitivni orientacijski kot,
- $\hat{y}_i, \hat{x}_i, \hat{y}_j, \hat{x}_j$... definitivne koordinate točk T_i in T_j .

Enačba ni linearна. Z linearizacijo (razvojem v Taylorjevo vrsto) dobimo enačbo:

$$v_{v_{ij}} - \frac{\Delta x_{ij}^0}{(s_{ij}^0)^2} \delta y_i + \frac{\Delta y_{ij}^0}{(s_{ij}^0)^2} \delta x_i + \frac{\Delta x_{ij}^0}{(s_{ij}^0)^2} \delta y_j - \frac{\Delta y_{ij}^0}{(s_{ij}^0)^2} \delta x_j + \delta r_{ij} = -r_{ij} + \arctan \frac{\Delta y_{ij}^0}{\Delta x_{ij}^0} - o_i^0, \quad (112)$$

kjer so:

- r_{ij} ... merjena smer,
- $v_{v_{ij}}$... popravek smeri,
- o_i^0 ... orientacijski kot, izračunan iz približnih koordinat točk,
- Δx_{ij}^0 ... koordinatna razlika po x med točkama T_i in T_j , izračunana iz približnih koordinat točk,
- Δy_{ij}^0 ... koordinatna razlika po y med točkama T_i in T_j , izračunana iz približnih koordinat točk,
- s_{ij}^0 ... dolžina med točkama T_i in T_j , izračunana iz približnih koordinat točk in
- $\delta x_i, \delta y_i, \delta x_j, \delta y_j, \delta s_i$... neznanke.

4.3.2.3 Horizontalni kot

Horizontalni kot se izračuna kot razlika med dvema smernima kotoma (azimutoma). Enačba, ki povezuje horizontalni kot, opazovan na točki T_i med točkama T_j in T_k , je:

$$F_{\alpha_{jik}}: \hat{\alpha}_{jik} - \hat{v}_{ij} + \hat{v}_{ik} = 0, \quad (113)$$

ozziroma

$$F_{\alpha_{jik}}: \hat{\alpha}_{jik} - \arctan \frac{\hat{y}_j - \hat{y}_i}{\hat{x}_j - \hat{x}_i} + \arctan \frac{\hat{y}_k - \hat{y}_i}{\hat{x}_k - \hat{x}_i} = 0, \quad (114)$$

kjer so:

- $\hat{\alpha}_{jik}$... definitivni horizontalni kot opazovan na točki T_i med točkama T_j in T_k ,
- $\hat{y}_i, \hat{x}_i, \hat{y}_j, \hat{x}_j, \hat{y}_k, \hat{x}_k$... definitivne koordinate točk T_i, T_j in T_k ,
- $\hat{v}_{ij}, \hat{v}_{ik}$... definitivna smerna kota.

Če enačbo lineariziramo, dobimo:

$$v_{\alpha_{jik}} + \left(\frac{\Delta y_{ik}^0}{(s_{ik}^0)^2} - \frac{\Delta y_{ij}^0}{(s_{ij}^0)^2} \right) \delta x_i + \left(\frac{\Delta x_{ij}^0}{(s_{ij}^0)^2} - \frac{\Delta x_{ik}^0}{(s_{ik}^0)^2} \right) \delta y_i + \\ + \frac{\Delta y_{ij}^0}{(s_{ij}^0)^2} \delta x_j - \frac{\Delta x_{ij}^0}{(s_{ij}^0)^2} \delta y_j - \frac{\Delta y_{ik}^0}{(s_{ik}^0)^2} \delta x_k - \frac{\Delta x_{ik}^0}{(s_{ik}^0)^2} \delta y_k = \alpha_{jik}^0 - \alpha_{jik}, \quad (115)$$

kjer so:

α_{jik} ... merjeni horizontalni kot, opazovan na točki T_i med točkama T_j in T_k ,

$v_{\alpha_{jik}}$... popravek horizontalnega kota,

α_{jik}^0 ... horizontalni kot, opazovan na točki T_i med točkama T_j in T_k , izračunan iz približnih koordinat točk,

Δx_{ij}^0 ... koordinatna razlika po x med točkama T_i in T_j , izračunana iz približnih koordinat točk,

Δy_{ij}^0 ... koordinatna razlika po y med točkama T_i in T_j , izračunana iz približnih koordinat točk,

Δx_{ik}^0 ... koordinatna razlika po x med točkama T_i in T_k , izračunana iz približnih koordinat točk,

Δy_{ik}^0 ... koordinatna razlika po y med točkama T_i in T_k , izračunana iz približnih koordinat točk,

s_{ij}^0 ... dolžina med točkama T_i in T_j , izračunana iz približnih koordinat točk,

s_{ik}^0 ... dolžina med točkama T_i in T_k , izračunana iz približnih koordinat točk,

$\delta x_i, \delta y_i, \delta x_j, \delta y_j, \delta x_k, \delta y_k$... neznanke.

4.4 Model izravnave Gauß-Markova

Model izravnave Gauß-Markova (MGM), poznan tudi pod imenom posredne izravnave, linearno povezuje vektor opazovanj \mathbf{I} s slučajnim vektorjem neznank Δ . Delimo ga na funkcionalni in stohastični model.

Funkcionalni model modelira funkcijске zveze med opazovanji, neznankami in konstantami, medtem ko stohastični model ugotavlja tip porazdelitve opazovanj in določa korelacije med njimi. Ko določamo funkcionalni model, ugotavljamo matematične zveze med opazovanji in neznankami, določamo minimalno število opazovanj, da zadostimo pogoju o nadštevilnih opazovanjih ter določamo geodetski datum mreže.

Stohastični model pa rešujemo tako, da ugotavljamo standardni odklon opazovanj ter iščemo zveze med opazovanji (kovariančna matrika).

Pri posredni izravnavi v enačbe vključimo opazovanja, neznanke in konstante. Model je določen z minimalnim številom opazovanj, toda tako rešitev ne omogoča določitve stohastičnega modela. Če želimo določiti natančnost neznank, moramo opravljati nadstevilne meritve. Izravnava nam omogoči določitev najverjetnejše vrednosti količin ter pripadajoče natančnosti.

Število enačb popravkov opazovanj je pri posredni izravnavi enako številu opazovanj. Vsaka enačba popravkov vsebuje samo eno opazovanje. Matematični model zapišemo takole (Grigillo in Stopar, 2003):

Funkcionalni model:

$$\mathbf{E}(\mathbf{l}) = \mathbf{B}\Delta, \text{ oziroma lahko zapišemo tudi } \mathbf{v} + \mathbf{B}\Delta = \mathbf{f}. \quad (116), (117)$$

Stohastični model:

$$\mathbf{D}(\mathbf{l}) = \mathbf{P}^{-1}\sigma_0^2. \quad (118)$$

Če imamo podane datumske vezi (matriki \mathbf{D}^T in \mathbf{H}^T) upoštevamo še:

$$\mathbf{D}^T\Delta = 0 \text{ oziroma } \mathbf{H}^T\Delta = 0, \quad (119), (120)$$

kjer so:

E(l) ... pričakovana vrednost slučajnega vektorja opazovanj,

D(l) ... disperzija slučajnega vektorja opazovanj,

l ... vektor opazovanj,

v ... vektor popravkov opazovanj,

f ... vektor odstopanj,

H, D ... datumski matriki,

B ... matrika koeficientov enačb popravkov,

P ... matrika uteži vektorja opazovanj,

Δ ... vektor neznank in

σ_0^2 ... referenčna varianca a-priori.

Sistem $\mathbf{v} + \mathbf{B}\Delta = \mathbf{f}$ rešujemo po metodi najmanjših kvadratov, kjer morajo biti izpolnjeni pogoji:

$$\Phi = \mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v} = \min \text{ in } \mathbf{D}^T \boldsymbol{\Delta} = 0 \text{ oziroma } \mathbf{H}^T \boldsymbol{\Delta} = 0.$$

Do rešitve pridemo po naslednjih enačbah:

$$\mathbf{N} = \mathbf{B}^T \mathbf{P} \mathbf{B}, \quad (121)$$

$$\boldsymbol{\Delta} = (\mathbf{N} + \mathbf{D} \mathbf{D}^T)^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} \mathbf{f}, \quad (122)$$

$$\mathbf{R} = \mathbf{I} - \mathbf{B}(\mathbf{N} + \mathbf{D} \mathbf{D}^T)^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P}, \quad (123)$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{R} \mathbf{f}, \quad (124)$$

$$\hat{\mathbf{l}} = \mathbf{l} + \mathbf{v}. \quad (125)$$

kjer so:

\mathbf{N} ... matrika koeficientov normalnih enačb,

\mathbf{R} ... matrika nadštevilnosti in

$\hat{\mathbf{l}}$... vektor izravnanih opazovanj.

Referenčno varianco a-posteriori izračunamo:

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{\mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v}}{n-u+d}, \quad (126)$$

kjer so:

n ... število vseh opazovanj,

u ... minimalno število opazovanj za enolično določen matematični model in

d ... defekt datuma geodetske mreže.

Izračun matrik kofaktorjev izvedemo po enačbah:

$$\mathbf{Q}_{\Delta\Delta} = (\mathbf{N} + \mathbf{D} \mathbf{D}^T)^{-1} \mathbf{N} (\mathbf{N} + \mathbf{D} \mathbf{D}^T)^{-1}, \quad (127)$$

$$\mathbf{Q}_{vv} = \mathbf{P}^{-1} \mathbf{B} (\mathbf{N} + \mathbf{D} \mathbf{D}^T)^{-1} \mathbf{B}^T, \quad (128)$$

$$\mathbf{Q}_{ll} = \mathbf{B} (\mathbf{N} + \mathbf{D} \mathbf{D}^T)^{-1} \mathbf{B}^T, \quad (129)$$

kjer so:

$\mathbf{Q}_{\Delta\Delta}$... matrika kofaktorjev neznank,

\mathbf{Q}_{vv} ... matrika kofaktorjev popravkov opazovanj in

\mathbf{Q}_{ll} ... matrika kofaktorjev izravnanih opazovanj.

Če matrike kofaktorjev pomnožimo z referenčno varianco a-posteriori, dobimo kovariančne matrike:

$$\Sigma_{\Delta\Delta} = \hat{\sigma}_0^2 \cdot Q_{\Delta\Delta}, \quad (130)$$

$$\Sigma_{vv} = \hat{\sigma}_0^2 \cdot Q_{vv}, \quad (131)$$

$$\Sigma_{ff} = \hat{\sigma}_0^2 \cdot Q_{ff}. \quad (132)$$

kjer so:

$\Sigma_{\Delta\Delta}$... kovariančna matrika neznank,

Σ_{vv} ... kovariančna matrika popravkov opazovanj in

Σ_{ff} ... kovariančna matrika izravnanih opazovanj.

Če imamo namesto geodetskega datuma, določenega z matriko D , datum določen z matriko H , matriki v enačbah preprosto zamenjamo.

4.5 Globalni test modela

Po izravnavi dobimo rezultate, ki niso nujno kvalitetni in pravi, zato naredimo kontrolo rezultatov. To naredimo z globalnim testom modela. Tako lahko ugotavljam ali je bil v meritvah prisoten grobi pogrešek in če so imele meritve slabo dodeljene uteži.

Testna statistika globalnega modela je statistika Y .

$$Y = \frac{r \cdot \hat{\sigma}_0^2}{\sigma_0^2}, \quad (133)$$

kjer so:

r ... število prostostnih stopenj,

$\hat{\sigma}_0^2$... referenčna varianca a-posteriori in

σ_0^2 ... referenčna varianca a-priori.

Statistika se porazdeljuje po porazdelitvi χ^2 . Odvisna je od prostostnih stopenj:

$$r = n - n_0, \quad (134)$$

kjer so:

n ... število vseh opazovanj in

n_0 ... minimalno število potrebnih opazovanj.

Pri testiranju referenčne variance a-posteriori si postavimo ničelno in alternativno hipotezo:

- $H_0: \sigma_0^2 = \hat{\sigma}_0^2$, to pomeni, da sta matematični in stohastični model pravilna,
- $H_1: \sigma_0^2 \neq \hat{\sigma}_0^2$, sledi, da so opazovanjem dodeljene nepravilne uteži ali da so med opazovanji prisotni grobi pogreški.

H_0 : stohastični in matematični model sta pravilna

Vrednost testne statistike Y se nahaja v intervalu:

$$\chi_{\frac{1-\alpha}{2}, r}^2 < Y < \chi_{\frac{\alpha}{2}, r}^2, \text{ ali drugače } \frac{\chi_{1-\frac{\alpha}{2}, r}^2}{r} < \frac{\hat{\sigma}_0^2}{\sigma_0^2} < \frac{\chi_{\frac{\alpha}{2}, r}^2}{r}. \quad (135), (136)$$

Ko gre število prostostnih stopenj proti neskončnosti in ko velja: $\frac{n}{n-n_0} \geq 2$, lahko za meji uporabimo kar $[0,6; 1,6]$. V drugem primeru moramo meji odčitati iz tabele za porazdelitev χ^2 .

Ko testna statistika Y pade v ta interval, lahko s stopnjo zaupanja $1 - \alpha$ predpostavljamo o pravilnosti stohastičnega in matematičnega modela. Če to ne drži, testiramo novo alternativno hipotezo.

H_1 : opazovanja imajo nepravilne uteži

Če ugotavljamo, ali so opazovanjem dodeljene nepravilne uteži, uporabimo testno statistiko Y , ki se porazdeljuje po porazdelitvi χ^2 . Izračunamo jo:

$$Y = \mathbf{v}^T \cdot \boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{f}\mathbf{f}}^{-1} \cdot \mathbf{v}. \quad (137)$$

Statistika Y je neodvisna od referenčne variance a-priori. Iz referenčne variance a-priori in a-posteriori lahko sklepamo o napačnosti izbire uteži in natančnosti meritev.

Imamo dva primera:

- $\hat{\sigma}_0^2 \ll \sigma_0^2$ v takem primeru lahko sklepamo, da smo podcenili natančnost opazovanj, posledično imamo premajhno vrednost testne statistike, ki nakazuje na spodnjo vrednost intervala zaupanja (natančnost opazovanj je večja od pričakovane),
- $\hat{\sigma}_0^2 \gg \sigma_0^2$ v takem primeru lahko sklepamo, da smo precenili natančnost opazovanj, posledično imamo preveliko vrednost testne statistike, ki nakazuje na zgornjo vrednost intervala zaupanja (opazovanja so imela predpostavljeni preveliko natančnost od dejanske).

Ko je testna statistika $Y < \chi^2_{\frac{\alpha}{2}, r}$, lahko s stopnjo značilnosti α trdimo, da so uteži napačne. Novo kovariančno matriko dobimo tako, da staro kovariančno matriko množimo z referenčno varianco a-posteriori:

$$\tilde{\Sigma}_{\text{ff}} = \hat{\sigma}_0^2 \cdot \Sigma_{\text{ff}}. \quad (138)$$

H₁: opazovanja so grobo pogrešena

Če hipotezi **H₀** in **H₁** nista pravilni, preverjamo ali so v izravnavi prisotni grobi pogreški. To naredimo z Baardovo metodo.

Baardova metoda oz. »data snooping« temelji na tem, da imamo že prej znane natančnosti (variančno-kovariančna matrika je znana) opazovanj, torej do napake pride zaradi grobo pogrešenih opazovanj.

Pri tej metodi računamo testno statistiko ω_i . Testno statistiko računamo za vsako opazovanje posebej. Opazovanja so po predpostavki med seboj nekorelirana. Računamo jo po naslednji enačbi:

$$\omega_i = \frac{v_i}{\sigma_{v_i}} = \frac{v_i}{\sigma_0 \sqrt{q_{vv_i}}}, \quad (139)$$

kjer je:

q_{vv_i} ... diagonalni člen iz matrike kofaktorjev popravkov opazovanj **Qvv**.

Obstaja zveza med kovariančno matriko **Σ_{vv}** in matriko kofaktorjev **Qvv**:

$$\Sigma_{vv} = \sigma_0^2 \cdot \mathbf{Qvv} \quad (140)$$

Tudi testna statistika ω_i se porazdeljuje po normalni porazdelitvi. S stopnjo značilnosti α lahko trdimo, da je opazovanje grobo pogrešeno, ko velja da $|\omega_i| < N_{\alpha/2}(0,1)$.

Teorija je povzeta po (Grigillo in Stopar, 2003).

4.6 Elipse pogreškov

Za grafično predstavitev slučajnih pogreškov uporabljamo elipse pogreškov. Z njimi lahko prikažemo območje, v katerem z izbrano stopnjo zaupanja pričakujemo točko. Poznamo elipse, ki imajo različne

stopnje zaupanja. Za standardno elipso pogreškov je stopnja zaupanja enaka 39,4%. V praksi večkrat želimo rezultate z večjo verjetnostjo, zato običajno uporabimo elipso z 95% stopnjo zaupanja.

Elipso pogreškov definira velika polos a , mala polos b in orientacija elipse. Veliko in mala polos elipse izračunamo iz standardnih deviacij točk, ki jih izračunamo iz kovariančne matrike neznank (Ambrožič in Turk, 2000):

$$a^2 = \frac{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sqrt{(\sigma_x^2 - \sigma_y^2)^2 + 4\sigma_{xy}^2}}{2}, \quad (141)$$

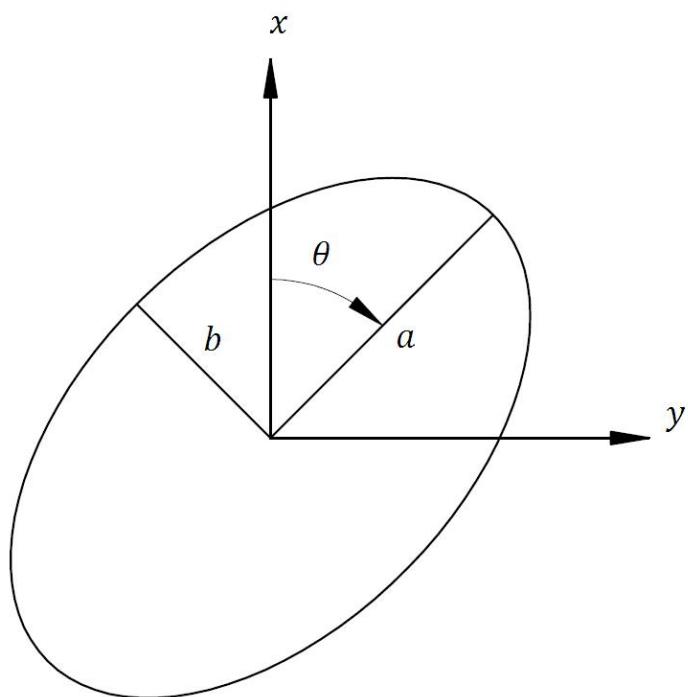
$$b^2 = \frac{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sqrt{(\sigma_x^2 - \sigma_y^2)^2 + 4\sigma_{xy}^2}}{2}, \quad (142)$$

orientacijo elipse pa:

$$\tan 2\theta = \frac{2\sigma_{xy}}{\sigma_x^2 - \sigma_y^2}, \quad (143)$$

kjer so:

σ_x ... standardna deviacija koordinate v smeri osi x ,
 σ_y ... standardna deviacija koordinate v smeri osi y in
 σ_{xy} ... kovarianca.



Slika 10: Elipsa pogreškov

5 UGOTAVLJANJE PREMIKOV

5.1 Izračun premikov in ocena natančnosti premika

Po izravnavi opazovanj posamezne terminske izmere sledi izračun premikov. Podane imamo namreč koordinate točk ter njihovo natančnost, zanima pa nas, ali so se te točke med posameznimi izmerami premaknile. Če so razlike med koordinatami točk nekajkrat večje, kot je sama natančnost določitve koordinat, lahko sklepamo, da gre za značilen premik točke.

5.1.1 Enodimenzionalni premik

V enodimenzionalnem prostoru nas zanima, ali se je zgodil vertikalni premik. S primerjanjem višin reperjev med posameznimi terminskimi izmerami lahko ugotovimo, ali je prišlo do višinskega premika. Osnovno enačbo za določitev premika lahko zapišemo takole:

$$\Delta H = H_{t+\Delta t} - H_t, \quad (144)$$

kjer so:

ΔH ... spremembra višine med terminskima izmerama,

H_t ... višina točke v času t in

$H_{t+\Delta t}$... višina točke v času $t + \Delta t$.

Za izračun natančnosti premika potrebujemo tudi posamezne variance. Za identično točko predpostavimo, da so višine v času t nekorelirane z višinami v času $t + \Delta t$.

$$\Sigma_{H_t} = [\sigma_{H_t}^2] \text{ in } \Sigma_{H_{t+\Delta t}} = [\sigma_{H_{t+\Delta t}}^2] \quad (145), (146)$$

Če obe matriki združimo v skupno matriko, lahko zapišemo:

$$\Sigma_{H_t H_{t+\Delta t}} = \begin{bmatrix} \Sigma_{H_t} & 0 \\ 0 & \Sigma_{H_{t+\Delta t}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{H_t}^2 & 0 \\ 0 & \sigma_{H_{t+\Delta t}}^2 \end{bmatrix}. \quad (147)$$

Ko imamo podane variance ter enačbo premika, lahko natančnost izračunamo s pomočjo zakona o prenosu varianc in kovarianc:

$$\sigma_{\Delta H}^2 = \mathbf{J}_{\Delta H} \Sigma_{H_t H_{t+\Delta t}} \mathbf{J}_{\Delta H}^T. \quad (148)$$

Jacobijeva matrika je enaka:

$$\mathbf{J}_{\Delta H} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \Delta H}{\partial H_t} & \frac{\partial \Delta H}{\partial H_{t+\Delta t}} \end{bmatrix} = [-1 \quad 1]. \quad (149)$$

Iz tega sledi, da je enačba za izračun natančnosti premika sledeča:

$$\sigma_{\Delta H}^2 = \sigma_{H_t}^2 + \sigma_{H_{t+\Delta t}}^2, \quad (150)$$

$$\sigma_{\Delta H} = \sqrt{\sigma_{H_t}^2 + \sigma_{H_{t+\Delta t}}^2}. \quad (151)$$

Ko imamo podano natančnost višinskega premika, je smiselno preveriti še testno statistiko T , s katero preverimo ali je premik statistično značilen:

$$T = \frac{\Delta H}{\sigma_{\Delta H}}. \quad (152)$$

Postavimo ničelno in alternativno hipotezo:

- $\mathbf{H}_0: \Delta H = 0$; reper je med terminskima izmerama miroval,
- $\mathbf{H}_1: \Delta H \neq 0$; reper se je med terminskima izmerama premaknil.

Testno statistiko T izračunamo za vsak premik ter jo primerjamo s kritično vrednostjo dvostranskega testa glede na izbrano stopnjo značilnosti testa α . Porazdelitvena funkcija v tem primeru je standardna normalna porazdelitev.

Ko primerjamo testno statistiko s kritično vrednostjo ob izbrani stopnji zaupanja α in je ta manjša od kritične vrednosti, je tveganje za zavrnitev ničelne hipoteze preveliko. V tem primeru lahko zaključimo, da premik ni statistično značilen, torej ne moremo trditi z izbrano stopnjo zaupanja, da se je dogodil.

Ko pa je testna statistika ob izbrani stopnji zaupanja α večja od kritične vrednosti, brez tveganja zavrnemo ničelno hipotezo. Lahko trdimo, da se je statistično značilno premik z izbrano stopnjo zaupanja α dogodil.

Preglednica 6: Kritične vrednosti testne statistike dvostranskega testa glede na izbrano stopnjo zaupanja α

Stopnja zaupanja α	Kritična vrednost testne statistike T dvostranskega testa
1‰	3,2905
5‰	2,8070
1%	2,5758
5%	1,9600
10%	1,6449

5.1.2 Dvodimenzionalni premik

V dvodimenzionalnem prostoru opravimo podoben izračun. Med seboj primerjamo dve terminski izmeri. Podane imamo koordinate točke T_t v času t in njen kovariančno matriko Σ_{T_t} ter koordinate iste točke $T_{t+\Delta t}$ v času $t + \Delta t$ z njeno pripadajočo kovariančno matriko $\Sigma_{T_{t+\Delta t}}$. To lahko zapišemo kot (Savšek-Safić, et al, 2006 in Savšek-Safić, et. al, 2003):

$$\Sigma_{T_t} = \begin{bmatrix} \sigma_{y_t}^2 & \sigma_{yx_t} \\ \sigma_{yx_t} & \sigma_{x_t}^2 \end{bmatrix} \text{ in } \Sigma_{T_{t+\Delta t}} = \begin{bmatrix} \sigma_{y_{t+\Delta t}}^2 & \sigma_{yx_{t+\Delta t}} \\ \sigma_{yx_{t+\Delta t}} & \sigma_{x_{t+\Delta t}}^2 \end{bmatrix}. \quad (153), (154)$$

Lahko sklepamo, da koordinate med posameznimi terminskimi izmerami niso korelirane, ter tako sestavimo skupno kovariančno matriko:

$$\Sigma_{T_t T_{t+\Delta t}} = \begin{bmatrix} \sigma_{y_t}^2 & \sigma_{yx_t} & 0 & 0 \\ \sigma_{yx_t} & \sigma_{x_t}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{y_{t+\Delta t}}^2 & \sigma_{y_{t+\Delta t} x_{t+\Delta t}} \\ 0 & 0 & \sigma_{y_{t+\Delta t} x_{t+\Delta t}} & \sigma_{x_{t+\Delta t}}^2 \end{bmatrix}. \quad (155)$$

Premik med posameznimi terminskimi izmerami lahko izračunamo po enačbi:

$$d = \sqrt{\Delta y^2 + \Delta x^2} = \sqrt{(y_{t+\Delta t} - y_t)^2 + (x_{t+\Delta t} - x_t)^2}. \quad (156)$$

Varianco premika točke σ_d^2 izračunamo po zakonu o prenosu varianc in kovarianc (148). V enačbi je J_d Jakobijeva matrika, ki je enaka:

$$J_d = \left[\frac{\partial d}{\partial y_t} \quad \frac{\partial d}{\partial x_t} \quad \frac{\partial d}{\partial y_{t+\Delta t}} \quad \frac{\partial d}{\partial x_{t+\Delta t}} \right] = \left[-\frac{\Delta y}{d} \quad -\frac{\Delta x}{d} \quad \frac{\Delta y}{d} \quad \frac{\Delta x}{d} \right]. \quad (157)$$

Če vstavimo izraza za $\Sigma_{T_t T_{t+\Delta t}}$ in \mathbf{J}_d v enačbo (148), dobimo enačbo za izračun variance premika točke:

$$\sigma_d^2 = \left(\frac{\Delta y}{d}\right)^2 (\sigma_{y_t}^2 + \sigma_{y_{t+\Delta t}}^2) + 2 \frac{\Delta y}{d} \frac{\Delta x}{d} (\sigma_{yx_t} + \sigma_{yx_{t+\Delta t}}) + \left(\frac{\Delta x}{d}\right)^2 (\sigma_{x_t}^2 + \sigma_{x_{t+\Delta t}}^2). \quad (158)$$

Ker je rezultate potrebno testirati, potrebujemo testno statistiko. V tem primeru gre za testno statistiko T . Izračunamo jo kot:

$$T = \frac{d}{\sigma_d}. \quad (159)$$

Statistiko primerjamo z izračunano kritično vrednostjo glede na izbrano stopnjo zaupanja α . Šele ko so premiki statistično značilno večji od natančnosti ocene premikov, lahko trdimo, da se je točka premaknila.

Ker so pogreški opazovanj normalno porazdeljeni, je tudi ocena premika po koordinatni osi Δy oz. Δx normalno porazdeljena. To pa ne velja za sam premik d . Premik d je namreč nelinearna funkcija premikov po koordinatnih oseh, ki se izračuna po prej navedeni enačbi (156). Porazdelitvena funkcija testne statistike v enačbi (159) nima enostavne analitične rešitve, zato jo rešimo s simulacijami.

Lahko zapišemo kovariančno matriko koordinatnih razlik:

$$\Sigma_{\Delta y \Delta x} = \begin{bmatrix} \sigma_{\Delta y}^2 & \sigma_{\Delta y \Delta x} \\ \sigma_{\Delta y \Delta x} & \sigma_{\Delta x}^2 \end{bmatrix}. \quad (160)$$

V tej matriki izračunamo vrednosti varianc in kovarianc po naslednjih enačbah:

$$\sigma_{\Delta y} = \sqrt{\sigma_{y_t}^2 + \sigma_{y_{t+\Delta t}}^2}, \quad (161)$$

$$\sigma_{\Delta x} = \sqrt{\sigma_{x_t}^2 + \sigma_{x_{t+\Delta t}}^2}, \quad (162)$$

$$\sigma_{\Delta y \Delta x} = \sigma_{yx_t} + \sigma_{yx_{t+\Delta t}}. \quad (163)$$

Če želimo ugotoviti novo porazdelitev, lahko generiramo vzorec po neodvisnih normalno porazdeljenih spremenljivkah in preko linearne transformacije dobimo vzorec odvisne spremenljivke poljubne porazdelitve.

Za generiranje vzorca uporabimo Box Müllerjvo metodo, ki je opisana že v poglavju o simulacijah.

Vzorec dveh neodvisnih normalno porazdeljenih spremenljivk z_{1i} in z_{2i} je izračunan z uporabo dveh neodvisnih enakomerno porazdeljenih spremenljivk U_1 in U_2 med 0 in 1. V enačbi uporabimo u_{1i} in u_{2i} , vzorca spremenljivk U_1 in U_2 :

$$\mathbf{z}_i = \begin{bmatrix} z_{1i} \\ z_{2i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{-2 \ln u_{1i}} \sin(2\pi u_{2i}) \\ \sqrt{-2 \ln u_{1i}} \cos(2\pi u_{2i}) \end{bmatrix}, \quad i = 1, \dots, n. \quad (164)$$

Z uporabo Choleskyjevega razcepa dobimo matriko \mathbf{U} , in velja:

$$\Sigma_{\Delta y \Delta x} = \mathbf{U}^T \mathbf{U}. \quad (165)$$

Matriko \mathbf{U} lahko zapišemo:

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \sigma_{\Delta y} & \frac{\sigma_{\Delta y \Delta x}}{\sigma_{\Delta y}} \\ 0 & \sigma_{\Delta x} \sqrt{1 - \left(\frac{\sigma_{\Delta y \Delta x}}{\sigma_{\Delta y} \sigma_{\Delta x}}\right)^2} \end{bmatrix}. \quad (166)$$

Iz vzorca normalno porazdeljenih neodvisnih spremenljivk v vzorec poljubno porazdeljenih odvisnih spremenljivk pridemo preko linearne transformacije y_i :

$$y_i = \mathbf{U}^T \mathbf{z}_i, \quad i = 1, \dots, n. \quad (167)$$

Torej vzorec koordinatnih razlik generiramo takole:

$$\Delta y_i = z_{1i} \sigma_{\Delta y}, \quad i = 1, \dots, n, \quad (168)$$

$$\Delta x_i = z_{1i} \frac{\sigma_{\Delta y \Delta x}}{\sigma_{\Delta y}} + z_{2i} \sigma_{\Delta x} \sqrt{1 - \left(\frac{\sigma_{\Delta y \Delta x}}{\sigma_{\Delta y} \sigma_{\Delta x}}\right)^2}, \quad i = 1, \dots, n. \quad (169)$$

Ob tem predvidevamo, da je pričakovana vrednost za obe spremenljivki enaka nič.

Standardne deviacije koordinat točk se v posamezni izmeri spreminja glede na točko. Zato se tudi porazdelitvena funkcija spreminja glede na posamezno točko ter glede na terminsko izmero.

Z uporabo simuliranih normalno porazdeljenih slučajnih spremenljivk lahko izračunamo d in σ_d po prejšnjih enačbah (156) in (158). Z simulacijami lahko na tak način empirično določimo porazdelitveno funkcijo testne statistike T .

Za porazdelitveno funkcijo testne statistike T pa lahko izračunamo kritično vrednost T_{krit} in stopnjo zaupanja α_T .

To naredimo na sledeč način:

- Najprej generiramo koordinatne razlike $\Delta y_i, \Delta x_i$ za $i = 1, \dots, n$. Enačbe (168), (169).
- Izračunamo d, σ_d ter testno statistiko T . Enačbe (156), (158) in (159).
- Tvorimo porazdelitveno funkcijo F_T z urejanjem T_i :

$$F_T(T_i) = i/n ; T_i \leq T_{i+1}. \quad (170)$$

- Določimo kritično vrednost T_{krit} :

$$T_{krit} = T_{i-[(1-\alpha)n]}, \quad (171)$$

- ali pa določimo stopnjo zaupanja α_T :

$$\alpha_T = 1 - i/n \text{ kjer } T_i > T. \quad (172)$$

Testno statistiko T testiramo glede na ničelno in alternativno hipotezo:

- **H₀**: $d = 0$; točka je stabilna med dvema terenskima izmerama,
- **H₁**: $d \neq 0$; točka se je premaknila med dvema terenskima izmerama.

Testno statistiko T , izračunano iz podatkov meritev, primerjamo s kritično vrednostjo testne statistike.

Ta primerjava nam omogoči zavrnitev testa. Imamo dva primera:

- $T > T_{krit}$ oz. $\alpha_T < \alpha$; ničelna hipoteza je zavrnjena. Premik je statistično značilen.
- $T < T_{krit}$ oz. $\alpha_T > \alpha$; ničelna hipoteza ni zavrnjena. Premik ni statistično značilen.

6 PRAKTIČNI DEL

6.1 Simulacije

Projekt izdelave mreže smo začeli s simulacijo opazovanj v mreži. Simulacije so nam pomagale, saj smo relativno hitro in brez velikih stroškov z metodo poizkušanja med seboj primerjali več sprejemljivih možnosti postavitve geodetske mreže. Na ta način smo ugotovili najboljšo geometrijsko rešitev za konkreten problem. Mala hidroelektrarna Melje je dovoljevala le določene položaje za stojišča in dane točke, zato smo imeli na voljo le nekaj primernih lokacij za stabilizacijo točk. Primerne lokacije smo ugotovili z ogledom na terenu. Področje opazovanih točk je določil investitor.

Ko smo imeli simulirana opazovanja, smo le te uporabili v izravnavi. S predhodno izravnavo simuliranih opazovanj smo ocenili natančnost položajev točk v projektirani mreži Melje. Mrežo smo izravnali s programom GeM, ki deluje po principu posredne izravnave. Vse izravnave za potrebe simulacij so bile računane z metodo SVD (Singular Value Decomposition). Za SVD smo se odločili, ker smo želeli boljšo, stabilnejšo rešitev. Uporaba klasične metode po normalnih enačbah nam je podajala nestabilne rešitve Δ .

Simulacije so nam služile kot orodje za optimizacijo geodetske mreže. Paziti smo morali, da smo imeli dovolj natančno, zanesljivo in cenovno najugodnejšo mrežo. Te kriterije smo uporabili pri izbiri končne mreže. Želeli smo dobiti optimalno geodetsko mrežo.

Mere natančnosti smo izračunali po sami izravnavi simuliranih opazovanj. Pomagali smo si s kovariančno matriko neznank. Podane smo imeli variance in kovariance točk, ki so nam podale vse podatke o natančnosti mreže. Izravnava v programu GeM nam je tudi omogočila grafično predstavitev horizontalne natančnosti točk s pomočjo standardnih elips pogreškov. S pomočjo simulacij smo ugotavljali, kako število ter geometrijska postavitev točk vplivata na končno natančnost in obliko elips.

Zanesljivost geodetske mreže nam pomeni zmožnost odkrivanja grobih pogreškov. Veliko vlogo pri zanesljivosti geodetske mreže ima geometrijska oblika mreže. Povečamo jo lahko z velikim številom nadstevilnih opazovanj. Večje kot je število opazovanj, manjša je možnost za prisotnost grobih pogreškov, saj nam veliko število opazovanj omogoča hitrejše odkrivanje grobih pogreškov. Pri grobo pogrešenih opazovanjih lahko po izravnavi opazimo večje vektorje popravkov kot pri ostalih opazovanjih. Objektivnejšo primerjavo med pričakovanimi in grobimi popravki opazovanj pa dosežemo z večjim številom opazovanj. Navedeno velja za realno opravljena opazovanja, med simuliranimi opazovanji pa ni grobo pogrešenih opazovanj.

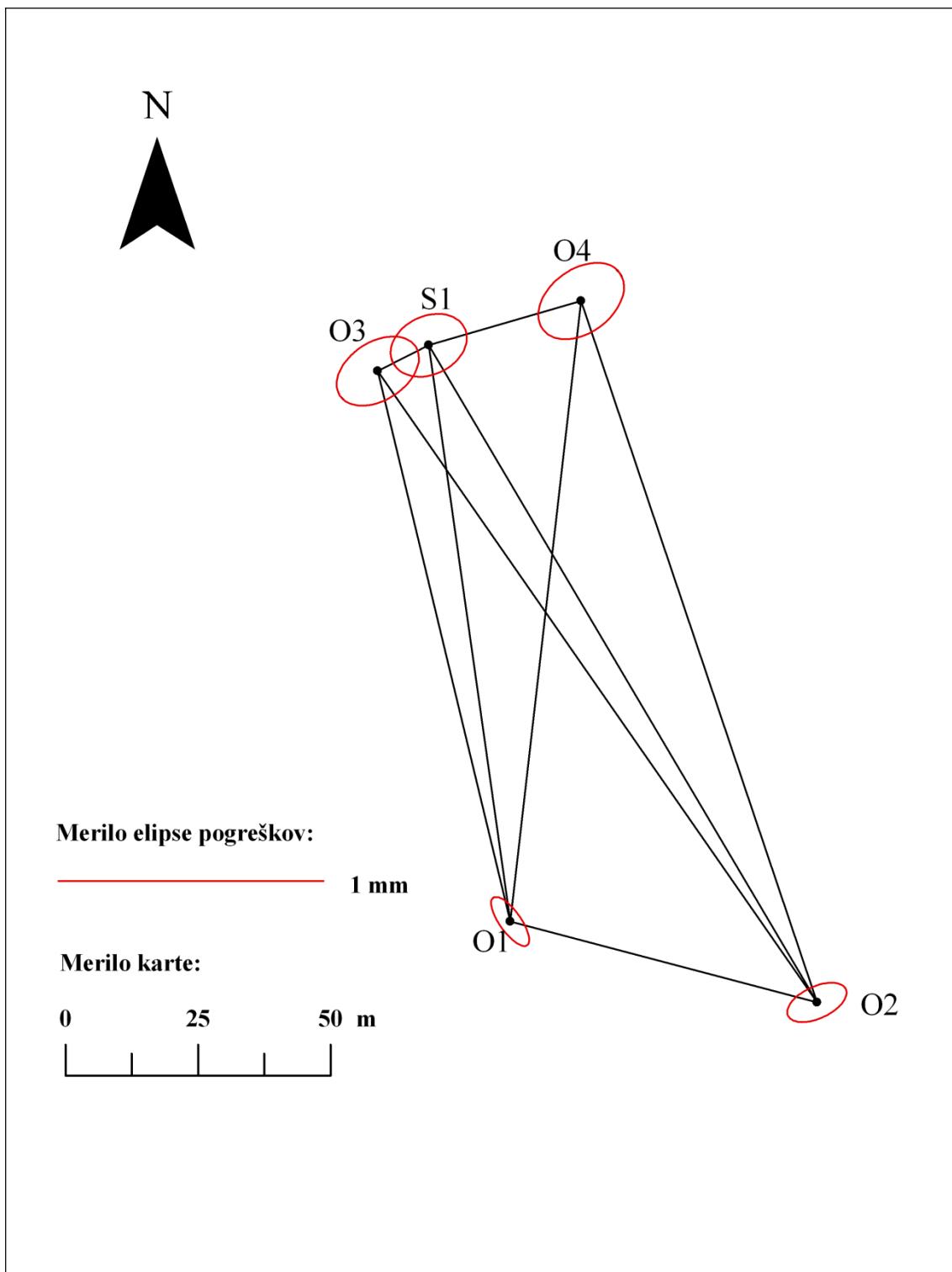
Tretji kriterij je ekonomičnost mreže. Želimo doseči čim večjo kakovost mreže s čim manjšim številom opazovanj ter čim manjšim številom novo postavljenih točk. Ločimo dve vrsti stroškov in sicer konstantne, v katere štejemo uporabo instrumentarija ter stroške osebja ter fleksibilne, ki se zvišujejo s številom girusov in številom točk.

Primerna natančnost, velika zanesljivost in ekonomična cena geodetske mreže so ključne sestavine optimalno zasnovane geodetske mreže.

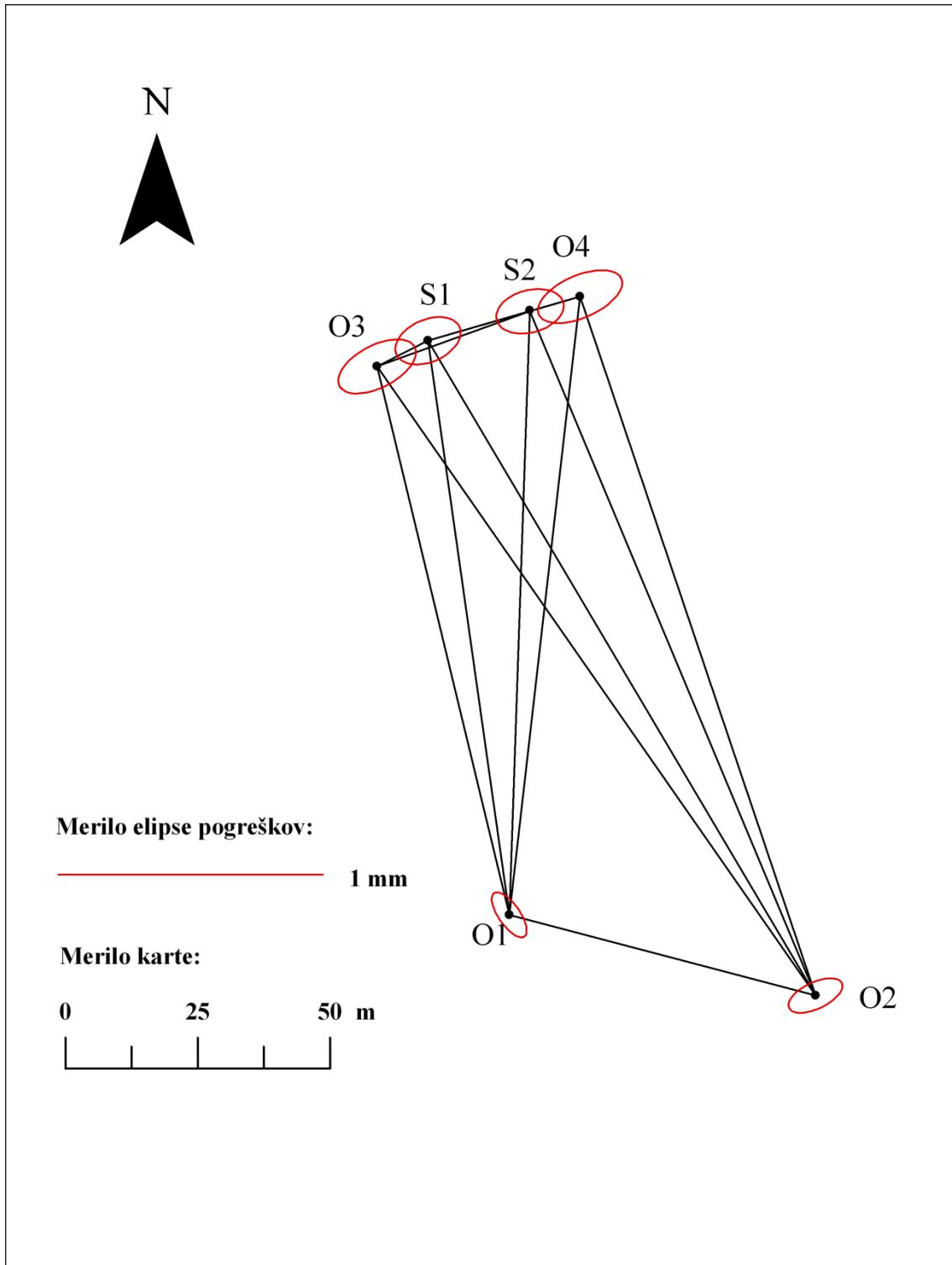
Izvajali smo tri geometrijsko različne simulacije:

- V prvem primeru smo imeli tri stojišča, en stativ, dva stebra, dve talni točki v mreži ter 12 opazovanih točk na prelivnem zidu,
- V drugem primeru smo imeli štiri stojišča, dva stativa, dva stebra, dve talni točki v mreži ter 12 opazovanih točk na prelivnem zidu,
- V tretjem primeru smo imeli pet stojišč, dva stativa, tri stebre, dve talni točki v mreži ter 12 opazovanih točk na prelivnem zidu.

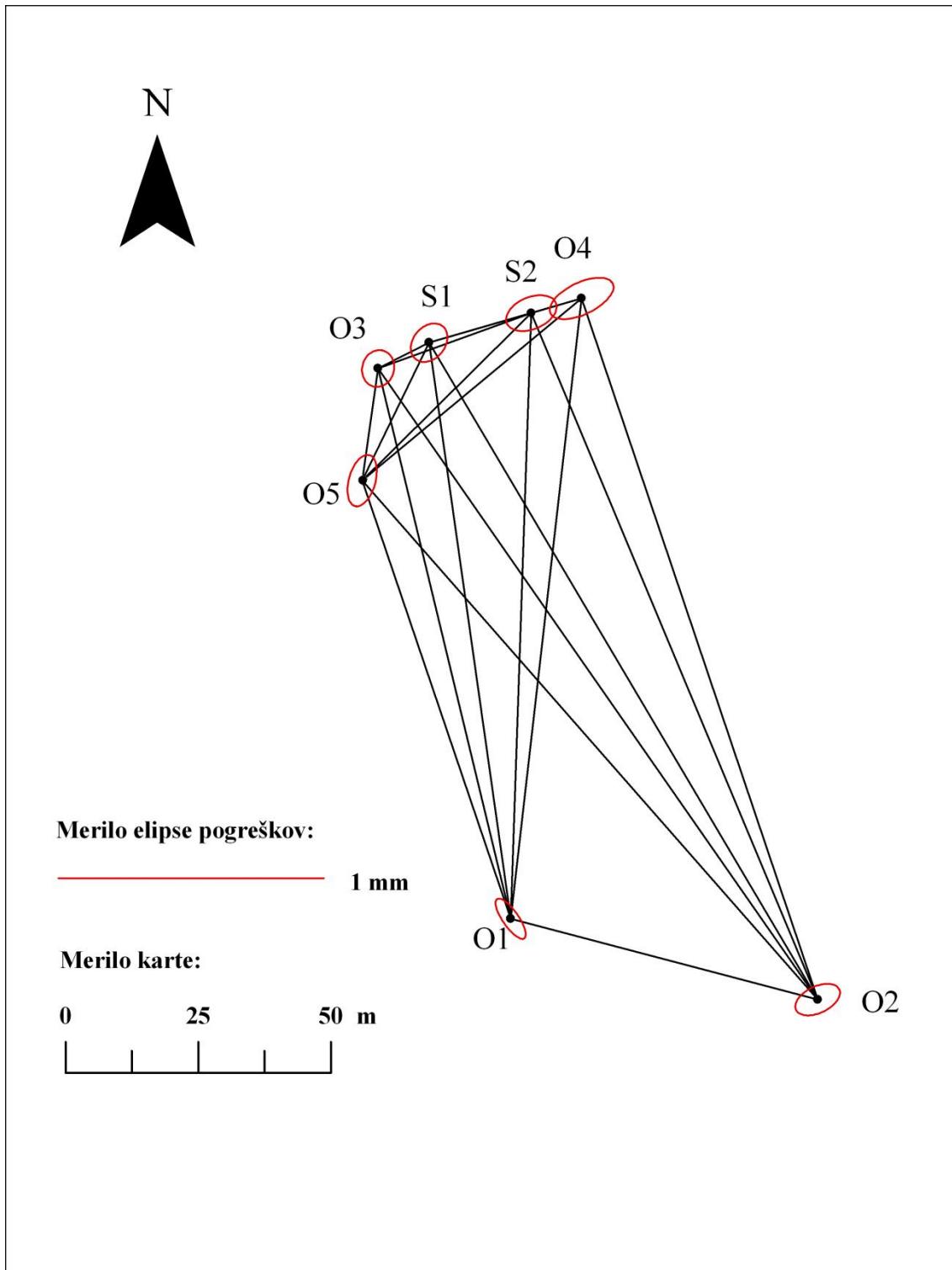
Naslednje slike prikazujejo mreže simuliranih opazovanj za vse tri različne geometrije. Slike ne prikazujejo simulacije detajlnih točk in elips pogreškov okoli njih, saj njihov izris zmanjša preglednost skice mreže.



Slika 11: Simulacije s tremi stojišči



Slika 12: Simulacije s štirimi stojišči



Slika 13: Simulacije s petimi stojišči

Za vsakega od teh treh geometrijsko različnih situacij smo izvajali simulacije opazovanj na dva načina. Enkrat smo simulirali vse izmerjene smeri ter vse izmerjene dolžine. V drugem primeru pa smo zopet simulirali smeri in dolžine ter nato izračunali aritmetične sredine obojestransko simuliranih dolžin. Take dolžine smo v enačbah vezali le na eno stojišče in kot posledico tega tudi spremenili utež tako izračunane dolžine.

Med obema načinoma je prihajalo do minimalnih razlik. Razlike so se predvsem nanašale na dejstvo, da smo v prvem primeru imeli večje število nadštevilnih opazovanj. Opazili smo lahko razlike v srednjem pogrešku smeri ter v srednjem pogrešku dolžin in v srednjem pogrešku utežne enote (referenčnem standardnem odklonu). Dobra mreža ima srednji pogrešek utežne enote okoli ena, kar pomeni, da sta a-priori srednji pogrešek smeri in a-priori srednji pogrešek dolžin dobro izbrana.

Izbirali smo torej med tremi geometrijsko različnimi vrstami simulacij.

V prvem primeru s tremi stojišči smo dobili dobro geometrijsko postavitev in stabilen model. Srednji pogrešek utežne enote je nakazoval na primerno a-priori natančnost smeri in dolžin. Ugotovili smo, da bi tak model že zadostil potrebam geodetske mreže, pa vendar bi bil rahlo pomanjkljiv glede števila nadštevilnih opazovanj, cenovno pa ne bi bil občutno ugodnejši od drugega primera.

V primeru s štirimi stojišči smo zadostili vsem pogojem, ki smo jih iskali v mreži. Geometrija je bila boljša kot v primeru s tremi stojišči. Srednji pogrešek utežne enote je nakazoval na primerno izbrano a-priori natančnost smeri in dolžin. Ugotovili smo, da je taka mreža primerna za namen, za katerega je bila vzpostavljena.

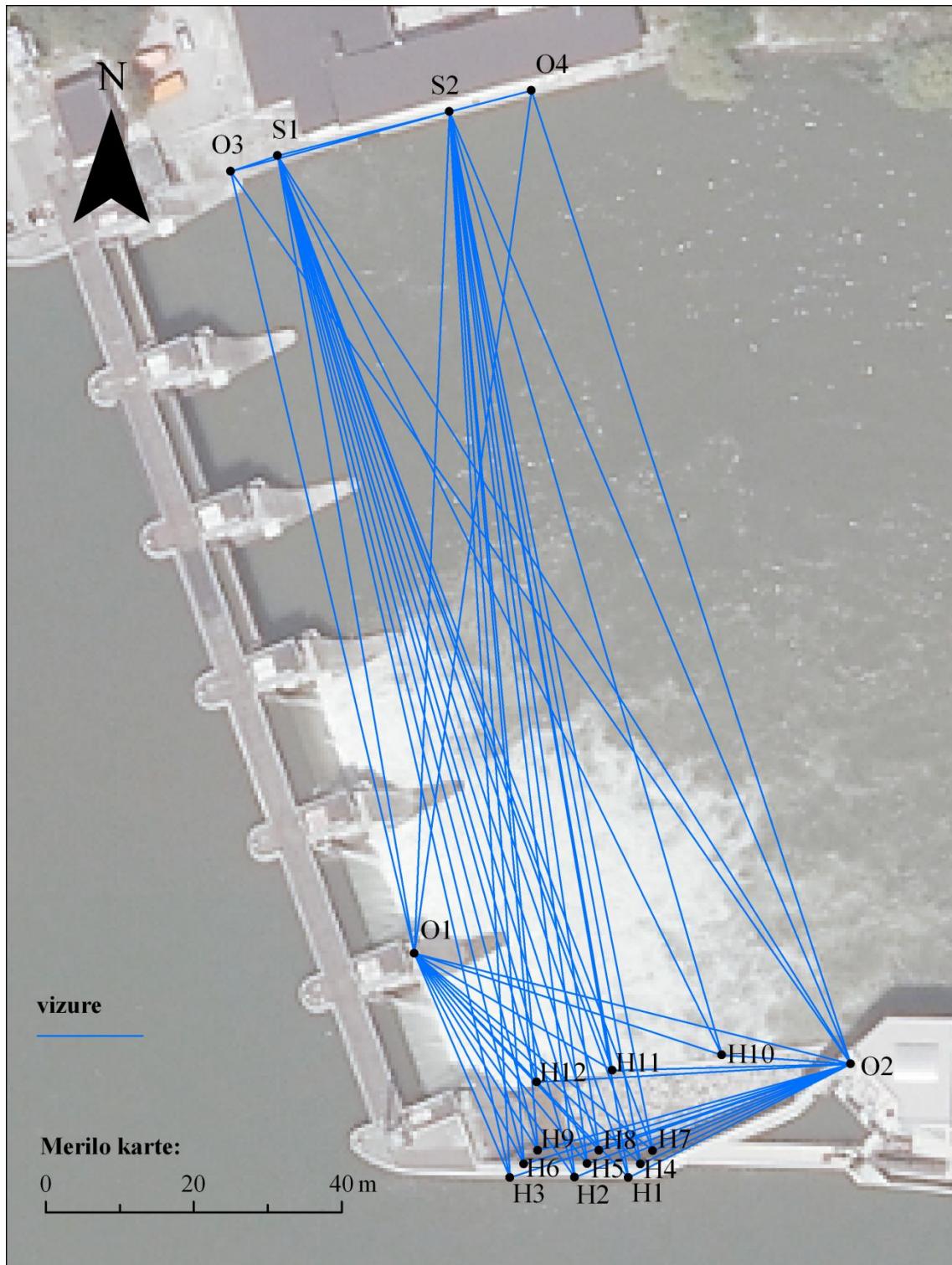
V primeru s petimi stojišči smo imeli še bolj stabilno mrežo. Mreža je dosegla vsa pričakovanja. Srednji pogrešek utežne enote je nakazoval že na rahlo neskladje med a-priori natančnostjo smeri in dolžin. Model geodetske mreže s petimi stojišči je definitivno še boljši od primera s štirimi stojišči, pa vendar nam tak model podraži stroške izvedbe projekta. Tudi oblika elips na severnem delu mreže se zaradi geometrije spremeni. V prejšnjih primerih so si bile elipse dokaj podobne, medtem ko točka O5 vpliva na raznolikost elips in neenakomerno natančnost.

Preglednica 7: Pregled simulacij opazovanj

	3 stojišča		4 stojišča		5 stojišč	
	ne združene dolžine	združene dolžine	ne združene dolžine	združene dolžine	ne združene dolžine	združene dolžine
Srednji pogrešek utežne enote	0,99908	1,02178	0,97436	0,99783	0,91422	0,93131
Št. neznank	34	34	36	36	38	38
Defekt mreže	3	3	3	3	3	3
Št. nadšt. opazovanj	62	59	99	93	140	130
Število enačb popravkov						
Skupaj	96	93	136	136	180	180
Za smeri	48	48	68	68	90	90
Za dolžine	48	45	68	62	90	80
Srednji pogrešek utežne enote smeri ["]						
A-priori	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5
A-posteriori	0,4995	0,5109	0,4872	0,4989	0,4571	0,4657
Srednji pogrešek utežne enote dolžin [mm]						
A-priori	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6
A-posteriori	0,5995	0,6131	0,5846	0,5987	0,5485	0,5588
Položajni pogrešek [m]						
Največji	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0001	0,0001
Najmanjši	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001
Srednji	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001

Vse simulirane mreže so zadostile kriteriju natančnosti, saj bi zagotavljal določitev premika z želeno natančnostjo 0,5 mm. Največji ter najmanjši položajni pogrešek je v vseh primerih manjši od zadane natančnosti določitve premika. Najbolj enakomerne elipse so bile v primeru s štirimi stojišči, kar je seveda pogojeno z geometrijo točk.

Ocenujemo, da vse mreže zadostijo podanim naročnikovim kriterijem, vendar smo se odločili za primerno natančno, dovolj ekonomično, zanesljivo in v izbranih okoliščinah optimalno mrežo. Geodetska mreža v drugem primeru je naša izbrana geodetska mreža.



Slika 14: Položaji točk ter vizure izbrane mreže na ortofotu

6.2 Dejanska izvedba meritev na terenu

Po končanih simulacijah, s katerimi smo določili konfiguracijo točk, so izbrani izvajalci postavili stebre in ostale kontrolne točke. Ko se je beton strdil in se stebri niso več posedali, smo lahko začeli z meritvami. Uporabili smo instrumentarij, ki smo ga izbrali s simulacijami.

Za določitev premikov smo, v zamiku enega meseca, izvedli dve terminski izmeri. Datum prve terminske izmere je bil 21.05.2012 in druge 29.06. 2012. Vremenski pogoji med obema terminoma so bili primerni za izvedbo meritev. Meritve smo opravljali po girusni metodi. Z vsakega stojišča smo merili sedem girusov. Med seboj smo opazovali vse točke v mreži.

Zaradi velikega števila točk smo opazovanja izvajali s pomočjo v instrument vgrajene funkcije avtomatskega prepoznavanja tarč. Instrumentu smo v prvem polgirusu podali smeri, ostale meritve pa je izvedel sam. Med meritvami smo večkrat izmerili še vremenske pogoje, ki smo jih uporabili pri redukciji dolžin.

Na manjši problem smo naleteli, ko smo opravljali meritve na točki O3. Turbina v MHE Melje je povzročala tresljaje, ki jih je kompenzator instrumenta zaznal. Problem smo rešili tako, da so turbino za čas meritev na stebru izklopili.

6.3 Priprava meritev na izravnavo

Pred izravnavo meritev smo najprej izračunali sredine horizontalnih kotov in zenitnih razdalj ter dolžin. Hkrati smo računali redukcije dolžin ter višinske razlike po Baumannovi enačbi. Sledila je izravnava višinskih razlik, nato pa smo izvedli še izravnavo opazovanj v položajni mreži, seveda za obe terminski izmeri posebej.

Rezultati izravnav so podani v prilogi.

6.4 Izravnava rezultatov meritev

Izravnava je potekala v več korakih. Naprej smo izravnali višinske razlike v obeh izmerah, potem smo nadaljevali z izravnavo proste položajne mreže v obeh izmerah, na koncu smo izvedli še izravnavo vklopljene mreže za obe terminski izmeri.

6.4.1 Višinska mreža

Izravnavo višinske geodetske mreže smo opravili s programom VimWin. Izračunali smo višinske razlike med točkami, ter s postavitvijo izhodišča višinske mreže v točko O3, izravnali meritve. Točko O3 smo v geodetski mreži privzeli kot višinski geodetski datum. Razlog za ta izbor leži v višini ter lokaciji točke. Točka, ki leži na levem robu Drave se nahaja na območju, ki se domnevno ne premika, od vseh osnovnih točk pa je najnižje ležeča.

Izravnava je potekala po istem postopku za obe terminski izmeri. Rezultati izravnave so dobri. Popravki višinskih razlik so majhni, kar kaže na odsotnost grobih pogreškov. A-posteriori ocena natančnosti je pričakovano majhna. Tako lahko sklepamo, da so meritve opravljene korektno.

Preglednica 8: A-posteriori pogrešek utežne enote višinskih razlik

$\hat{\sigma}_0$ [m/km]	1. izmera	2. izmera
0,00035	0,00023	

6.4.2 Položajna mreža

Pri položajni mreži pa smo se izračunov lotili nekoliko drugače. Mrežo smo za obe terminski izmeri izravnali dvakrat. Najprej smo mrežo izravnali kot prosto mrežo in s tem ocenili natančnost opazovanj v mreži. Kasneje smo mrežo izravnali še kot vpeto mrežo, kjer smo v mreži privzeli točki O3 ter O4 kot dani točki. Koordinate točk smo izračunali v lokalnem koordinatnem sistemu, saj ni potrebe za navezovanje na državni koordinatni sistem.

6.4.2.1 Izravnava proste mreže

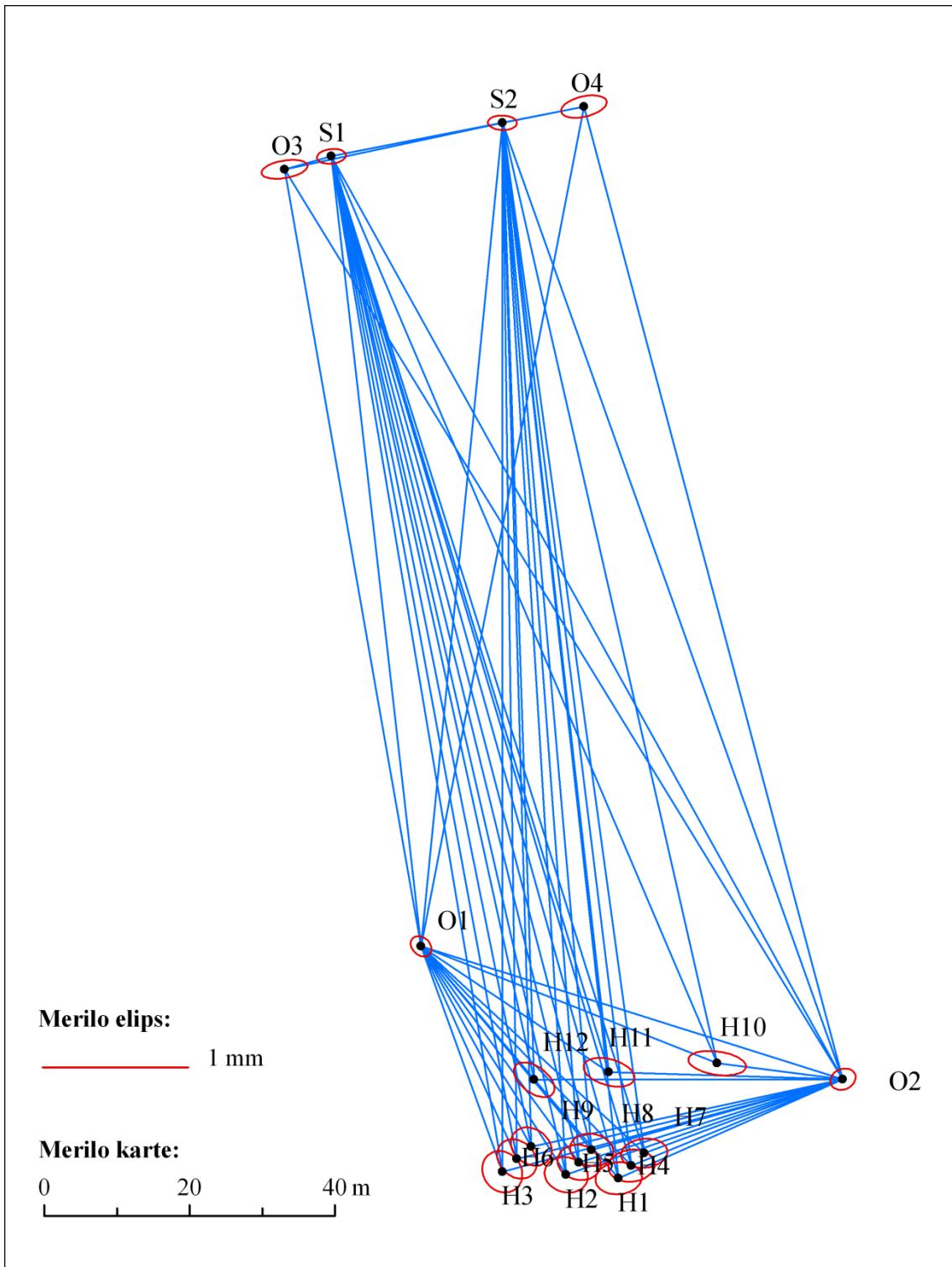
Z izravnavo proste mreže smo preverili, če opazovanja vsebujejo morebitne grobe pogreške. Če bi opazili velike popravke opazovanj v mreži, bi le ti nakazovali na grobi pogrešek opazovanj.

Elipse pogreškov v mreži so dokaj enakomerne, s čemer potrdimo domnevo, da ni grobih pogreškov.

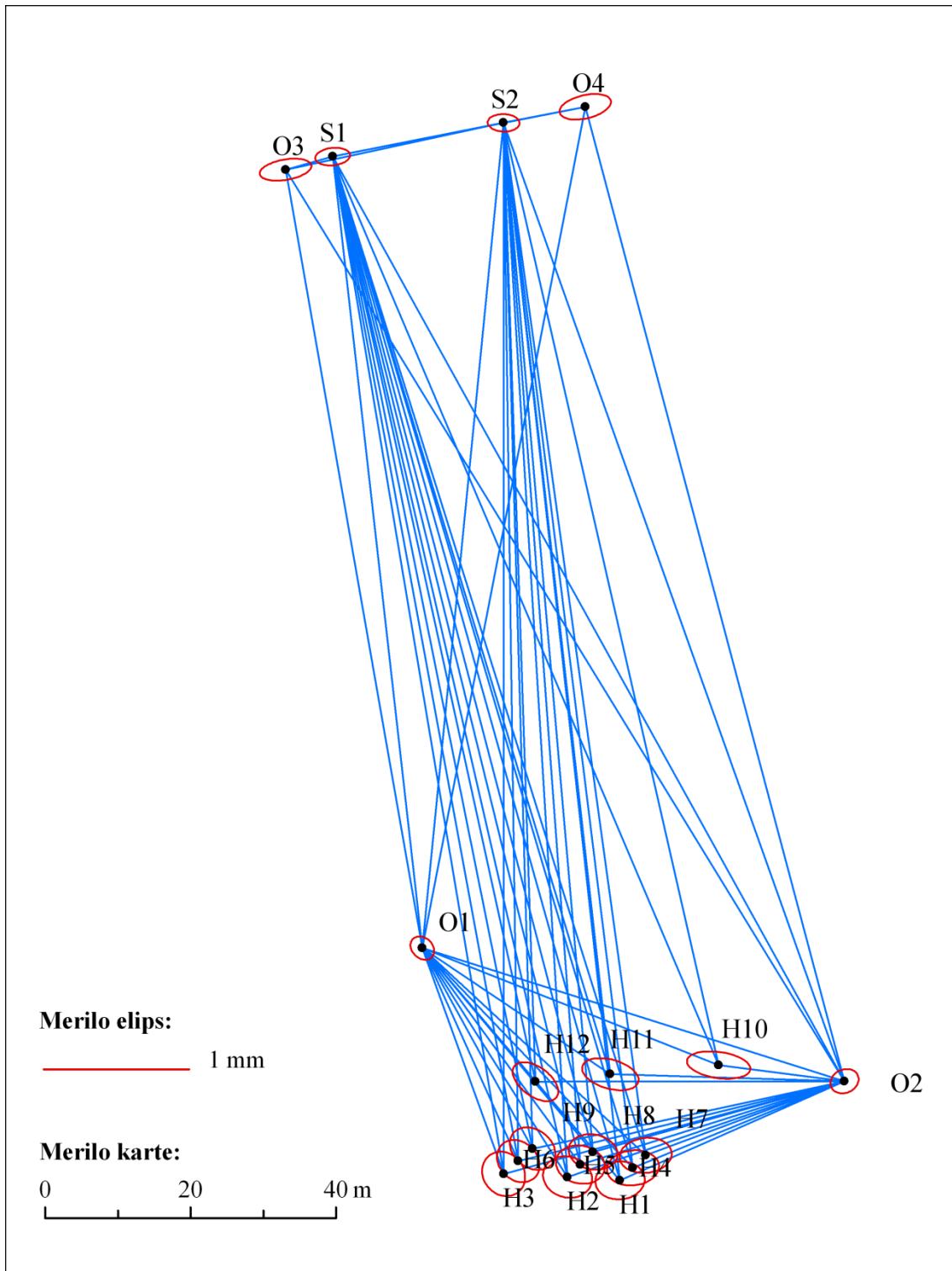
Opazimo lahko razlike med simulacijami in dejanskimi meritvami. Izravnava, ki je potekala iterativno, nam je pokazala, da je natančnost smeri v izravnavi manjša, kot pa je podana natančnost v prospektu instrumenta. Na manjšo natančnost smeri je lahko vplivala slabša vidljivost in meglica nad vodo, ki v dobrih pogojih ne sme biti prisotna. Zanimivejši pa je podatek, da je dolžinska natančnost večja od tiste, ki je podana v prospektu instrumenta, torej lahko sklepamo, da je razdaljemer v instrumentu zelo natančen in zanesljiv.

Preglednica 9: Izravnava prostih mrež

	4 stojišča	
	1. izmera	2. izmera
Srednji pogrešek utežne enote	0,90963	1,01644
Št. neznank	40	40
Defekt mreže	3	3
Št. nadšt. opazovanj	99	99
Število enačb popravkov		
Skupaj	136	136
Za smeri	68	68
Za dolžine	68	68
Srednji pogrešek utežne enote smeri ["]		
A-priori	1	1
A-posteriori	0,9096	1,0164
Srednji pogrešek utežne enote dolžin [mm]		
A-priori	0,4	0,4
A-posteriori	0,3639	0,4066
Položajni pogrešek [m]		
Največji	0,0002	0,0002
Najmanjši	0,0001	0,0001
Srednji	0,0001	0,0001



Slika 15: Elipse pogreškov proste mreže 1. terminске izmere



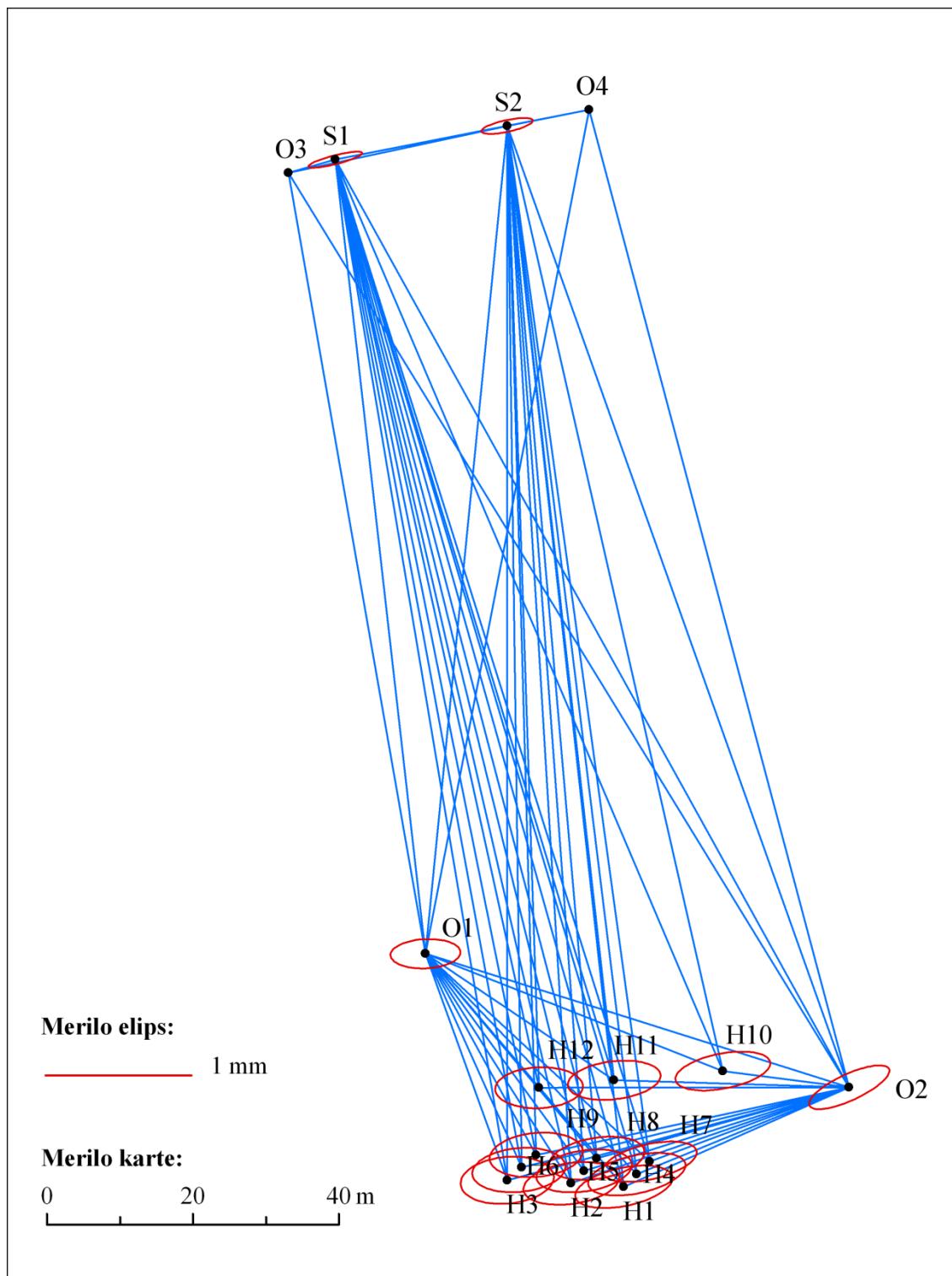
Slika 16: Elipse pogreškov proste mreže 2. terminske izmere

6.4.2.2 Izravnava vpete mreže

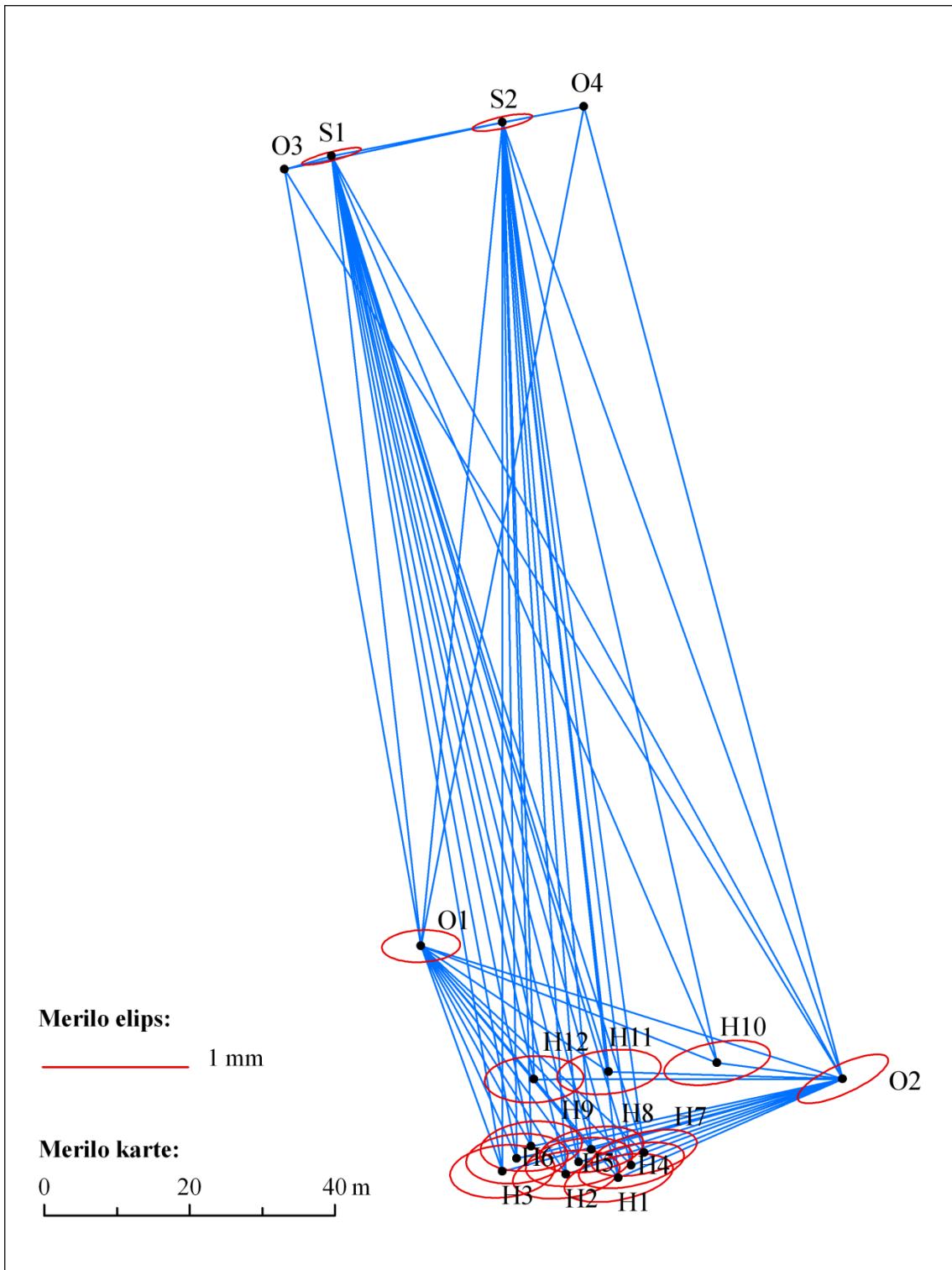
Z določitvijo geodetskega datuma smo dobili vpeto mrežo. Mreža na MHE Melje je nova, zato ima ključno vlogo za prihodnja opazovanja korektna izbira geodetskega datuma. V preglednici 1 smo prikazali potrebno število datumskih parametrov za enolično določitev geodetskega datuma. V našem primeru je defekt geodetske mreže MHE Melje 3. Uporabljamo kombinirano triangulacijsko-trilateracijsko mrežo, kjer je merilo z meritvami dolžin že določeno. Idealna izbira bi bila, če bi izbrali eno dano točko in eno smer. V našem primeru smo izbrali dve točki, točki O3 ter O4. Izbiri dveh točk lahko pripisujemo praktičnosti uporabe in zmožnosti programskega orodja GeM. Razlog za izbiro teh dveh točk je, da sta stabilizirani s talno stabilizacijo, ter da se nahajata na območju t.i. stabilne obale.

Preglednica 10: Izravnava vpetih mrež

	4 stojišča	
	1. izmera	2. izmera
Srednji pogrešek utežne enote	0,90552	1,01644
Št. neznank	40	40
Št. nadšt. opazovanj	100	100
Število enačb popravkov		
Skupaj	136	136
Za smeri	68	68
Za dolžine	68	68
Srednji pogrešek utežne enote smeri ["]		
A-priori	1	1
A-posteriori	0,9055	0,5109
Srednji pogrešek utežne enote dolžin [mm]		
A-priori	0,4	0,4
A-posteriori	0,3622	0,4046
Položajni pogrešek [m]		
Največji	0,0004	0,0004
Najmanjši	0,0002	0,0002
Srednji	0,0003	0,0003



Slika 17: Elipse pogreškov vpete mreže 1. terminske izmere



Slika 18: Elipse pogreškov vpete mreže 2. terminske izmere

6.5 Premik

Mrežo merimo v več terminskih izmerah. Cilj vzpostavitev in izmere geodetske mreže MHE Melje je bil določitev morebitnih premikov opazovanih točk na prelivnem zidu. Primerjava posameznih terminskih izmer z istim datumom nas pripelje do iskanega rezultata. Poleg določitve premika nas

zanimala tudi kakovost določitve premika. Ugotoviti želimo, ali se je zaznani premik dejansko zgodil, ali je premik le reda velikosti natančnosti meritev. Izravnane terminske izmere smo med seboj primerjali s programom Premik. Program deluje po principu in enačbah, razloženih v petem poglavju.

Premike smo ugotavljali tako za horizontalno kot tudi za višinsko mrežo.

6.5.1 Višinski premik

Program je izračunil premik, natančnost premika, testno statisiko, kritično vrednost in dejansko stopnjo zaupanja ter izpisal, ali je premik večji od trikratne vrednosti natančnosti premika. V inženirski geodeziji želimo biti prepričani v svoje rezultate, zato smo si izbrali 5% stopnjo značilnosti testa ali drugače rečeno, 95% stopnjo zaupanja. Rezultati so predstavljeni v preglednici 11.

Preglednica 11: Višinski premiki

Izračun med dobama 1. in 2.						
Reper	ΔH [m]	$\sigma_{\Delta H}$ [m]	T	T_{krit}	$\alpha_{dejanska}$ %	$3 \cdot \sigma_{\Delta H}$
O1	0,0017	0,0047	0,369	1,9600	71,21	NE
O2	0,0007	0,0047	0,1421	1,9600	88,70	NE
O4	-0,0003	0,0063	-0,0496	1,9600	96,05	NE
H1	0,0004	0,0063	0,0639	1,9600	94,90	NE
H2	0,0006	0,0063	0,0895	1,9600	92,87	NE
H3	0,0005	0,0063	0,0783	1,9600	93,76	NE
H4	0,0006	0,0063	0,1023	1,9600	91,85	NE
H5	0,0007	0,0063	0,1055	1,9600	91,60	NE
H6	0,0003	0,0063	0,0496	1,9600	96,05	NE
H7	0,0003	0,0063	0,0528	1,9600	95,79	NE
H8	0,0003	0,0063	0,0416	1,9600	96,68	NE
H9	0,0001	0,0063	0,0144	1,9600	98,85	NE
H10	-0,0001	0,0063	-0,0112	1,9600	99,11	NE
H11	0,0003	0,0063	0,0432	1,9600	96,56	NE
H12	0,0000	0,0063	0,0032	1,9600	99,74	NE

Iz preglednice 11 lahko zaključimo, da so višinski premiki točk majhni, testna statistika T pa v nobenem primeru ne preseže kritične vrednosti T_{krit} . Z veliko verjetnostjo lahko trdimo, da so točke na prelivnem zidu v višinskem smislu stabilne.

6.5.2 Položajni premik

Položajne premike smo računali na podoben način kot višinske. Teorijo smo razložili že v petem poglavju. Ravno tako smo si izbrali 5% stopnjo značilnosti testa oziroma 95% stopnjo zaupanja. Ko računamo premik v dvodimenzionalnem prostoru, imamo dve komponenti premika in sicer Δy in Δx .

Preglednica 12: Položajni premiki

Izračun med dobama 1. in 2.									
Točka	Δy [m]	Δx [m]	v [°]	d [m]	σ_d [m]	T	T_{krit}	$\alpha_{dejanska}$ %	$3 \cdot \sigma_{\Delta H}$
O3	0	0	0	0					
O4	0	0	0	0					
O2	0,0001	0,0008	7	0,0008	0,0003	3,0125	2,0597	0,34	DA
H1	0,0001	-0,0010	174	0,0010	0,0002	4,9002	2,1317	0,00	DA
H2	0,0000	-0,0006	180	0,0006	0,0002	2,6641	2,1700	1,27	NE
H3	-0,0006	-0,0008	217	0,0010	0,0004	2,7306	2,2233	1,23	NE
H4	0,0001	-0,0003	162	0,0003	0,0002	1,6007	2,1171	17,31	NE
H5	-0,0001	-0,0003	198	0,0003	0,0003	1,0871	2,1597	45,54	NE
H6	-0,0006	-0,0004	236	0,0007	0,0004	1,6676	2,2181	18,43	NE
H7	-0,0004	0,0001	284	0,0004	0,0005	0,9064	2,1030	54,42	NE
H8	-0,0002	0,0000	270	0,0002	0,0005	0,4139	2,1465	88,73	NE
H9	-0,0003	-0,0001	252	0,0003	0,0005	0,6825	2,2075	74,36	NE
H10	0,0000	0,0005	0	0,0005	0,0002	2,4753	2,1033	1,74	NE
H11	0,0002	0,0001	63	0,0002	0,0005	0,4935	2,1469	84,03	NE
H12	0,0001	0,0001	45	0,0001	0,0004	0,3902	2,2054	90,87	NE
O1	-0,0004	-0,0001	256	0,0004	0,0004	1,1431	2,1367	40,28	NE

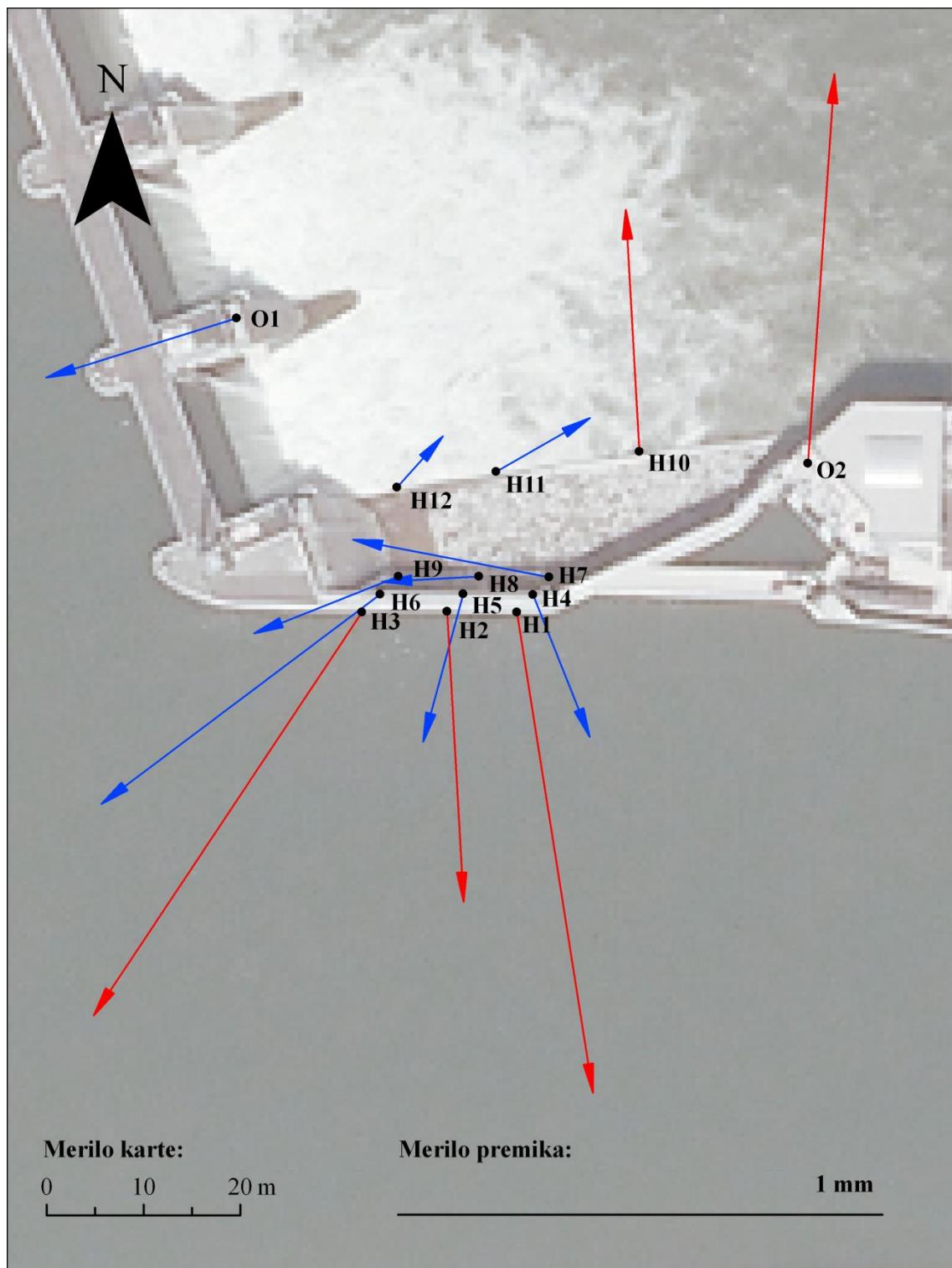
V primeru položajne mreže imamo bolj zanimive rezultate. Zanimalo nas je, ali je premik z izbrano stopnjo značilnosti testa 5% statistično značilen ali ni. Kot kriterij smo vzeli primerjavo izračunane testne statistike T kritično vrednostjo T_{krit} . Ko je bila izračunana testna statistika večja od kritične vrednosti, smo premik obravnavali kot statistično značilen. Poleg stroge statistične analize lahko premik potrdimo, če je ta trikrat večji od natančnosti določitve premika. Podatke podajamo v zadnjem stolpcu preglednice 12.

Rezultati so nam pokazali, da glede na izbran kriterij, zaznamo nekaj statistično značilnih premikov. Od šestnajstih točk imamo pet točk, ki so se statistično značilno premaknile. Iz preglednice in slike

premikov lahko ugotovimo, da se, relativno glede na točki O3 in O4, statistično značilno premikajo točke H1, H2, H3, H10 ter betonski steber O1.

Zanimiv je tudi podatek o dejanski stopnji zaupanja. Ta nam pove, kolikšno je dejansko tveganje za zavrnitev ničelne hipoteze, ki pravi, da točka miruje. Zaključimo lahko, da za omenjenih pet točk z minimalnim tveganjem lahko zavrnemo ničelno hipotezo in s tem potrdimo alternativno hipotezo, ki pravi, da se je točka premaknila. Če bi izbrali višjo stopnjo zaupanja, bi imeli več statistično značilnih premikov. Za stopnjo zaupanja okoli 20% bi med nestabilne točke lahko uvrstili tudi točki H4 in H6.

Ocenjujemo, da na osnovi dveh terminskih izmer v časovnem obdobju enega meseca, za območje MHE Melje ne moremo zanesljivo trditi, da je stabilno. Nekoliko večje horizontalne premike izkazujejo točke na zgornjem robu prelivnega zidu. Zanesljivejše rezultate bomo dobili z nadaljnji meritvami.



Slika 19: Položajni premiki MHE Melje

V sliki premikov so z različno barvo označeni statistično značilni in statistično neznačilni premiki. Z rdečo barvo smo obarvali statistično značilne, z modro pa neznačilne premike.

7 ZAKLJUČEK

V inženirski geodeziji se večkrat srečamo z geodetsko mrežo. Mreže uporabljamo za izvedbo različnih geodetskih del in sicer od zakoličbe objektov, do kontrole med gradnjo objekta pa do nadzora premikov in deformacij okoli objekta. Mreže lahko pozneje spremljamo ter uporabljamo na različne načine kot deformacijske mreže. Torej je mreža ena izmed temeljnih sestavin inženirske geodezije.

V primeru MHE Melje smo mrežo vzpostavili za ugotavljanje premikov prelivnega zidu. Spoznali smo se z vsemi postopki vzpostavitve in izmere mreže in na koncu tudi ugotavljni premike. V diplomski nalogi je zajeto in predstavljeno široko področje postopkov in izračunov, ki se pri taki nalogi uporablja, tudi takih, ki jih ne štejemo med geodetske metode. Poglavlja v diplomski nalogi si sledijo v logičnem sosledju, ki je bil pri izdelavi mreže in ugotavljanju premikov tudi uporabljen.

V prvi fazi projektiranja mreže smo uporabili simulacije. Predstavili smo metode, na katerih temeljijo simulacije ter se s tem skušali dotakniti bistva simulacij in ne le predstaviti namen uporabe teh. Opisali smo metodo Monte Carlo, ki je bistvo simuliranih opazovanj. Simulirana opazovanja smo uporabili za določitev oblike mreže ter poskušali ugotoviti ali imamo glede na zahtevenaročnika primeren instrumentarij.

Ko smo prišli do teoretične mreže, ki je zadostila našim pogojem, se je začel prenos te mreže v naravo. Postavljanje betonskih stebrov in talna stabilizacija imata pri mrežah visoke natančnosti ključno vlogo, dobra stabilizacija je predpogoj za kakovostno in zanesljivo določitev premikov.

Izmera je potekala na način in skladno z zahtevami Pravilnika o geotehničnih opazovanjih za najvišji nivo natančnosti. Uporabljali smo girusno metodo, merili smo tako horizontalne kote, zenitne razdalje in poševne dolžine. Sledila je priprava podatkov na izravnavo, kar je vključevalo izračun sredin, ter redukcijo dolžin in izračun višinskih razlik.

Po izravnavi dveh terminskih izmer, smo poskušali merske podatke spremeniti v informacije o premikih. Mreža je bila postavljena z namenom določitve premikov, kar smo tudi preverjali z programom Premik.

Podatke, informacije in ugotovitve smo skozi izračune poskušali predstaviti ne le kot številčne podatke, temveč tudi s pomočjo grafične predstavitve. Vse merjene podatke in informacije o doseženi natančnosti smo predstavili v poglavju praktični del.

Razvoj mreže in navsezadnje izdelavo moje diplomske naloge je sprožil merilnik sil vgrajen v prelivni zid, katerega naloga je bila opozorilo na morebitne premike. Torej se je na koncu diplomske naloge potrebno vprašati, ali mreža, ki smo jo razvili, podaja zanesljive informacije o statistično značilnih premikih.

Pozabiti sem poskušal na dejstvo, da obravnavam samo dve terminski izmeri in bi za boljše rezultate potreboval precej večje število izmer in se osredotočil na podatke, ki jih imam. Premiki, ki smo jih zaznali, so majhni in mejijo na natančnost njihove določitve. Smeri premikov nakazujejo, da so se točke pomaknile proti dovodnemu kanalu. Vektorji premikov niso naključno porazdeljeni in nakazujejo enotno smer.

Odgovor za tako situacijo sem poskušal pridobiti s primerjavo stanja pretoka in vodostaja na dan meritev. Podatki, ki sem jih dobil, so v grobem pokazali to, da bil je vodostaj za prelivnim zidom v drugi terminski izmeri višji kot v prvi. Torej bi bilo povsem nelogično, da so se premiki izvedli v obratni smeri večje obremenitve.

Ocenujem, da je obravnavano območje stabilno. Po analizi rezultatov dveh izmer nisem opazil premikov, ki bi bili nevarni za objekt. Lahko pa z gotovostjo rečem, da je obdobje med terminskima izmerama, ki so se izvedle med 21.05.2012 in 29.06. 2012, prekratko. Če se območje res premika, je potrebno, da preteče več časa med eno in drugo izmero. Premiki, ki smo jih zaznali z izbrano metodo ugotavljanja in primerjanja testnih statistik, so premajhni in premalo izraziti, da bi lahko trdili, da se območje premika. Boljše ugotovitve bo prinesla tretja izmera, ki se bo izvedla v zamiku treh mesecev po drugi.

VIRI:

Ambrožič, T., Turk, G. 2000. Analiza natančnosti določitve koordinat točk v ravninski mreži z metodo Monte Carlo. Geodetski vestnik 44, 1-2: 11-22.

Ambrožič, T., Stopar, B., Turk, G. 1994. Izravnava geodetskih mrež z razcepom po singularnih vrednostih. Geodetski vestnik 38, 2: 67-73.

Baumann, E., 1985. Vermessungskunde Lehr-und Übungsbuch für Ingenieure, Bd. 2. Punktbestimmung nach Höhe und Lage. Bonn, Dümmler: (loč.pag.)

Breščak, M., 2006. Zasnova baze geodetskih točk. Geodetski vestnik 50, 2: 248-257.

Dravske elektrarne Maribor mala hidroelektrarna Melje. 2012.

<http://www.dem.si/slo/elektrarneinproizvodnja/18> (Pridobljeno 19.08.2012.)

Grigillo, D., Stopar, B. 2003. Metode odkrivanja grobih pogreškov v geodetskih opazovanjih. Geodetski vestnik 47, 4: 387-403.

Jonathan Pengelly. 2002 . Monte Carlo methods.

http://www.cs.otago.ac.nz/cosc453/student_tutorials/monte_carlo.pdf (Pridobljeno 01.06.2012.)

Jagodič, S. 2007. Sanacija nivelmanskega poligona 2-21 (Ljubljana-Zidani most). Diplomska naloga. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo (samozačlanba S. Jagodič): 35 f.

Kogoj, D. 2005. Merjenje dolžin z elektronskimi razdaljemeri. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo, Oddelek za geodezijo: 159 str.

Kogoj, D. 2006. Geodetske točke in geodetske mreže.

<http://gradbenik.files.wordpress.com/2010/01/04-geodetske-tocke-in-geodetske-mreze.pdf>
(Pridobljeno 01.06.2012.)

Kogoj, D. 2008. Projekt geodetske mreže.

<ftp://ftp.fgg.uni-lj.si/Sendable/Geodezija%20-%20SARAJEVO/Primenjena%20geodezija%20III%20i%20IV/03-Projekt%20geodetske%20mre%9Ee%2008-09.pdf> (Pridobljeno 09.08.2012.)

Leica TS30 Technical Data. 2009. Heerbrugg, Leica Geosystems AG.

http://www.geotech.sk/downloads/Totalne-stanice/TS30/TS30-Technical_Data_en.pdf (Pridobljeno 16.5.2012.)

Lyche, T. 2006. The Singular Value Decomposition and Least Squares Problems .

<http://heim.ifi.uio.no/~tom/svdslides.pdf> (Pridobljeno 26.7.2012.)

Marjetič, A., Ambrožič, T., Bogatin, S., Klopčič, J., Logar, J., Štimulak, A., Majes, B. 2006. Geodetske meritve v predoru Šentvid. Geodetski vestnik 50, 1: 11-24.

Marjetič, A., Stopar, B. 2007. Geodetski datum in S-transformacija. Geodetski vestnik 51, 3: 549-564.

Marjetič, A. 2011. Statistična analiza značilnih premikov točk v geodetskih mrežah. Doktorska disertacija. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo (samozaložba A. Marjetič): 151 f.

Mihajlovič, K. 1981. Geodezija II: I deo. drugo izdanje. Beograd, Građevinska knjiga: 548 str.

Savšek-Safić, S., Ambrožič, T., Stopar, B., Turk, G. 2006. Determination of Point Displacement in the Geodetic Network. Journal of Surveying Engineering 132, 2: 58-63.

Savšek-Safić, S., Ambrožič, T., Stopar, B., Turk, G. 2003. Ugotavljanje premikov točk v geodetski mreži. Geodetski vestnik 47, 1-2: 7-17.

Sluga, C. 1990. Geodezija 1. Ljubljana, Zavod SR Slovenije za šolstvo: 186 str.

Šilec, I. 2010. Ocena kakovosti izmeritvene geodetske mreže za potrebe izdelave geodetskega načrta. Diplomska naloga. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo (samozaložba I. Šilec): 74 f.

Surveying Reflectors-White Paper Characteristics and Influences. 2009. Heerbrugg, Leica Geosystems AG. <http://www.surveyequipment.com/PDFs/leica-white-paper-surveying-prisms.pdf> (Pridobljeno 16.5.2012.)

Štebe, G. 2011. Ponovna obdelava meritev v položajni mreži HE Moste od 1950 do 2010. Diplomska naloga. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo (samozaložba G. Štebe): 116 f.

Vodopivec, F., Kogoj, D. 2005. Nov način precizne stabilizacije geodetskih točk za opazovanje premikov. Geodetski vestnik 49, 1: 9-17.

Wikipedija mala hidroelektrarna Melje. 2009.

http://sl.wikipedia.org/wiki/Mala_hidroelektrarna_Melje (Pridobljeno 19.08.2012.)

KAZALO PRILOG

PRILOGA A:	Višinska izravnava 1. in 2. izmera	A1
PRILOGA B:	Položajna izravnava 1. in 2. izmera (vklopljena mreža).....	B1
PRILOGA C:	Redukcije dolžin 1. in 2. izmera	C1
PRILOGA D:	Višinski premiki.....	D1
PRILOGA E:	Položajni premiki	E1

Ta stran je namenoma prazna.

PRILOGA A: Višinska izravnava 1. in 2. izmera

Izravnava VIŠINSKE geodetske Mreže			
Program: VIM, ver.5.0, mar. 07			
Copyright (C) Tomaž Ambrožič & Goran Turk			
Ime datoteke s podatki: visl_mat.pod			
Ime datoteke za rezultate: visl_mat.rez			
Ime datoteke za deformacijsko analizo: visl_mat.def			
Ime datoteke za S-transformacijo: visl_mat.str			
Ime datoteke za izračun ocene natančnosti premika: visl_mat.koo			
Datum: 13. 9. 2012			
Čas: 19: 4: 6			
===== NADMORSKE VIŠINE REPREJEV =====			
Reper	Nadm.viš.		
O3	0.0000		
O1	7.3989		
O2	8.9008		
O4	-0.0346		
S1	1.5156		
S2	1.4964		
H1	5.9351		
H2	5.8773		
H3	5.9136		
H4	3.1096		
H5	3.0831		
H6	3.0433		
H7	0.2308		
H8	0.2434		
H9	0.1878		
H10	-1.0396		
H11	-1.0282		
H12	-1.0191		
Število vseh reperjev = 18			
Število danih reperjev = 1			
Število novih reperjev = 17			
===== MERITVE VIŠINSKIH RAZLIK IN DOLŽIN =====			
Reper	Reper	Merjena viš raznika	Merjena dolžina
zadaj	spredaј		
O2	O1	-1.5021	0.5000
O2	S1	-7.3864	0.5000
O2	S2	-7.4044	0.5000
O2	O3	-8.9013	1.0000
O2	O4	-8.9354	1.0000
O2	H1	-2.9655	1.0000
O2	H2	-3.0233	1.0000
O2	H3	-2.9868	1.0000
O2	H4	-5.7910	1.0000
O2	H5	-5.8154	1.0000
Število opazovanj = 62			
Vektor normalnih enačb je zaseden 0.02 %.			

IZRAČUNANI POPRAVKI VIŠINSKIH RAZLIK									
št.	Reper p.p. zadaj	Koeficienti al a2 f	Reper spredaj	Utež	Reper op. zadaj	Reper sprečaj	Reper op. zadaj	Merjena viš.razlika viš.razlike	Definitivna viš.razlika viš.razlike
53	S2	H3	-1.	1.	0.0005	1.0000	-1.	1.	0.0003
54	S2	H4	-1.	1.	0.0003	1.0000	-1.	1.	0.0004
55	S2	H5	-1.	1.	0.0004	1.0000	-1.	1.	0.0004
56	S2	H6	-1.	1.	0.0004	1.0000	-1.	1.	0.0004
57	S2	H7	-1.	1.	0.0001	1.0000	-1.	1.	0.0004
58	S2	H8	-1.	1.	0.0004	1.0000	-1.	1.	0.0002
59	S2	H9	-1.	1.	0.0002	1.0000	-1.	1.	0.0002
60	S2	H10	-1.	1.	0.0006	1.0000	-1.	1.	0.0006
61	S2	H11	-1.	1.	0.0004	1.0000	-1.	1.	0.0004
62	S2	H12	-1.	1.	0.0004	1.0000	-1.	1.	0.0004
63	S1	H1	1.	-1.	0.0000	1.0000	0.0001	-1.	1.
64	S1	H2	1.	-1.	0.0002	2.0000	-7.3854	0.0002	-7.3852
65	S1	H3	1.	-1.	0.0004	1.0000	-7.4044	0.0000	-7.4044
66	S1	H4	1.	-1.	0.0002	1.0000	-8.9013	0.0004	-8.9008
67	S1	H5	1.	-1.	0.0003	1.0000	-8.9354	-0.0001	-8.9355
68	S1	H6	1.	-1.	0.0001	1.0000	-2.9655	-0.0003	-2.9657
69	S1	H7	1.	-1.	-0.0001	1.0000	-3.0233	-0.0003	-3.0236
70	S1	H8	1.	-1.	-0.0002	1.0000	-7.0000	-0.0004	-7.0000
71	S1	H9	1.	-1.	-0.0001	1.0000	-2.9888	-0.0004	-2.9872
72	S1	H10	1.	-1.	-0.0001	1.0000	-5.7910	-0.0003	-5.7913
73	S1	H11	1.	-1.	-0.0003	1.0000	-5.8154	-0.0004	-5.8158
74	S1	H12	1.	-1.	-0.0005	1.0000	-5.8576	0.0001	-5.8575
75	S2	H1	1.	-1.	-0.0003	2.0000	-8.6201	0.0000	-8.6201
76	S2	H2	1.	-1.	-0.0003	2.0000	-8.6573	-0.0001	-8.6574
77	S2	H3	1.	-1.	-0.0002	1.0000	-8.7132	0.0001	-8.7131
78	S2	H4	1.	0.	-0.0002	1.0000	-9.9405	0.0001	-9.9404
79	S2	H5	1.	-1.	-0.0002	1.0000	-9.9293	0.0003	-9.9293
80	S2	H6	1.	-1.	-0.0003	1.0000	-9.9204	0.0004	-9.9200
81	S2	H7	1.	-1.	-0.0003	1.0000	-5.8836	0.0003	-5.8833
82	S2	H8	1.	-1.	-0.0003	1.0000	-5.9022	-0.0003	-5.9025
83	S2	H9	1.	-1.	-0.0001	1.0000	-7.3991	0.0002	-7.3989
84	S2	H10	1.	-1.	-0.0002	1.0000	-7.4337	0.0001	-7.4335
85	S2	H11	1.	-1.	-0.0001	1.0000	-1.4635	-0.0003	-1.4638
86	S2	H12	1.	-1.	-0.0002	1.0000	-1.5213	-0.0003	-1.5216
87	S2	H1	1.	-1.	-0.0001	1.0000	-1.4850	-0.0003	-1.4853
88	S2	H2	1.	-1.	-0.0003	1.0000	-4.2893	-0.0001	-4.2893
89	S2	H3	1.	-1.	-0.0001	1.0000	-4.3136	-0.0002	-4.3138
90	S2	H4	1.	-1.	-0.0003	1.0000	-4.3555	-0.0001	-4.3556
91	S2	H5	1.	-1.	-0.0003	1.0000	-7.1183	0.0002	-7.1181
92	S2	H6	1.	-1.	-0.0001	1.0000	-7.1556	0.0001	-7.1555
93	S2	H7	1.	-1.	-0.0004	1.0000	-7.2114	0.0003	-7.2111
94	S2	H8	1.	-1.	-0.0002	1.0000	-8.4386	0.0001	-8.4385
95	S2	H9	1.	-1.	-0.0001	1.0000	-8.4274	0.0003	-8.4271
96	S2	H10	1.	-1.	-0.0001	1.0000	-8.4183	0.0002	-8.4180
97	S2	H11	1.	-1.	-0.0005	1.0000	-0.0191	-0.0001	-0.0192
98	S2	H12	1.	-1.	-0.0001	1.0000	-1.5152	-0.0005	-1.5156
99	S2	H1	1.	-1.	-0.0005	1.0000	-1.5504	0.0002	-1.5502
100	S2	H2	1.	-1.	-0.0001	1.0000	4.4193	0.0002	4.4195
101	S2	H3	1.	-1.	-0.0005	1.0000	4.3614	0.0003	4.3616
102	S2	H4	1.	-1.	-0.0002	1.0000	4.3977	0.0003	4.3980
103	S2	H5	1.	-1.	-0.0005	1.0000	4.5691	0.0003	4.5693
104	S2	H6	1.	-1.	-0.0005	1.0000	4.5931	0.0003	4.5931

Dipl. nal. – UNI. Ljubljana, UL FGG, Odd. za geodezijo, Geodetska smer.

56 S2		0.2841	0.0002	0.7159
57 S2	H6	0.2841	0.0002	0.7159
58 S2	H7	0.2841	0.0002	0.7159
59 S2	H8	0.2841	0.0002	0.7159
60 S2	H9	0.2841	0.0002	0.7159
61 S2	H10	0.2841	0.0002	0.7159
62 S2	H11	0.2841	0.0002	0.7159
	H12	0.2841	0.0002	0.7159

Skupno število nadštevilnosti je 45.0000000.
Povprečno število nadštevilnosti je 0.72580645.

Izravnava Višinske geodetske Mreže
 Program: VIM, ver.5.10., mar. 07
 Copyright (c) Tomaž Ambrožič & Goran Turk

Ime datoteke s podatki: vis2_mat.pod
 Ime datoteke za rezultate: vis2_mat.rez
 Ime datoteke za deformacijsko analizo: vis2_mat.def
 Ime datoteke za S-transformacijo: vis2_mat.str
 Ime datoteke za izračun ocene natančnosti premika: vis2_mat.koo

Datum: 13. 9. 2012
 Čas: 19:12:48

NADMORSKE VIŠINE REPERJEV

Reper	Nadm.viš.	Opomba
O2		
O3	0.0000	Dani reper
O1	7.3989	Novi reper
O2	8.9008	Novi reper
O4	-0.0346	Novi reper
S1	1.5156	Novi reper
S2	1.1964	Novi reper
H1	5.9351	Novi reper
H2	5.8773	Novi reper
H3	5.9136	Novi reper
H4	3.1096	Novi reper
H5	3.0851	Novi reper
H6	3.0433	Novi reper
H7	0.2808	Novi reper
H8	0.2434	Novi reper
H9	0.1878	Novi reper
H10	-1.0396	Novi reper
H11	-1.0282	Novi reper
H12	-1.0191	Novi reper
		Število vseh reperjev = 18
		Število danih reperjev = 1
		Število novih reperjev = 17

MERITVE VIŠINSKIH RAZLIK IN DOLŽIN

Reper	Reper	Merjena viš razlika	Merjena dolžina
O2	O1	-1.5009	0.5000
O2	S1	-7.4541	0.5000
O2	S2	-7.4310	0.5000
O2	O3	-8.9016	1.0000
O2	O4	-8.9368	1.0000
O2	H1	-2.9656	1.0000
O2	H2	-3.0236	1.0000
O2	H3	-2.9873	1.0000
O2	H4	-5.7913	1.0000
O2	H5	-5.8157	1.0000

Število opazovanj = 62

Vektor normalnih enačb je zaseden 0.02 %.

56 S2		0.2841	0.0001	0.7159
57 S2	H6	0.2841	0.0001	0.7159
58 S2	H7	0.2841	0.0001	0.7159
59 S2	H8	0.2841	0.0001	0.7159
60 S2	H9	0.2841	0.0001	0.7159
61 S2	H10	0.2841	0.0001	0.7159
62 S2	H11	0.2841	0.0001	0.7159
	H12	0.2841	0.0001	0.7159

Skupno število nadstevilnosti je 45.0000000.
Povprečno število nadstevilnosti je 0.72580645.

PRILOGA B: Položajna izravnava 1. in 2. izmera (vklopljena mreža)

Izravnava ravninske GEodetske Mreže
Program: GEM4, ver.4.0, october 2005
Copyright (C) Tomaz Ambroci & Goran Turk & Zvonimir Jamšek
Pregled opazovanih smeri

Datum : 13.9.2012
Gas : 12:46

- Ime datotek s podatki:
- Ime datoteka za rezultate;
- Ime datotek za obvestili programu;
- Ime datoteka za risanje slike mreže;
- Ime datoteka za izračun premikov;
- Ime datoteka z uteženimi:
- Ime datoteka za S-transformacijo:
- Ime datoteka za ProTr:
- Ime datoteka za izpis kovarijančne matrike:
- Ime datoteka za deformacijsko analizo (Hannover):
- Ime datoteka za deformacijsko analizo (Ašanin):
- Ime datotek za lastne vrednosti
- Ime datoteka za kvadratne popravkov opazovanj:

Seznam koordinat DANIH točk

Točka	X (m)	Y (m)	Z (m)
O3	70.0081	2.38.	246.
O4	111.2209		
Vsejch daných toč je :			2

Seznam PRIBLIŽNIH koordinat novih točk

Točka	X (m)	Y (m)	Z (m)	α	β	γ	α	β	γ	α	β	γ
C1	146.8830	99.1030	99.5730	100.0000	100.0000	100.0000	31	0.1	0.0	1.00	1.00	1.00
C2	115.9960	112.7620	108.7850	117.7710	100.8330	101.2830	32	0.1	0.0	1.00	1.00	1.00
H1	102.0100	101.7620	102.5500	110.5580	102.0100	119.5230	33	0.1	0.0	1.00	1.00	1.00
H2	103.0170	103.2880	103.9780	103.4750	103.9780	113.7210	34	0.1	0.0	1.00	1.00	1.00
H3	104.3670	102.5500	104.3670	114.9780	114.7700	112.6940	35	0.2	0.0	1.00	1.00	1.00
H4	104.3670	102.5500	104.3670	114.9780	114.7700	112.6940	36	0.1	0.0	1.00	1.00	1.00
H5	104.3670	102.5500	104.3670	114.9780	114.7700	112.6940	37	0.1	0.0	1.00	1.00	1.00
H6	104.3670	102.5500	104.3670	114.9780	114.7700	112.6940	38	0.1	0.0	1.00	1.00	1.00
H7	104.3670	102.5500	104.3670	114.9780	114.7700	112.6940	39	0.1	0.0	1.00	1.00	1.00
H8	104.3670	102.5500	104.3670	114.9780	114.7700	112.6940	40	0.1	0.0	1.00	1.00	1.00
H9	104.3670	102.5500	104.3670	114.9780	114.7700	112.6940	41	0.1	0.0	1.00	1.00	1.00
H10	104.3670	102.5500	104.3670	114.9780	114.7700	112.6940	42	0.1	0.0	1.00	1.00	1.00
H11	104.3670	102.5500	104.3670	114.9780	114.7700	112.6940	43	0.1	0.0	1.00	1.00	1.00
H12	104.3670	102.5500	104.3670	114.9780	114.7700	112.6940	44	0.1	0.0	1.00	1.00	1.00
O1	104.3670	102.5500	104.3670	114.9780	114.7700	112.6940	45	0.1	0.0	1.00	1.00	1.00
S1	100.0000	239.9050	76.4690	100.0000	239.9050	244.5320	46	0.1	0.0	1.00	1.00	1.00
S2	100.0000	239.9050	76.4690	100.0000	239.9050	244.5320	47	0.1	0.0	1.00	1.00	1.00
S3	100.0000	239.9050	76.4690	100.0000	239.9050	244.5320	48	0.1	0.0	1.00	1.00	1.00

Vseh novih tvořek je:

Izregled opazovanih dolzin									
			Stojisce	Vizura	Dolzina	Du	Utež		
50	S1	S2	319	83	66.3	0.000	1.00	1	1.00
51	S1	O4	319	79	30.6	0.000	1.00	1	1.00
52	S2	O2	0	0	0.0	0.000	1.00	1	1.00
53	S2	H1	14	78	70.7	0.000	1.00	1	1.00
54	S2	H2	17	90	76.1	0.000	1.00	1	1.00
55	S2	H3	21	76	12.2	0.000	1.00	1	1.00
56	S2	H4	13	92	82.0	0.000	1.00	1	1.00
57	S2	H5	17	7	76.6	0.000	1.00	1	1.00
58	S2	H6	20	86	51.9	0.000	1.00	1	1.00
59	S2	H7	13	6	19.2	0.000	1.00	1	1.00
60	S2	H8	16	24	72.4	0.000	1.00	1	1.00
61	S2	H9	19	96	64.5	0.000	1.00	1	1.00
62	S2	H10	7	48	1.7	0.000	1.00	1	1.00
63	S2	H11	14	65	15.0	0.000	1.00	1	1.00
64	S2	H12	19	65	32.4	0.000	1.00	1	1.00
65	S2	O1	28	1	60.4	0.000	1.00	1	1.00
66	S2	O3	108	35	5.6	0.000	1.00	1	1.00
67	S2	S1	109	39	95.8	0.000	1.00	1	1.00
68	S2	O4	309	26	94.7	0.000	1	1.00	1.00
69	O2	O3							
70	O2	S1	145	3407	0.0000	1.00			
71	O2	S2	139	8638	0.0000	1.00			
72	O2	O4	138	6663	0.0000	1.00			
73	O2	H1	33	7729	0.0000	1.00			
74	O2	H2	40	3163	0.0000	1.00			
75	O2	H3	48	5902	0.0000	1.00			
76	O2	H4	31	4621	0.0000	1.00			
77	O2	H5	38	0970	0.0000	1.00			
78	O2	H6	46	2032	0.0000	1.00			
79	O2	H7	29	2045	0.0000	1.00			
80	O2	H8	35	9428	0.0000	1.00			
81	O2	H9	43	9001	0.0000	1.00			
82	O2	H10	17	4654	0.0000	1.00			
83	O2	H11	32	2279	0.0000	1.00			
84	O2	H12	42	5169	0.0000	1.00			
85	O2	O1	60	8841	0.0000	1.00			
86	O1	O3	108	6961	0.0000	1.00			
87	O1	S1	109	3409	0.0000	1.00			
88	O1	S2	114	0203	0.0000	1.00			
89	O1	O4	117	8502	0.0000	1.00			
90	O1	O2	60	8838	0.0000	1.00			
91	O1	H1	41	9550	0.0000	1.00			
92	O1	H2	37	2879	0.0000	1.00			
93	O1	H3	33	0345	0.0000	1.00			
94	O1	H4	41	8598	0.0000	1.00			
95	O1	H5	36	8715	0.0000	1.00			
96	O1	H6	32	1343	0.0000	1.00			
97	O1	H7	41	9036	0.0000	1.00			
98	O1	H8	36	7722	0.0000	1.00			
99	O1	H9	31	4796	0.0000	1.00			
100	O1	H10	43	8050	0.0000	1.00			
101	O1	H11	31	1325	0.0000	1.00			

Dipl. nal. – UNI. Ljubljana, UL FGG, Odd. za geodezijo, Geodetska smer.

Smeri in smerni koti so izpisani v gradih.															
H_3						-0.0005	0.0000								
H_4						-0.0005	-0.0002								
H_5						-0.0010	0.0003								
H_6						-0.0006	-0.0001								
H_7						-0.0003	0.0001								
H_8						-0.0007	-0.0006								
H_9						-0.0006	-0.0001								
H_{10}						0.0001	0.0004								
H_{11}						0.0003	-0.0001								
H_{12}						0.0001	0.0000								
Q_1						0.0000	-0.0006								
S_1						-0.0003	0.0002								
S_2						-0.0001	0.0008								
						0.5	0.5								
Nova točka: 02												Y = 146.8839			
Vizura						Gr	Utež								
O3						1	1.00								
S1						1	1.00								
S2						1	1.00								
O4						1	1.00								
H1						1	1.00								
H2						1	1.00								
H3						1	1.00								
H4						1	1.00								
H5						1	1.00								
H6						1	1.00								
H7						1	1.00								
H8						1	1.00								
H9						1	1.00								
H10						1	1.00								
H11						1	1.00								
H12						1	1.00								
Q1						1	1.00								
S1						1	1.00								
S2						0.5	0.5								
IZRAVNANJE vrednosti koordinat in ANALIZA natančnosti												X = 112.7610			
Točka						X									
Q2						(m)	(m)								
H1						115.9999	99.1031								
H2						108.7855	99.5735								
H3						99.9999	100.0000								
H4						117.7705	100.8348								
H5						110.5570	101.2833								
H6						101.7619	101.0094								
H7						119.5227	102.5501								
H8						112.2873	103.0164								
H9						103.9774	103.4749								
H10						129.5601	114.9784								
H11						113.7209	114.3671								
H12						112.6940	88.8150								
S1						88.0644	87.0367								
S2						78.0000	78.0002								
Preziduij pogreški ustrežne enote /metri/ je 0.9055 sekund.												Y = 146.8839			
[pxy]						81.9966386820	=								
[xx] vseh rezank						29.29088609279	=								
[xx] samo koordinatnih rezank =						0.00000070016									
Srednji pogrešek aritmetične sredine /m_arit/ je 0.00004.															
Srednji pogrešek smeri /m0*m0 smer/ je 0.9055 sekund.												X = 112.7610			
Srednji pogrešek dolžin /m0*m0_dolžin/ je 0.3622 milimetrov.															
Največji položajni pogrešek /Mp_max/ je 0.0004 metrov.												Y = 146.8839			
Najmanjši položajni pogrešek /Mp_min/ je 0.0002 metrov.															
Srednji položajni pogrešek /Mp_sred/ je 0.0003 metrov.												X = 112.7610			
Srednji pogrešek smeri /m0*m0 smer/ je 0.9055 sekund.												Y = 146.8839			
PREGLED opazovanih SMERI:												X = 112.7610			
Smerni koti so izračunani iz nezaokroženih koordinat												Y = 146.8839			

1	1.00	13	48	33.1	181	28	52.2	181	28	51.3	-0.9	131.840	01	1.000	109.5408	-0.0001
1	1.00	18	45	41.4	186	25	60.5	186	25	60.3	-0.2	130.234	01	1.000	114.0203	-0.0000
1	1.00	25	0	74.0	192	80	93.0	192	80	94.2	1.2	109.541	01	1.000	117.8504	-0.0002
1	1.00	115	3	17.1	282	83	36.2	282	83	36.0	-0.2	6.703	01	1.000	60.8838	0.0008
1	1.00	319	83	66.3	87	63	85.3	87	63	81.7	-3.6	23.982	01	1.000	41.9550	-0.0003
1	1.00	319	79	30.6	87	59	49.7	87	59	61.2	11.5	35.422	01	1.000	41.9550	-0.0003
1	1.00	Jova točka: S2														
1	1.00	Rizatra	Gr	Utež	Opozav.smer	Orient.	smer	Orientacijski	kot =	178	23	87.9	X =	244.5328		
1	1.00	0	0	0.0	178	23	87.9	Def.	sm.kot	Popravak	Dolžina	01	01	H4	99.9999	
1	1.00	14	78	70.7	193	2	58.1	178	23	84.8	-3.1	139.864	01	H5	99.9999	
1	1.00	17	90	70.1	196	14	64.0	196	14	63.3	-0.6	146.307	01	H6	99.9999	
1	1.00	21	76	12.2	200	0	0.1	200	0	0.1	2.0	144.533	01	H7	99.9999	
1	1.00	13	92	82.0	192	16	69.9	192	16	70.7	0.8	147.795	01	H8	99.9999	
1	1.00	17	7	76.6	195	31	67.6	195	31	64.5	3.1	143.638	01	H9	99.9999	
1	1.00	20	86	51.9	199	10	39.8	199	10	40.6	0.8	142.785	01	H10	99.9999	
1	1.00	13	6	19.2	191	30	7.0	191	30	9.7	2.7	147.319	01	H11	99.9999	
1	1.00	16	24	72.4	194	48	60.2	194	48	62.9	2.6	142.049	01	H12	99.9999	
1	1.00	19	96	64.5	198	20	52.4	198	20	53.6	1.2	141.114	01	H13	99.9999	
1	1.00	7	48	7.1	185	71	89.6	185	71	88.4	-1.2	132.884	01	H14	99.9999	
1	1.00	14	65	15.0	192	89	2.9	192	89	1.1	-1.7	131.632	01	H15	99.9999	
1	1.00	19	65	32.4	197	89	20.3	197	89	19.6	-0.7	131.911	01	H16	99.9999	
1	1.00	28	1	60.4	206	25	48.3	206	25	50.5	2.2	114.020	01	H17	99.9999	
1	1.00	108	35	5.6	286	58	93.5	286	58	90.9	-2.6	30.670	01	H18	99.9999	
1	1.00	109	39	95.8	287	63	33.7	287	63	81.7	-1.9	23.982	01	H19	99.9999	
1	1.00	309	26	94.7	87	50	82.6	87	50	79.6	-3.0	11.440	01	H20	99.9999	
1	1.00	X =														
1	1.00	Y =														
1	1.00	Z =														
1	1.00	REGLED merjenih DOLŽIN														
1	1.00	Moljline so izračunane iz nezaokroženih koordinat														
1	1.00	Multiplikacijska konstanta na bila izračunana (= 1).														
1	1.00	Adicijska konstanta na bila izračunana (= 0 metra).														
1	1.00	Od	Točke	Do	Utež	Merjena	Modulirana	Definitivna	Popravka	Projekcija.						
1	1.00	03	dolžina	Ner.*Mk+Ak	Proj.-Du	Mod.-dolž.	iz koo.									
1	1.00	S1	1.000	147.0525	147.0533	0.0008	147.0533	0.0008								
1	1.00	S2	1.000	145.3407	145.3407	145.3408	0.0001	145.3408	0.0001							
1	1.00	S3	1.000	139.8638	139.8638	0.0001	139.8639	0.0001								
1	1.00	S4	1.000	138.6663	138.6663	0.0004	138.6667	0.0004								
1	1.00	S5	1.000	33.7729	33.7729	-0.0001	33.7729	-0.0001								
1	1.00	S6	1.000	40.3163	40.3163	-0.0002	40.3161	-0.0002								
1	1.00	S7	1.000	35.9428	35.9428	0.0002	48.5902	0.0002								
1	1.00	S8	1.000	43.9001	43.9001	0.0001	43.8998	-0.0003								
1	1.00	S9	1.000	17.4654	17.4654	17.4651	17.4651	-0.0003								
1	1.00	S10	1.000	38.0970	38.0970	38.0969	38.0969	-0.0001								
1	1.00	S11	1.000	46.2032	46.2032	-0.0003	46.2028	-0.0003								
1	1.00	H1	1.000	42.5169	42.5169	42.5167	42.5167	-0.0001								
1	1.00	H2	1.000	60.8841	60.8841	60.8846	60.8846	-0.0005								
1	1.00	O1	1.000	108.6941	108.6941	108.6946	108.6946	0.0004								
1	1.00	O2	1.000	11.4407	11.4407	11.4405	11.4405	-0.0002								
1	1.00	O3	1.000	143.6379	143.6379	143.6377	143.6377	-0.0003								
1	1.00	O4	1.000	131.6322	131.6322	131.6320	131.6320	-0.0003								
1	1.00	H12	1.000	142.7851	142.7851	142.7850	142.7850	-0.0001								
1	1.00	H13	1.000	143.3185	143.3185	143.3186	143.3186	-0.0001								
1	1.00	H14	1.000	142.0488	142.0488	142.0487	142.0487	-0.0001								
1	1.00	H15	1.000	143.8946	143.8946	143.8945	143.8945	-0.0001								
1	1.00	H16	1.000	146.3068	146.3068	146.3067	146.3067	-0.0001								
1	1.00	H17	1.000	144.0203	144.0203	144.0202	144.0202	-0.0002								
1	1.00	H18	1.000	143.3185	143.3185	143.3186	143.3186	-0.0001								
1	1.00	H19	1.000	141.1139	141.1139	141.1140	141.1140	-0.0001								
1	1.00	H20	1.000	132.8839	132.8839	132.8844	132.8844	-0.0004								
1	1.00	H21	1.000	143.6379	143.6379	143.6380	143.6380	-0.0000								
1	1.00	H22	1.000	131.9114	131.9114	131.9114	131.9114	-0.0003								
1	1.00	H23	1.000	143.3186	143.3186	143.3187	143.3187	-0.0001								
1	1.00	H24	1.000	142.0488	142.0488	142.0487	142.0487	-0.0001								
1	1.00	H25	1.000	144.5327	144.5327	144.5328	144.5328	-0.0001								
1	1.00	H26	1.000	143.6379	143.6379	143.6380	143.6380	-0.0000								
1	1.00	H27	1.000	142.7851	142.7851	142.7850	142.7850	-0.0001								
1	1.00	H28	1.000	143.3185	143.3185	143.3186	143.3186	-0.0001								
1	1.00	H29	1.000	142.0488	142.0488	142.0487	142.0487	-0.0001								
1	1.00	H30	1.000	143.8946	143.8946	143.8945	143.8945	-0.0001								
1	1.00	H31	1.000	141.1139	141.1139	141.1140	141.1140	-0.0001								
1	1.00	H32	1.000	132.8839	132.8839	132.8844	132.8844	-0.0004								
1	1.00	H33	1.000	143.6379	143.6379	143.6380	143.6380	-0.0000								
1	1.00	H34	1.000	142.7851	142.7851	142.7850	142.7850	-0.0001								
1	1.00	H35	1.000	143.3185	143.3185	143.3186	143.3186	-0.0001								
1	1.00	H36	1.000	142.0488	142.0488	142.0487	142.0487	-0.0001								
1	1.00	H37	1.000	143.8946	143.8946	143.8945	143.8945	-0.0001								
1	1.00	H38	1.000	141.1139	141.1139	141.1140	141.1140	-0.0001								
1	1.00	H39	1.000	132.8839	132.8839	132.8844	132.8844	-0.0004								
1	1.00	H40	1.000	143.6379	143.6379	143.6380	143.6380	-0.0000								
1	1.00	H41	1.000	142.7851	142.7851	142.7850	142.7850	-0.0001								
1	1.00	H42	1.000	143.3185	143.3185	143.3186	143.3186	-0.0001								
1	1.00	H43	1.000	142.0488	142.0488	142.0487	142.0487	-0.0001								
1	1.00	H44	1.000	143.8946	143.8946	143.8945	143.8945	-0.0001								
1	1.00	H45	1.000	141.1139	141.1139	141.1140	141.1140	-0.0001								
1	1.00	H46	1.000	132.8839	132.8839	132.8844	132.8844	-0.0004								
1	1.00	H47	1.000	143.6379	143.6379	143.6380	143.6380	-0.0000								
1	1.00	H48	1.000	142.7851	142.7851	142.7850	142.7850	-0.0001								
1	1.00	H49	1.000	143.3185	143.3185	143.3186	143.3186	-0.0001								
1</td																

Dipl. nal. – UNI. Ljubljana, UL FGG, Odd. za geodezijo, Geodetska smer

Program: GEM4, ver. 4.0, oktober 2005
Copyright (C) Tomáž Ambrožič & Goran Turk & Zvonimir Jamšek

Datum : 13.9.2012
Čas : 12:52

Inne datoteke s podatki:

- Inne datoteke za rezultate:
- Inne datoteke z obvestili programa:
- Inne datoteke za risanje silke mreže:
- Inne datoteke za izračun prenikov:
- Inne datoteke z uteami:
- Inne datoteke za S-transformacijo:
- Inne datoteke za ProTra:
- Inne datoteke za izpis kovarijančne matrike:
- Inne datoteke za deformacijsko analizo (Hannover):
- Inne datoteke za deformacijsko analizo (Ašanin):
- Inne datoteke za lastne vrednosti
- Inne datoteke za kvadratne popravkov opazovanj:

Seznam koordinat DANIH točk

Točka	X (m)	Y (m)
O3	70.0081	238.1196

Vvseh danih točk je : 2

Seznam PRIBLIŽNIH koordinat novih točk

X
Y
TOČKA

3	01	H11	148	68	7.0	0.000	1.00	1
4	01	H12	166	34	22.2	0.000	1.00	1
5	S1	O2	0	0	0.5	0.000	1.00	1
6	S1	H1	14	77	52.5	0.000	1.00	1
7	S1	H2	17	78	91.0	0.000	1.00	1
8	S1	H3	21	59	5.3	0.000	1.00	1
9	S1	H4	13	82	1.9	0.000	1.00	1
0	S1	H5	16	84	79.9	0.000	1.00	1
1	S1	H6	20	55	98.6	0.000	1.00	1
2	S1	H7	12	86	11.0	0.000	1.00	1
3	S1	H8	15	90	56.6	0.000	1.00	1
4	S1	H9	19	53	21.7	0.000	1.00	1
5	S1	H10	6	61	61.9	0.000	1.00	1
6	S1	H11	13	48	41.1	0.000	1.00	1
7	S1	H12	18	45	50.5	0.000	1.00	1
8	S1	O1	25	0	95.7	0.000	1.00	1
9	S1	O2	115	0	20.5	0.000	1.00	1

Vseh novih točk je : 16

50	S1	S2	319	78	55.3	0.000	1.00	1	102	O1	H12	24.0683	0.0000
51	S1	O4	319	79	43.3	0.000	1.00	1	103	S1	O2	145.3382	0.0000
									104	S1	H1	146.2486	0.0000
									105	S1	H2	144.0084	0.0000
									106	S1	H3	141.8748	0.0000
									107	S1	H4	145.0787	0.0000
									108	S1	H5	142.7551	0.0000
									109	S1	H6	140.4884	0.0000
									110	S1	H7	143.9467	0.0000
									111	S1	H8	141.5001	0.0000
									112	S1	H9	139.1796	0.0000
									113	S1	H10	135.7411	0.0000
									114	S1	H11	131.8426	0.0000
									115	S1	H12	130.2378	0.0000
									116	S1	O1	109.5450	0.0000
									117	S1	O3	6.7155	0.0000
									118	S1	S2	23.9712	0.0000
									119	S1	O4	35.4106	0.0000
									120	S2	O2	139.8816	0.0000
									121	S2	H1	146.3283	0.0000

negled opazovanih dolžin

Štev.	Stoješče	Vizura	Dolžina	Du
69	02	03	147.0523	0.0000
70	02	S1	145.3397	0.0000
71	02	S2	139.8829	0.0000
72	02	S4	138.6656	0.0000
73	02	H1	33.7738	0.0000
74	02	H2	40.3169	0.0000
75	02	H3	48.5914	0.0000
76	02	H4	31.4630	0.0000
77	02	H5	38.0980	0.0000
78	02	H6	46.2038	0.0000
79	02	H7	29.2053	0.0000
80	02	H8	35.9432	0.0000
81	02	H9	43.9008	0.0000
82	02	H10	17.4652	0.0000
83	02	H11	32.2278	0.0000
84	02	H12	42.5169	0.0000
85	02	O1	60.8841	0.0000
86	01	O3	108.6964	0.0000
87	01	S1	109.5455	0.0000
88	01	S2	114.0405	0.0000
89	01	O4	117.8594	0.0000
90	01	O2	60.8838	0.0000
91	01	H1	41.9557	0.0000
92	01	H2	37.2884	0.0000
93	01	H3	33.0151	0.0000
94	01	H4	41.8606	0.0000
95	01	H5	36.8719	0.0000
96	01	H6	32.1346	0.0000
97	01	H7	41.9038	0.0000
98	01	H8	36.5724	0.0000
99	01	H9	31.4798	0.0000
100	01	H10	43.8053	0.0000
101	01	H11	31.1329	0.0000

Podan srednji pogrešek utežene enote smeri (a-priori ocena): 1.00 sekund.
 Podan srednji pogrešek utežene enote dolžin (a-priori ocena): 0.400 mm

Locacijski izraz	Pomen	Uvodni izraz
lokalni rezultati pogrešnih učenja enice dolzine	13	
štевilo enačja popravkov je	68	
- število enačja popravkov za smeri je	68	
- število enačja popravkov za dolzine je	68	
- število neskončnosti je	36	
- število koordinatnih neznank je	32	
- število različnih koordinatnih neznank je	4	
- število načinov enečjih neznank je	10	
- število načinov enečjih neznank je	10	

POPRAVKI približnih vrednosti

Izračunava je izračunavanja klasično z normalnim enačbam.

Točka	Dy (m)	Dx (m)	Do ("")
O2	0.00010	-0.0002	2.7
H1	0.00009	-0.0001	
H2	0.00005	-0.0001	

Dipl. nal. – UNI. Ljubljana, UL FGG, Odd. za geodezijo, Geodetska smer.

PRILOGA C: Redukcije dolžin 1. in 2. izmera

Prva terminska izmera

Vizura	D	Sr	S
O1 na	[m]	[m]	[m]
O3	108,947731	108,947731	108,696133
S1	109,698874	109,698874	109,540877
S2	114,173038	114,173038	114,020263
O4	118,084433	118,084433	117,850160
O2	60,902353	60,902353	60,883758
H1	41,961858	41,980558	41,954996
H2	37,300230	37,318930	37,287869
H3	33,029239	33,047939	33,014526
H4	42,060329	42,079029	41,859817
H5	37,104287	37,122987	36,871492
H6	32,409439	32,428139	32,134285
H7	42,485196	42,503896	41,903562
H8	37,246969	37,265669	36,572205
H9	32,276357	32,295057	31,479592
H10	44,591721	44,610421	43,805004
H11	32,234296	32,252996	31,132519
H12	25,479314	25,498014	24,068251

Vizura	D	Sr	S
S1 na	[m]	[m]	[m]
O2	145,527344	145,527344	145,339730
H1	146,293497	146,312197	146,245347
H2	144,052370	144,071070	144,004951
H3	141,919765	141,938465	141,870232
H4	145,065927	145,084627	145,075817
H5	142,741729	142,760429	142,751751
H6	140,474311	140,493011	140,484649
H7	143,931298	143,949998	143,944682
H8	141,484508	141,503208	141,497467
H9	139,163730	139,182430	139,176081
H10	135,746044	135,764744	135,740685
H11	131,846400	131,865100	131,840562
H12	130,240724	130,259424	130,234762
O1	109,698707	109,698707	109,540764
O3	6,872143	6,872143	6,703032
S2	23,982053	23,982053	23,982040
O4	35,456351	35,456351	35,422432

Vizura	D	Sr	S
O2 na	[m]	[m]	[m]
O3	147,321710	147,321710	147,052464
S1	145,528333	145,528333	145,340667
S2	140,059779	140,059779	139,863789
O4	138,954012	138,954012	138,666339
H1	33,884207	33,902907	33,772926
H2	40,410857	40,429557	40,316312
H3	48,663303	48,682003	48,590234
H4	31,971978	31,990678	31,462143
H5	38,519628	38,538328	38,097006
H6	46,554341	46,573041	46,203168
H7	30,431425	30,450125	29,204513
H8	36,952064	36,970764	35,942824
H9	44,737803	44,756503	43,900141
H10	20,077417	20,096117	17,465388
H11	33,704135	33,722835	32,227894
H12	43,640196	43,658896	42,516851
O1	60,902660	60,902660	60,884047

Vizura	D	Sr	S
S2 na	[m]	[m]	[m]
O2	140,058452	140,058452	139,862499
H1	146,355809	146,374509	146,307115
H2	145,272901	145,291601	145,225459
H3	144,581679	144,600379	144,532820
H4	144,784993	144,803693	144,794655
H5	143,628083	143,646783	143,637947
H6	142,774888	142,793588	142,785161
H7	143,305087	143,323787	143,318615
H8	142,035636	142,054336	142,048795
H9	141,101420	141,120120	141,114037
H10	132,889879	132,908579	132,884393
H11	131,637718	131,656418	131,632216
H12	131,916693	131,935393	131,911417
O1	114,172840	114,172840	114,020134
O3	30,706284	30,706284	30,669805
S1	23,982170	23,982170	23,982156
O4	11,542637	11,542637	11,440676

Druga terminska izmra

Vizura	D	Sr	S
O1 na	[m]	[m]	[m]
O3	108,948110	108,948110	108,696399
S1	109,707277	109,707277	109,545526
S2	114,194718	114,194718	114,040524
O4	118,084785	118,084785	117,850385
O2	60,902329	60,902329	60,883763
H1	41,962644	41,981344	41,955730
H2	37,300769	37,319469	37,288358
H3	33,029903	33,048603	33,015130
H4	42,061256	42,079956	41,860629
H5	37,104874	37,123574	36,871905
H6	32,409899	32,428599	32,134575
H7	42,485665	42,504365	41,903808
H8	37,247397	37,266097	36,572359
H9	32,276856	32,295556	31,479751
H10	44,592343	44,611043	43,805301
H11	32,235015	32,253715	31,132880
H12	25,479843	25,498543	24,068267

Vizura	D	Sr	S
S1 na	[m]	[m]	[m]
O2	145,529286	145,529286	145,338166
H1	146,298833	146,317533	146,248601
H2	144,057943	144,076643	144,008423
H3	141,926446	141,945146	141,874764
H4	145,069616	145,088316	145,078732
H5	142,745884	142,764584	142,755128
H6	140,478824	140,497524	140,488401
H7	143,932751	143,951451	143,946711
H8	141,486526	141,505226	141,500094
H9	139,166595	139,185295	139,179585
H10	135,745199	135,763899	135,741123
H11	131,847173	131,865873	131,842644
H12	130,242397	130,261097	130,237748
O1	109,706742	109,706742	109,545040
O3	6,869582	6,869582	6,715487
S2	23,971171	23,971171	23,971155
O4	35,441026	35,441026	35,410020

Vizura	D	Sr	S
O2 na	[m]	[m]	[m]
O3	147,321528	147,321528	147,052262
S1	145,530822	145,530822	145,339651
S2	140,080222	140,080222	139,882857
O4	138,953380	138,953380	138,665611
H1	33,885043	33,903743	33,773751
H2	40,411454	40,430154	40,316889
H3	48,664441	48,683141	48,591347
H4	31,972904	31,991604	31,463023
H5	38,520676	38,539376	38,098007
H6	46,555028	46,573728	46,203810
H7	30,432293	30,450993	29,205252
H8	36,952585	36,971285	35,943203
H9	44,738511	44,757211	43,900749
H10	20,077545	20,096245	17,465170
H11	33,704119	33,722819	32,227788
H12	43,640349	43,659049	42,516930
O1	60,902657	60,902657	60,884073

Vizura	D	Sr	S
S2 na	[m]	[m]	[m]
O2	140,078970	140,078970	139,881624
H1	146,377784	146,396484	146,328285
H2	145,294660	145,313360	145,246416
H3	144,603694	144,622394	144,554022
H4	144,806398	144,825098	144,815759
H5	143,649432	143,668132	143,658995
H6	142,795872	142,814572	142,805857
H7	143,325385	143,344085	143,339135
H8	142,055956	142,074656	142,069341
H9	141,121784	141,140484	141,134640
H10	132,909447	132,928147	132,904440
H11	131,657578	131,676278	131,652578
H12	131,936374	131,955074	131,931590
O1	114,194269	114,194269	114,040126
O3	30,706922	30,706922	30,671689
S1	23,971498	23,971498	23,971481
O4	11,537734	11,537734	11,439173

PRILOGA D: Višinski premiki

PREMIKI in natančnosti premikov reperjev

Program: PREMIKI, ver.1.0

Copyright (C) Tomaž Ambrožič, Goran Turk & Bojan Stopar

Ime datoteke z imeni datotek: vis.prem

Ime datoteke za rezultate: .sez

Datum: 13-SEP-12

Čas: 14:12:12

Višinski premiki mreže MHE

1 ... vis1_mat.koo
 2 ... vis2_mat.koo

* ... v datoteki je višina reperja podana
 - ... v datoteki ni višine tega reperja

Reper	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
O3	-	-	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	
O1	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	
O2	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	
O4	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	
H1	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	
H2	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	
H3	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	
H4	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	
H5	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	
H6	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	
H7	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	
H8	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	
H9	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	
H10	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	
H11	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	
H12	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	

Višinske razlike reperjev in statistična analiza.
 Stopnja značilnosti testa alfa je 0.050 (= 5.00%).

Izračun med datotekama (dobama)	1	in	2.	T	krit	alfa_dej	3*m_prem.
Reper	dh	m_premik	(m)	(m)			
O1	0.0017	0.0047	0.3690	1.9600	71.21		
O2	0.0007	0.0047	0.1421	1.9600	88.70		
O4	-0.0003	0.0063	-0.0496	1.9600	96.05		
H1	0.0004	0.0063	0.0639	1.9600	94.90		
H2	0.0006	0.0063	0.0895	1.9600	92.87		
H3	0.0005	0.0063	0.0783	1.9600	93.76		
H4	0.0006	0.0063	0.1023	1.9600	91.85		
H5	0.0007	0.0063	0.1055	1.9600	91.60		
H6	0.0003	0.0063	0.0496	1.9600	96.05		
H7	0.0003	0.0063	0.0528	1.9600	95.79		
H8	0.0003	0.0063	0.0416	1.9600	96.68		
H9	0.0001	0.0063	-0.0112	1.9600	99.11		
H10	-0.0001	0.0063	0.0432	1.9600	96.56		
H11	0.0003	0.0063	0.0432	1.9600			

PRILOGA E: Položajni premiki

PREMIKI in natančnosti premikov točk
 Program: PREMIK, ver.2.0
 Copyright (C) Tomaž Ambrožič, Goran Turk & Bojan Stopar
 Ime datoteke z imenom datotek: pol.pre
 Ime datoteke za rezultate: .sez
 Datum: 13-SEP-12
 Čas: 14:46:46

Položajna mreža mreže MHE
 * ... poligradp.koo
 1 ... poligradp.koo
 2 ... pol2gradp.koo

* ... v datoteki sta koordinati točke podani
 - ... v datoteki ni koordinat te točke

Točka 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20

O3	*	*
O4	*	*
O2	*	*
H1	*	*
H2	*	*
H3	*	*
H4	*	*
H5	*	*
H6	*	*
H7	*	*
H8	*	*
H9	*	*
H10	*	*
H11	*	*
H12	*	*
O1	*	*

Koordinatne razlike, smerni koti premikov in premiki posameznih točk.
 Število itaracij za izračun porazdelitvene funkcije je 9999.
 Stopnja značilnosti testa alfa je 0.050 (= 5.00%).

Izračun med datotekama (dobama) 1 in 2.

Točka	dy	dx	sm. kot	Premik m_premik	T_krit alfa_dej	3*m_prem.
	(m)	(m)	(stop.)	(m)	(m)	%
O3	0.0000	0.0000	0.	0.0000	2.0597	0.34
O4	0.0000	0.0000	0.	0.0000	2.1317	*
O2	0.0001	0.0008	7.	0.0008	2.0125	0.34
H1	0.0001	-0.0010	174.	0.0010	4.9002	0.00
H2	0.0000	-0.0006	180.	0.0006	2.6641	1.27
H3	-0.0006	-0.0008	217.	0.0010	2.7306	2.2233
H4	0.0001	-0.0003	162.	0.0003	1.6007	1.23
H5	-0.0001	-0.0003	198.	0.0003	2.1171	17.31
H6	-0.0006	-0.0004	236.	0.0007	1.0871	45.54
H7	-0.0004	0.0001	284.	0.0004	1.6676	2.2181
H8	-0.0002	0.0000	270.	0.0002	0.9064	54.42
H9	-0.0003	-0.0001	252.	0.0003	2.1030	88.73
H10	0.0000	0.0005	0.	0.0005	0.4139	2.1465