Univerza v Ljubljani Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo

Jamova cesta 2 1000 Ljubljana, Slovenija http://www3.fgg.uni-lj.si/

DRUGG – Digitalni repozitorij UL FGG http://drugg.fgg.uni-lj.si/

To je izvirna različica zaključnega dela.

Prosimo, da se pri navajanju sklicujte na bibliografske podatke, kot je navedeno:

Meža, M., 2014. Analiza in projektiranje plošč na stebrih. Diplomska naloga. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo. (mentor Brank, B., somentor Lopatič, J.): 121 str. University of Ljubljana Faculty of *Civil and Geodetic Engineering*

Jamova cesta 2 SI – 1000 Ljubljana, Slovenia http://www3.fgg.uni-lj.si/en/

DRUGG – The Digital Repository http://drugg.fgg.uni-lj.si/

This is original version of final thesis.

When citing, please refer to the publisher's bibliographic information as follows:

Meža, M., 2014. Analiza in projektiranje plošč na stebrih. B.Sc. Thesis. Ljubljana, University of Ljubljana, Faculty of civil and geodetic engineering. (supervisor Brank, B., co-supervisor Lopatič, J.): 121 pp.



Jamova 2 1000 Ljubljana, Slovenija telefon (01) 47 68 500 faks (01) 42 50 681 fgg@fgg.uni-lj.si

UNIVERZITETNI ŠTUDIJ GRADBENIŠTVA KONSTRUKCIJSKA SMER

Kandidat:

MATIC MEŽA

ANALIZA IN PROJEKTIRANJE PLOŠČ NA STEBRIH

Diplomska naloga št.: 3363/KS

ANALYSIS AND DESIGN OF FLAT SLABS

Graduation thesis No.: 3363/KS

Mentor: prof. dr. Boštjan Brank

Predsednik komisije: izr. prof. dr. Janko Logar

Somentor: izr. prof. dr. Jože Lopatič

Član komisije: doc. dr. Sebastjan Bratina

Ljubljana, 23. 01. 2014

STRAN ZA POPRAVKE

Stran z napako

Vrstica z napako

Namesto

Naj bo

IZJAVE

Podpisani Matic Meža izjavljam, da sem avtor diplomske naloge z naslovom »Analiza in projektiranje plošč na stebrih«.

Izjavljam, da je elektronska različica diplomske naloge v vsem enaka tiskani različici.

Izjavljam, da dovoljujem objavo elektronske različice diplomske naloge v digitalnem repozitoriju UL FGG.

Ljubljana, 30. 12. 2013

Matic Meža

BIBLIOGRAFSKO-DOKUMENTACIJSKA STRAN IN IZVLEČEK

UDK:	624.073(043.2)
Avtor:	Matic Meža
Mentor:	prof. dr. Boštjan Brank
Somentor:	izr. prof. dr. Jože Lopatič
Naslov:	Analiza in projektiranje plošč na stebrih
Tip dokumenta:	Diplomska naloga - univerzitetni študij
Obseg in oprema:	121 str., 16 pregl., 7 graf., 125 sl., 44 en.
Ključne besede:	plošče na stebrih in nosilcih, program SAFE, Evrokod 2, EN 1992-
	1-1. metoda končnih elementov, preboj, prednapetje

lzvleček

Diplomska naloga obravnava plošče na stebrih, ki so v nekaterih primerih podprte tudi z nosilci. V prvem delu naloge modeliramo in analiziramo medetažni konstrukciji iz priročnikov programa SAFE. V ta namen uporabimo računalniški program SAFE. Ugotoviti poskušamo, kako modelirati ekscentričnosti nosilcev, da se konstrukcija kot računski model najbolj približa rezultatom, ki jih podajata priročnika. Plošče na stebrih in nosilcih v ta namen modeliramo tudi z različnimi linijskimi in ploskovnimi končnimi elementi. Izkaže se, da je težko podati priporočilo, na kakšen način naj se modelirajo plošče na stebrih in nosilcih za numerično analizo po metodi končnih elementov. V nadaljevanju naloge je obravnavana problematika preboja pri ploščah na stebrih. Za tri stebre fiktivne medetažne konstrukcije je narejena primerjava rezultatov izračunanih s programom SAFE in »peš« računom po standardu EN 1992-1-1. Ugotovljeni so vzroki razlik med vrednostmi rezultatov programa SAFE in »peš« računa. Izkaže se, da so razmerja med projektno strižno silo in prebojno strižno odpornostjo plošče, ki jih poda SAFE, na varni strani. Izkaže se tudi, da program SAFE ne poda potrebne strižne armature na ustrezen način. Ta je ustrezno določena s »peš« računom. V zadnjem delu naloge obravnavamo prednapete plošče na stebrih.

BIBLIOGRAPHIC-DOCUMENTALISTIC INFORMATION AND ABSTRACT

UDC:	624.073(043.2)
Author:	Matic Meža
Supervisor:	prof. Boštjan Brank, Ph.D.
Co-supervisor:	assoc. prof. Jože Lopatič, Ph.D.
Title:	Analysis and design of flat slabs
Document type:	Graduation Thesis - University studies
Notes:	121 p., 16 tab., 7 graph., 125 fig., 44 eq.
Key words:	slabs on columns and beams, program SAFE, Eurocode 2, EN
	1992-1-1, finite element analysis, punching shear, post-tensioning

Abstract

The thesis deals with the slabs on columns, which are in some cases also supported by beams. In the first part of the thesis the two mezzanine structures are modelled and analysed from the reference books of the program SAFE. For this purpose the computer program SAFE is used. We are trying to find out how to model eccentricity of the beams, that the structure as computer model gives results as similar to ones in the reference books. Slabs on columns and beams are in this purpose modelled with different linear and planar finite elements. It turns out, that it is difficult to make a recommendation how to model the slabs on columns and beams for numerical analyses by finite element method. Further on the thesis deals with the punching shear of slabs on columns. A comparison is made for three columns of fictitious mezzanine structure between the results calculated by the program SAFE and by the »hand« calculation according to the standard EN 1992-1-1. The reasons for differences are identified between the values of the results of programme SAFE and "hand" calculation. It turns out that ratios between the design shear force and the design punching shear resistance of slab given by the program SAFE are on the safe side. It also turns out that the necessary shear reinforcement for punching shear is not appropriately given by the program SAFE. Therefore this is properly determined by »hand« calculation. The last part of the thesis deals with the post-tensioned slabs.

ZAHVALA

Hvala prof. dr. Boštjanu Branku za mentorstvo pri diplomski nalogi.

Hvala staršem za podporo in potrpežljivost tekom študija.

Hvala sošolcem, ki so tekom študija postali prijatelji, za veselje, smeh in nesebično pomoč.

KAZALO PREGLEDNIC

Preglednica 3.1 Materialne karakteristike betona
Preglednica 3.2 Osne togosti kz in upogibni togosti $k\varphi$, x ter $k\varphi$, y za vzmeti upoštevane v FEM primeru iz priročnika
Preglednica 3.3 Primerjava karakteristik prečnega prereza nosilca (ploščina prečnega prereza, strižna prereza, torzijski vztrajnostni moment in upogibna vztrajnostna momenta) med FEM primerom iz priročnika in mojo analizo. Dodane so še karakteristike prečnega prereza nosilca določene s »peš« računom
Preglednica 3.4 Primerjava upogibnih momentov plošče za trak nad stebri B in trak med stebri s širinama 2,743 m (povzeto po Example 08, 2012: str. 8)
Preglednica 3.5 Materialne karakteristike betona
Preglednica 3.6 Karakteristike prečnih prerezov nosilcev (strižni prerez, upogibni vztrajnostni moment in torzijski vztrajnostni moment) primerov <i>Primer 1, Steiner 1</i> in <i>Steiner 2</i>
Preglednica 3.7 Osna togost kz in upogibni togosti $k\varphi$, x ter $k\varphi$, y za vzmeti primera <i>Primer</i> 1
Preglednica 3.8 Pripadajoče vrednosti upogibnih momentov plošče za grafikon 3-1 za kontrolna mesta označena na sliki 3.40 s koordinatami globalne osi <i>X</i>
Preglednica 3.9 Primerjava upogibnih momentov plošče za trak nad stebri B s širino 3,048
koordinatami globalne osi <i>X</i> (povzeto po Example 09, 2012: str. 8)
koordinatami globalne osi <i>X</i> (povzeto po Example 09, 2012: str. 8)
m in trak med stebri s sinno 4,276 m 2a kontrolna mesta oznacena na siiki 3.40 s koordinatami globalne osi X (povzeto po Example 09, 2012: str. 8) 9 Preglednica 5.1 Materialne karakteristike betona 57 Preglednica 5.2 Materialne karakteristike armature 57
m in trak med stebri s sinno 4,276 m 2a kontrolna mesta označena na siiki 3.40 s koordinatami globalne osi <i>X</i> (povzeto po Example 09, 2012: str. 8)
m in trak med steph s sinho 4,276 m 2a kontrolna mesta označena na siki 3.40 s koordinatami globalne osi <i>X</i> (povzeto po Example 09, 2012: str. 8)
m in trak med stebn s sinno 4,276 m 2a kontrolna mesta oznacena na siki 3.40 s koordinatami globalne osi X (povzeto po Example 09, 2012: str. 8)
m in trak med steor s sinito 4,276 m 2a kontroina mesta oznacena na siki 3.40 s koordinatami globalne osi X (povzeto po Example 09, 2012: str. 8)

KAZALO GRAFIKONOV

Grafikon 3-1 Primerjava upogibnih momentov plošče leve polovice plošče za trak nad stebri A s širino 3,658 m (horizontalna os označuje koordinate globalne osi *X* v metrih).......37

Grafikon 5-3 Primerjava projektnih vrednosti prebojne strižne odpornosti plošče $\nu Rd, c$ med »peš« računom in računom SAFE-a (enote napetosti so kN/cm2)......95

KAZALO SLIK

Slika 1.1 Plošča in njena srednja ravnina (črtkana črta) (prirejeno po Cirak, 18. 11. 2013) ... 1 Slika 1.2 Medetažne konstrukcije glede na konfiguracijo nosilcev in vut (Khan, Williams, Slika 1.3 Plošča nosilna v eni smeri (levo) in plošča nosilna v dveh smereh (desno) (Various Slika 1.4 Različne vute in odebelitve (Charleson A., Quora, SFGate, ARE - Structural Slika 1.6 Primer reševanja »magnetnega problema« z metodo končnih elementov. Različne barve končnih elementov prikazujejo različne materiale (prevodna žica tuljave oranžna, feromagnetna komponenta svetlo modra in zrak siva) (Finite element method, 17. 11. 2013)6 Slika 1.7 Dejanska konstrukcija (a). Diskretizacija s končnimi elementi z uporabo linearne interpolacije pomikov (b). Natančnejša mreža končnih elementov in aproksimacija pomikov elementov z interpolacijskimi funkcijami višjega reda (npr. kvadratnimi ali kubičnimi) (c) (Bletzinger, 2001: str. 45, 46).....7 Slika 1.8 Delitev gladke plošče na stebrih na pasove po SIST EN 1992-1-1:2005 (SIST EN Slika 1.9 Porušni mehanizem: rušnice na vrhu plošče (levo) in rušnice spodaj plošče (desno) Slika 2.1 Ploskovni končni element za ploščo: prostostne stopnje in notranje sile (mxy =*myx*)......10 Slika 2.3 Polno vpet steber (levo), steber s členkom spodaj (sredina) in prečni prerez stebra Slika 2.4 Vozliščni pomiki in vozliščne sile ravninskega linijskega končnega elementa 11 Slika 2.5 »Polno vpet« KE za ravninski nosilec (levo); tako v vozlišču 1 kot v vozlišču 2 je Slika 2.6 KE z momentnim členkom na levi strani (levo); v vozlišču 2 je »polno vpet« v sosednji KE. Del togostne matrike KE (desno).....12

Slika 2.8 Ploskovni končni element za lupino: prostostne stopnje in notranje sile ($nxy = nyx$ in $mxy = myx$)
Slika 2.9 Linijski končni element za prostorski nosilec: prostostne stopnje in notranje sile 13
Slika 3.1 Tloris plošče na stebrih (levo) in 3D slika (desno)16
Slika 3.2 Tipi stebrov pod ploščo (levo) in tipi stebrov nad ploščo (desno)
Slika 3.3 Prerez A-A plošče na stebrih (Example 08, 2012: str. 3)17
Slika 3.4 Detajl »b« (levo) in detajl »c« (desno) s slike 3.3 (Example 08, 2012: str. 3) 17
Slika 3.5 Tlorisne dimenzije vut (levo vuta v polju plošče in desno vuta na robu plošče)18
Slika 3.6 Mreža končnih elementov z 11 x 13 elementi na panel plošče
Slika 3.7 Opcija <i>Rectangular</i> in podani dimenziji stebra 40,6 cm x 40,6 cm za Steber 1 (levo zgoraj), upoštevanje toge diafragme na vrhu stebra (levo spodaj) ter karakteristike prečnega prereza stebra (ploščina prečnega prereza, upogibna vztrajnostna momenta, torzijski vztrajnostni moment in strižna prereza) (desno)
Slika 3.8 Opcija <i>Rectangular Beam</i> in podane dimenzije nosilca 30,5 cm x 59,7 cm (levo) ter karakteristike prečnega prereza nosilca (ploščina prečnega prereza, upogibna vztrajnostna momenta, torzijski vztrajnostni moment in strižna prereza) (desno)
Slika 3.8 Opcija <i>Rectangular Beam</i> in podane dimenzije nosilca 30,5 cm x 59,7 cm (levo) ter karakteristike prečnega prereza nosilca (ploščina prečnega prereza, upogibna vztrajnostna momenta, torzijski vztrajnostni moment in strižna prereza) (desno)
Slika 3.8 Opcija <i>Rectangular Beam</i> in podane dimenzije nosilca 30,5 cm x 59,7 cm (levo) ter karakteristike prečnega prereza nosilca (ploščina prečnega prereza, upogibna vztrajnostna momenta, torzijski vztrajnostni moment in strižna prereza) (desno)
Slika 3.8 Opcija <i>Rectangular Beam</i> in podane dimenzije nosilca 30,5 cm x 59,7 cm (levo) ter karakteristike prečnega prereza nosilca (ploščina prečnega prereza, upogibna vztrajnostna momenta, torzijski vztrajnostni moment in strižna prereza) (desno)
Slika 3.8 Opcija <i>Rectangular Beam</i> in podane dimenzije nosilca 30,5 cm x 59,7 cm (levo) ter karakteristike prečnega prereza nosilca (ploščina prečnega prereza, upogibna vztrajnostna momenta, torzijski vztrajnostni moment in strižna prereza) (desno)
Slika 3.8 Opcija <i>Rectangular Beam</i> in podane dimenzije nosilca 30,5 cm x 59,7 cm (levo) ter karakteristike prečnega prereza nosilca (ploščina prečnega prereza, upogibna vztrajnostna momenta, torzijski vztrajnostni moment in strižna prereza) (desno)
Slika 3.8 Opcija <i>Rectangular Beam</i> in podane dimenzije nosilca 30,5 cm x 59,7 cm (levo) ter karakteristike prečnega prereza nosilca (ploščina prečnega prereza, upogibna vztrajnostna momenta, torzijski vztrajnostni moment in strižna prereza) (desno)

Slika 3.17 Primerjava upogibnih momentov plošče za trak nad stebri A s širino 5,486 m, ki je prikazan na sliki 3.13 (enote momentov so kNm) (prirejeno po Example 08, 2012: str. 6)....26

Slika 3.19 Prerez A-A armiranobetonske plošče (Example 09, 2012: str. 3)......28

Slika 3.20 Detajl »a« (levo) in detajl »b« (desno) s slike 3.19 (Example 09, 2012: str. 3) 29

Slika 3.21 Prerez notranjega nosilca s ploščo za primer Steiner 1 (enote dimenzij so cm).. 30

Slika 3.22 Prerez notranjega nosilca s ploščo za primer Steiner 2 (enote dimenzij so cm)..30

Slika 3.30 Opcija *Rectangular Beam* in podani dimenziji robnih nosilcev 25,4 cm x 47 cm (levo) ter karakteristike prečnega prereza nosilca (ploščina prečnega prereza, upogibna

Slika 3.39 Trak nad stebri A s širino 3,658 m za grafikon 3-1 (levo) ter trak nad stebri B s širino 3,048 m in trak med stebri s širino 4,276 m za preglednico 3.9 (desno)......37

Slika 3.43 Rešitev kubične enačbe za robne nosilce v programskem orodju Wolfram Slika 3.44 Grafičen prikaz funkcije fh za robne nosilce v programskem orodju Wolfram Slika 4.2 Privzete oblike krivulj možnih porušitev zaradi preboja stebra skozi ploščo (prirejeno po SIST EN 1992-1-1, 2005, str. 100)......46 Slika 4.3 Možna območja porušitve (pojav široke razpoke) plošče zaradi preboja stebra skozi ploščo glede na nameščeno strižno armaturo (prirejeno po Caprani, 8. 9. 2013).......46 Slika 4.4 Računski model za dokaz striga pri preboju v mejnem stanju nosilnosti (prirejeno po Saje, Lopatič, 2009: str. 2-56)......47 Slika 4.5 Algoritem računa preboja plošč na stebrih po SIST EN 1992-1-1:2005 (vir slik: Slika 4.7 Plošča z razširjeno vuto stebra (lH > 2d + hH) (SIST EN 1992-1-1, 2005: str. 102) Slika 4.8 Zmanjšan osnovni kontrolni obseg u1 * za robni steber (levo) in vogalni steber (desno) (SIST EN 1992-1-1, 2005, str. 105)......53 Slika 4.9 Kot med strižno armaturo proti preboju in ravnino plošče (prirejeno po SIST EN Slika 4.10 Razdalje med stremeni in oddaljenost stremen od stebra in dodatnega kontrolnega obsega (SIST EN 1992-1-1, 2005, str. 163).....54 Slika 4.11 Dodatna kontrolna obsega za notranji steber (prirejeno po Saje, Lopatič, 2009: str. Slika 5.1 Tloris plošče na stebrih (levo) in 3D slika (desno)......57 Slika 5.3 Opcija Rectangular in podani dimenziji stebra 40 cm x 40 cm (levo zgoraj), upoštevanje toge diafragme na vrhu stebra (levo spodaj) ter karakteristike prečnega prereza stebra (ploščina prečnega prereza, upogibna vztrajnostna momenta, torzijski vztrajnostni

moment in strižna prereza) (desno)58

Slika 5.4 Količniki preboja ρ (količniki med projektno vrednostjo strižne napetosti vEd in projektno vrednostjo prebojne strižne odpornosti plošče (brez strižne armature) vRd , c), ki jih izračuna SAFE. Analizirani stebri so označeni
Slika 5.5 Prerez A-A z reakcijami v podpori v smeri globalne osi Z (enote sil so kN)
Slika 5.6 Prerez <i>B-B</i> z reakcijami v podpori v smeri globalne osi Z (enote sil so kN)60
Slika 5.7 Osnovni kontrolni obseg <i>u</i> 1 za notranji steber (prirejeno po SIST EN 1992-1-1, 2005, str. 100)
Slika 5.8 Trak nad stebri s širino 3 m in traka med stebri s širino $1,5 \text{ m}$ v smeri globalne osi X62
Slika 5.9 Vzdolžna armatura v smeri globalne osi <i>X</i> za trak nad stebri s širino 3 m in traka med stebri s širino 1,5 m, ki so prikazani na sliki 5.8 (ploščina armature je v cm2 na širino traka)
Slika 5.10 Trak nad stebri s širino 3 m in traka med stebri s širino 1,5 m v smeri globalne osi Y 63
Slika 5.11 Vzdolžna armatura v smeri globalne osi <i>Y</i> za trak nad stebri s širino 3 m in traka med stebri s širino 1,5 m, ki so prikazani na sliki 5.10 (ploščina armature je v cm2 na širino traka)
Slika 5.12 Tloris notranjega stebra s stremensko armaturo proti preboju plošče (enote dimenzij so cm)
Slika 5.13 Rezultati analize preboja notranjega stebra, ki jih poda program SAFE68
Slika 5.14 Trak nad stebri A v smeri globalne osi <i>X</i> in trak nad stebri B v smeri globalne osi <i>Y</i> . Oba trakova nad stebri sta široka 6 m
Slika 5.15 Vzdolžna armatura za traka nad stebri A in B, ki sta prikazana na sliki 5.1470
Slika 5.16 Izbrano armiranje s stremensko armaturo ter radialna razporeditev strižne armature za notranji steber
Slika 5.17 Rezultati za armaturo proti preboju, ki jih poda SAFE za notranji in robni steber 71
Slika 5.18 Rezultati za armaturo proti preboju, ki jih poda SAFE za notranji steber72
Slika 5.19 Tipična razporeditev strižnih moznikov proti preboju za program SAFE (Post- Tensioned Concrete Design Manual, 2012: str. 228)
Slika 5.20 Osnovni kontrolni obseg $u1$ za robni steber (prirejeno po SIST EN 1992-1-1, 2005, str. 101)

Slika 5.21 Zmanjšani kontrolni obseg <i>u</i> 1 * za robni steber (prirejeno po SIST EN 1992-1-1, 2005, str. 105)
Slika 5.22 Trak nad stebri s širino 1,7 m in trak med stebri s širino 1,5 m v smeri globalne osi Y
Slika 5.23 Vzdolžna armatura v smeri globalne osi Y za trak nad stebri s širino 1,7 m in trak med stebri s širino 1,5 m, ki sta prikazana na sliki 5.22 (ploščina armature je v cm2 na širino traka)
Slika 5.24 Tloris robnega stebra s stremensko armaturo proti preboju plošče (enote dimenzij so cm)
Slika 5.25 Rezultati analize preboja robnega stebra, ki jih poda program SAFE79
Slika 5.26 Trak nad stebri A širine 6 m v smeri globalne osi <i>X</i> in trak nad stebri B širine 3,2 m v smeri globalne osi <i>Y</i>
Slika 5.27 Vzdolžna armatura za traka nad stebri A in B, ki sta prikazana na sliki 5.2681
Slika 5.28 Izbrano armiranje s stremensko armaturo ter radialna razporeditev strižne armature za robni in vogalni steber
Slika 5.29 Rezultati za armaturo proti preboju, ki jih poda SAFE za robni steber
Slika 5.30 Osnovni kontrolni obseg <i>u</i> 1 za vogalni steber (prirejeno po SIST EN 1992-1-1, 2005, str. 101)
Slika 5.31 Zmanjšani kontrolni obseg $u1 * za$ vogalni steber (prirejeno po SIST EN 1992-1-1, 2005, str. 105)
Slika 5.32 Trak nad stebri s širino 1,7 m in trak med stebri s širino 1,5 m v smeri globalne osi X
Slika 5.33 Vzdolžna armatura v smeri globalne osi <i>X</i> za trak nad stebri s širino 1,7 m in trak med stebri s širino 1,5 m, ki sta prikazana na sliki 5.32 (ploščina armature je v cm2 na širino traka)
Slika 5.34 Tloris vogalnega stebra s stremensko armaturo proti preboju plošče (enote dimenzij so cm)
Slika 5.35 Rezultati analize preboja vogalnega stebra, ki jih poda program SAFE
Slika 5.36 Trak nad stebri A širine 3,2 m v smeri globalne osi <i>X</i> in trak nad stebri B širine 3,2 m v smeri globalne osi <i>Y</i> 91
Slika 5.37 Vzdolžna armatura za traka nad stebri A in B, ki sta prikazana na sliki 5.3691

Slika 6.1 Primer prednapetja enopoljne plošče (prirejeno po BBR VT International Ltd, 3. 4. 2013)
Slika 6.2 Minimalne dimenzije statične višine prednapete enopoljne plošče za obtežbe 2,5, 5, 10 in 15 $kN/m2$ pri razponih 6 do 20 m (Khan, Williams, 1995: str. 76)
Slika 6.3 Tipične razporeditve kablov za prednapenjanje (puščice nakazujejo razpone z armiranobetonskimi ojačitvami) (Khan, Williams, 1995: str. 63)
Slika 6.4 Napetostno stanje prednapetega prereza zaradi vpliva projektnega upogibnega momenta <i>MEd</i> , vpliva upogibnega momenta <i>MS</i> zaradi parazitnih vplivov prednapetja in sile prednapetja <i>P</i>
Slika 6.5 Ukrivljenosti kablov za prednapenjanje (prirejeno po Khan, Williams, 1995: str. 94)
Slika 6.6 Princip adhezijskega prednapenjanja (Bratina, 2012a: str. 1)
Slika 6.7 Hoyer-jev efekt. Puščice kažejo vpliv betona na kabel (prirejeno po Arab, Badie, Manzari, 2011)
Slika 6.8 Princip naknadnega prednapenjanja (Bratina, 2012a: str. 1)
Slika 6.9 Zunanji prednapeti kabli pri mostu (VSL SYSTEMS/CZ/Ltd., 13. 3. 2013) 105
Slika 6.10 Zunanji prednapeti kabli za utrditev rezervoarja (Balvac Ltd., 13. 3. 2013) 105
Slika 6.11 Profil kablov za prednapenjanje v več poljnem nosilcu (prirejeno po Khan, Williams, 1995: str. 109)
Slika 6.12 Osnovni profili kablov za prednapenjanje (Khan, Williams, 1995: str. 109) 106
Slika 6.13 Nadomestne obtežbe za prednapet kabel v obliki kvadratne parabole za statično določeno konstrukcijo (prirejeno po Khan, Williams, 1995: str. 111)
Slika 6.14 Sekundarni oziroma parazitni vplivi prednapetja pri statično nedoločenih konstrukcijah (Khan, Williams, 1995: str. 113)108
Slika 6.15 Vertikalna komponenta <i>Vpd</i> , ki je posledica prednapetih kablov, ki prečkajo kontrolni prerez in prednapeti kabli, ki potekajo znotraj razdalje 0,5 <i>d</i> od stebra (prirejeno po Kallage, 1993: str. 193)

OKRAJŠAVE IN SIMBOLI

1D	Enodimenzionalen
2D	Dvodimenzionalen
3D	Tridimenzionalen
DDM	Direct Design Method
EFM	Equivalent Frame Method
KE	Končni element
MKE	Metoda končnih elementov
MSM	Modified Stiffness Method

SLOVAR STROKOVNIH BESED IN TUJK

Bonded post-tensioned concrete je naknadno napeti beton.

Prednapenjanje - prestressing je postopek, ki obsega nanos sile na betonsko konstrukcijo z napenjanjem kablov (za prednapenjanje) relativno glede na betonski element.

Prednapetje: Izraz »prednapetje« se uporablja za poimenovanje vseh trajnih učinkov postopka prednapenjanja, ki vključujejo notranje sile prerezov in deformacije konstrukcije.

Punching Shear Ratio - količnik preboja predstavlja količnik med projektno vrednostjo strižne napetosti v_{Ed} in projektno vrednostjo prebojne strižne odpornosti plošče (brez strižne armature) $v_{Rd,c}$.

Unbonded post-tensioned concrete je naknadno napeti beton brez povezave kablov z betonom.

KAZALO VSEBINE

Bibliografsko-dokumentacijska stran in izvleček	IV
Bibliographic-documentalistic information and abstract	V
Stran za popravke	II
Izjave	111
Zahvala	VI

1		UVOD DIPLOMSKE NALOGE	. 1
	1.1	Motivacija za diplomsko nalogo	. 1
	1.2	Sistemi medetažnih konstrukcij	. 1
	1.3	Nekaj podatkov o armiranobetonskih ploščah	4
	1.4	Teorije plošč	.5
	1.5	Metoda končnih elementov	5
	1.6	Postopki za analizo armiranobetonskih plošč	7
	1.7	Vsebina diplomske naloge	9

2	ANALIZA PLOŠČ NA STEBRIH Z MKE	. 10
2.1	Ploščo obravnavamo kot ravninsko konstrukcijo	. 10
2.2	Ploščo obravnavamo kot prostorsko konstrukcijo	. 13

3	PRI	MERI ANALIZ PLOŠČ NA STEBRIH Z MKE	15
	3.1 Ploš	ča na stebrih z vutami in dvema robnima nosilcema	15
	3.1.1	Opis konstrukcije	15
	3.1.2	Računski model	
	3.1.3	Primerjava rezultatov	21
	3.2 Ploš	ča na stebrih in nosilcih	27
	3.2.1	Opis konstrukcije	27
	3.2.2	Modeli s končnimi elementi za plošče	29
	3.2.3	Modeli z lupinastimi končnimi elementi	
	3.2.4	Analiza rezultatov	
	3.3 Zak	ljuček poglavja	43

4	PROBLEM PREBOJA PLOŠČ NA STEBRIH	. 45
4.1	Na kratko o problemu preboja plošč na stebrih	.45

ntrola preboja plošč na stebrih po SIST EN 1992-1-1:200547	4.2
Določitev osnovnega kontrolnega obsega $u1$ in osnovnih kontrolnih obsegov	4.2
<i>ui</i> (<i>i</i> = 1,2) (SIST EN 1992-1-1:2005, t. 6.4.2)	
.1.1 Določitev osnovnega kontrolnega obsega $u1$ za steber brez vute	4
.1.2 Določitev osnovnega kontrolnega obsega $u1$ in ui ($i = 1,2$) za steber z	4
vuto	
Dokaz prebojne odpornosti plošče glede na tlačno odpornost betona (SIST EN	4.2
1992-1-1:2005, t. 6.4.3)51	
Dokaz prebojne strižne odpornosti plošče (brez strižne armature) (SIST EN	4.2
1992-1-1:2005, t. 6.4.4)52	
Prebojna strižna odpornost plošče s strižno armaturo (SIST EN 1992-1-1:2005,	4.2
t. 6.4.5)	

5		ANA	ALIZA PREBOJA PLOŠČE NA STEBRIH	56
	5.1	Opis	analizirane konstrukcije	56
	5.2	Rač	unski model analizirane konstrukcije	57
	5.3	Prim	nerjava rezultatov programa SAFE in »peš« računa	
	5.	3.1	»Peš« račun preboja notranjega stebra po SIST EN 1992-1-1:2005	60
	5.	3.2	Analiza notranjega stebra s programom SAFE po EN 1992-1-1:2004	68
	5.	3.3	»Peš« račun preboja robnega stebra po SIST EN 1992-1-1:2005	72
	5.	3.4	Analiza robnega stebra s programom SAFE po EN 1992-1-1:2004	79
	5.	3.5	»Peš« račun preboja vogalnega stebra po SIST EN 1992-1-1:2005	
	5.	3.6	Analiza vogalnega stebra s programom SAFE po EN 1992-1-1:2004	
	5.4	Zakl	juček analize preboja plošče na stebrih	92

6		PREDNAPETE PLOŠČE NA STEBRIH	97
	6.1	Minimalne dimenzije prednapetih plošč (prirejeno po Khan, Williams, 1995)	98
	6.2	Osnovni načini razporeditve kablov za prednapenjanje (prirejeno po Khan, Willia	ıms,
		1995)	99
	6.3	Osnovne geometrije kablov za prednapenjanje	100
	6.4	Sistemi prednapetja	103
	6.5	Nadomestna obtežba zaradi prednapetja (prirejeno po Khan, Williams, 1995)	105
	6.6	Izgube sile prednapetja pri prednapetih ploščah po SIST EN 1992-1-1:2005	108
	6.0	6.1 Trenutne izgube sile prednapetja $\Delta Pi(x)$	109
	6.0	.6.2 Padec sile prednapetja zaradi časovno odvisnih izgub sile prednapetja ΔI	⁵ c +
		s + r (t. 5.10.6, SIST EN 1992-1-1:2005)	112
	6.7	Dovoljene napetosti v betonu po SIST EN 1992-1-1:2005	113
	6.8	Problem preboja pri prednapetih ploščah	113

11	5
•	11

/IRI 117

1 UVOD DIPLOMSKE NALOGE

1.1 Motivacija za diplomsko nalogo

Medetažne konstrukcije so sestavni del praktično vseh stavb. Projektiranje medetažnih konstrukcij tako predstavlja del gradbenega projektiranja, kateremu je smiselno posvetiti pozornost. S pravilno izbiro konstrukcijskega sistema stavbe in optimalizacijo njenih konstrukcijskih elementov lahko vplivamo na ekonomičnost izgradnje. V zadnjem času, v katerem se vse bolj zavedamo edinstvenosti okolja v katerem živimo, pa lahko s projektiranjem konstrukcij tudi vplivamo na varovanje okolja (to je zmanjšamo vplive gradnje, delovanja in sanacije stavb na okolje).

Diplomska naloga posveča pozornost analizi plošč na stebrih in tudi nosilcih z metodo končnih elementov. Posveti se problemu preboja stebrov skozi ploščo, prav tako pa obravnava še prednapete plošče na stebrih. Obravnavana vsebina diplomske naloge še vedno predstavlja le del projektiranja medetažnih konstrukcij.

Z razvojem novih tehnologij v zadnjem stoletju je postala vsakdanja uporaba računalniških programov za opravljanje različnih opravil človeka. Eno takšnih programskih orodij predstavlja SAFE, ki je program namenjen projektiranju medetažnih konstrukcij in je uporabljen v diplomski nalogi. Program je razširjen v Združenih državah Amerike, kjer ga tudi razvijajo. Razvijalci ga prilagajajo na ostale standarde, kot je EN 1992-1-1, s tem pa širijo njegovo uporabo tudi na evropska tla.

1.2 Sistemi medetažnih konstrukcij

Medetažno konstrukcijo sestavljajo plošča in njene podpore. Podprta je lahko s stebri, nosilci in stenami. Na mestu stikovanja stebrov z etažno ploščo so lahko vute.

Kaj je plošča? Plošča je tridimenzionalno trdno telo z eno dimenzijo (debelino) dosti manjšo od drugih dveh. Srednja ravnina plošče nima začetne ukrivljenosti. Obremenitve so pravokotne na osnovno ploskev, tako da povzročajo upogibne deformacije (Cirak, 2013).





Answers (2013) opredeli 5 vrst medetažnih konstrukcij:

- plošče, nosilne v eni smeri,
- plošče, nosilne v več smereh,
- gladke plošče,
- rebraste plošče in
- kasetirane plošče.

Poleg teh še velja omeniti plošče z votlinami.



Slika 1.2 Medetažne konstrukcije glede na konfiguracijo nosilcev in vut (Khan, Williams, 1995: str. 62)

Plošče se smatrajo nosilne v eni smeri, kadar je razmerje dolžin stranic plošče večje ali enako od 2 ali kadar so primerno podprte. Slika 1.3 prikazuje ploščo, nosilno v eni smeri, pri kateri je razmerje stranic enako, vendar je podprta tako, da je nosilna v eni smeri. Plošča, nosilna v eni smeri, potrebuje nosilno armaturo samo v smeri prenašanja obtežbe (to je krajša smer plošče). Upogibni moment v daljši smeri plošče je majhen in zahteva razdelilno armaturo, ki predstavlja 20 % glavne armature (Saje, 2011).

Plošče se smatrajo nosilne v dveh smereh, kadar je razmerje dolžin stranic plošče manjše od 2 ali kadar so primerno podprte. Slika 1.3 prikazuje ploščo nosilno v dveh smereh, pri kateri je razmerje stranic enako, vendar je podprta tako, da je nosilna v dveh smereh. Plošča, nosilna v dveh smereh, potrebuje nosilno armaturo v obeh smereh. Pri dimenzioniranju armature je tako potrebno upoštevati upogibna momenta v obeh smereh.



Slika 1.3 Plošča nosilna v eni smeri (levo) in plošča nosilna v dveh smereh (desno) (Various types of slabs, 8. 11. 2013)

Gladke plošče so podprte samo s stebri in so brez vut. Pogosto se uporabljajo za medetažne konstrukcije objektov, kjer razponi niso preveliki in kjer je raster podpor neenakomeren (Flat slabs, 2013). Statična višina gladkih plošč je majhna. Takšne medetažne konstrukcije so monolitne in zagotavljajo dobro zvočno izolativnost ter zaščito pred požarom.

Rebraste in kasetirane plošče so poleg stebrov podprte tudi z nosilci. Zaradi praznin v plošči imajo manjšo lastno težo. Potrebna je malo večja statična višina plošče, vendar so karakteristike (strižni prerez, upogibni vztrajnostni moment in torzijski vztrajnostni moment) prečnega prereza plošče boljše kot pri gladki plošči. Premostimo lahko večje razpone kot pri gladkih ploščah (Ribbed slabs, 2013). Kasetirane plošče imajo za razliko od rebrastih enakomerne razmake med rebri (Waffle slab, 2013). Plošče se lahko izdelujejo s pomočjo kalupov. Kasetirane plošče pa se lahko uporabljajo tudi za temeljne plošče (WiseGEEK, 2013).

Iz inženirskega vidika bi bilo morda bolj smiselno plošče klasificirati glede na njihov notranji sistem prenašanja obremenitev (Khan, Williams, 1995), to je na:

- plošče nosilne v eni ali več smereh,
- gladke ali rebraste in
- klasično armirane ali prednapete.

Klasično armirane plošče so armirane betonske plošče, pri katerih natezne napetosti v betonu (večje od natezne trdnosti betona) prenaša armatura. Pri prednapetih ploščah pa s kabli za prednapenjanje vnašamo tlačne napetosti v ploščo tako, da zmanjšamo ali celo preprečimo natezne napetosti v betonu.

Na stikih stebrov s ploščami lahko za prevzem strižnih sil, katerih posledica bi bil preboj stebra skozi ploščo, uporabimo vute. Slednje so lahko stožčaste ali piramidaste. Možne pa so tudi različne kombinacije (glej sliko 1.4).



Slika 1.4 Različne vute in odebelitve (Charleson A., Quora, SFGate, ARE - Structural Systems, 10. 11. 2013)

1.3 Nekaj podatkov o armiranobetonskih ploščah

Plošče so lahko prefabricirane ali pa zgrajene na gradbišču (lat. in situ) (Concrete slab, 2013). Pri ploščah zgrajenih na gradbišču je beton vlit v opaž, v katerem je predhodno položena armatura. Predno nadaljujemo z gradnjo, je potrebno počakati, da se beton strdi. Prefabricirane plošče so izdelane v tovarni, pripeljane na gradbišče in tam zmontirane, zato takšne plošče imenujemo tudi montažne. To je običajno takrat, kadar so razmere na gradbišču slabe za strjevanje betona ali kadar je lahko gradnja konstrukcije z montažo prefabriciranih elementov hitrejša.

Poznamo tudi votle plošče, ki so lahko prednapete ali pa klasično armirane. Prednapete votle plošče se izdelujejo na progah dolgih npr. 120 m in so običajno armirane v eni smeri (Saje, 2011). Takšne plošče so običajno parjene, narezane na kose z diamantno žago ter transportirane na gradbišče (Hollow-core slab, 2013). Klasično armirane votle plošče so lahko nosilne v eni smeri ali v dveh smereh. Votel prostor v plošči se naredi z vstavljeno cevjo (običajno so to PVC cevi). Takšne plošče so ortotropne - imajo različne togosti v različnih pravokotnih smereh (Saje, 2011).

Omeniti še velja π plošče, ki spadajo med rebraste montažne plošče. Rebra prevzamejo prečno silo in upogibne momente, primerne pa so za prenos velikih razponov (do 10 m) (Saje, 2011).



Slika 1.5 Primer prečnega prereza prednapete votle plošče (Bratina, 2012a: str. 9)

1.4 Teorije plošč

Izmed teorij plošč, ki so bile razvite od konca 19. stoletja, sta dve široko sprejeti in se uporabljata na področju inženirstva. To sta:

- Kirchoff-Love-ova teorija plošč (klasična teorija plošč) in
- Mindlin-Reissner-jeva teorija plošč (strižna teorija plošč prvega reda).

Kirchoff-Love-ova teorija plošč je 2D (dvodimenzionalen) matematični model, s katerim se določi napetosti in deformacije v tankih ploščah. To so plošče, katerih debelina je reda velikosti od ene petine do ene petdesetine razpona plošče (Bletzinger, 2001). Teorija je posplošitev Euler-Bernoulli-jeve teorije nosilcev za plošče. Razvil jo je Love leta 1888, temelji pa na predpostavkah Kirchoff-a. Teorija predpostavlja, da lahko srednja ravnina plošče predstavlja 3D (tridimenzionalno) ploščo (Kirchhoff–Love plate theory, 2013). Strižne deformacije so zanemarjene, tako so »vlakna« v smeri normale na srednjo ravnino ves čas ravna in pravokotna na deformirano ploskev (Mindlin-Reissner plate theory, 2013). Bolj je primerna za analitično reševanje kot za numerično.

Mindlin-Reissner-jeva teorija plošč je razširitev Kirchoff-Love-ove teorije plošč oziroma Timoshenko-ve teorije nosilcev, ki upošteva tudi strižne deformacije po debelini plošče. Teorijo je zapisal Raymond Mindlin leta 1951. Podobno, vendar ne identično teorijo, je predlagal leta 1945 Eric Reissner. Mindlin-Reissner-jeva teorija plošč je namenjena izračunu debelejših plošč, pri katerih je »vlakno« v smeri normale na srednjo ravnino plošče vedno ravno, vendar ne nujno, tako kot pri Kirchoff-Love-ovi teoriji plošč, pravokotno na srednjo ravnino plošče. Mindlin-Reissner-jeva teorija plošč naj bi se uporabljala za izračun deformacij in napetosti v ploščah, katerih debelina znaša reda do ene desetine razpona plošče.

V zelo tankih ploščah z debelino plošče reda ene petdesetine razpona plošče ali manj, so pomiki običajno tako veliki, da je potrebno upoštevati geometrijsko nelinearno teorijo, to je von Karman-ovo teorijo plošč, ki je razširitev teorije drugega reda za nosilce (Bletzinger, 2001).

1.5 Metoda končnih elementov

V matematiki je MKE (metoda končnih elementov) (ang. finite element method) numerična tehnika iskanja približnih rešitev diferencialnih enačb pri danih robnih pogojih. Razvoju metode je mogoče slediti nazaj do leta 1950. Analogno ideji, da lahko več manjših ravnih črt aproksimira krožnico, MKE poveže enačbe manjših podobmočij (končne velikosti), za aproksimacijo bolj kompleksne enačbe večjega območja (Finite element method, 2013).

Mnogo fizikalnih pojavov se opiše s parcialnimi diferencialnimi enačbami (Žinkovič, 2013). Posledično je MKE postala najmočnejši numerični postopek za reševanje kompleksnih inženirskih problemov. Uporabi se lahko pri reševanju različnih problemov v mehaniki trdnih teles in tekočin, dinamiki konstrukcij, elektrostatiki, prenosu toplote itd. (Weck, Kim, 2004). Slika 1.6 prikazuje primer reševanja »magnetnega problema« z MKE. Kljub temu, da je geometrija razmeroma preprosta, bi bilo zelo zahtevno izračunati magnetno polje za takšen primer brez uporabe MKE (Finite element method, 2013).



Slika 1.6 Primer reševanja »magnetnega problema« z metodo končnih elementov. Različne barve končnih elementov prikazujejo različne materiale (prevodna žica tuljave oranžna, feromagnetna komponenta svetlo modra in zrak siva) (Finite element method, 17. 11. 2013)

Pri MKE obravnavano območje razdelimo (diskretiziramo) na določeno število podobmočij, imenovanih KE (končni elementi), ki so medsebojno povezani v vozliščih. Vozlišča delujejo kot »lepilo«, ki drži KE med sabo. Končni elementi, ki si delijo vozlišča, si delijo tudi prostostne stopnje v teh vozliščih (Weck, Kim, 2004). Vsak KE lahko ima fizikalne lastnosti, kot so debelina, razteznostni koeficient, elastični modul, strižni modul in Poisson-ov količnik, ki karakterizirajo obnašanje posameznega KE, posledično pa togost ali podajnost celotnega sistema oziroma konstrukcije (Finite element method in structural mechanics, 2013). Obtežbe so lahko statične ali dinamične, odzivi konstrukcije pa linearni ali nelinearni (Reddy, 2012). Neposredni rezultati analize so količine v vozliščih (pri ploščah so to na primer pomiki in rotacije). Notranje sile po KE pa se dobi z interpolacijo (Weck, Kim, 2004).

Pri MKE z diskretizacijo dobimo zelo velik sistem enačb z velikim številom neznank, zato je numerična analiza po MKE primerna samo za računalniške aplikacije. Tako so primeri v diplomski nalogi analizirani po MKE z računalniškim programom SAFE z Mindlin/Reissnerjevo formulacijo za debele plošče, ki upošteva strižno deformiranje plošče. Prav tako pa SAFE dopušča uporabo Kirchoff-ove formulacije za tanke plošče, ki zanemari strižno deformiranje plošče (CSI Analysis Reference Manual, 2008).

Za opis 1D (enodimenzionalnih) teles, pri katerih prevladuje ena dimenzija, se uporabljajo linijski KE (v analizi gradbenih konstrukcij se na primer uporabljajo linijski KE za stebre, nosilce in palice). Za opis 2D teles se uporabljajo ploskovni KE, za opis 3D teles pa

prostorski KE. Za analizo plošč so zanimivi ploskovni KE, ki so lahko različnih oblik (npr. trikotne ali štirikotne) z različnim številom vozlišč (od 3 pa vse do 12 ali več). Program SAFE, v katerem so v sklopu diplomske naloge izvedene analize z MKE, uporablja 4 vozliščne štirikotne ploščne in lupinske KE. Posebnosti modeliranja plošče s KE za lupine oziroma s KE za plošče so podrobneje opisane v poglavju 2.

Natančnost izračunov po MKE pa je odvisna od tega, kako fina je diskretizacija s KE in kako dobro aproksimiramo mehansko obnašanje konstrukcije z oblikovnimi funkcijami (interpolacijskimi funkcijami) na nivoju elementov (Bletzinger, 2001).



Slika 1.7 Dejanska konstrukcija (a). Diskretizacija s končnimi elementi z uporabo linearne interpolacije pomikov (b). Natančnejša mreža končnih elementov in aproksimacija pomikov elementov z interpolacijskimi funkcijami višjega reda (npr. kvadratnimi ali kubičnimi) (c) (Bletzinger, 2001: str. 45,

46)

1.6 Postopki za analizo armiranobetonskih plošč

Standard SIST EN 1992-1-1:2005 pravi, da je gladke plošče na stebrih treba analizirati z uporabo preizkušenih metod analize, kot so: metoda brane, metoda končnih elementov, metoda porušnic ali metoda nadomestnih okvirjev.

Z metodo nadomestnih okvirjev na poenostavljen način določimo upogibne momente v plošči, ki je podprta s stebri. Medetažno konstrukcijo (ploščo na stebrih) razdelimo na vrsto nadomestnih okvirjev v dveh pravokotnih smereh. Nadomestne okvirje sestavljajo stebri in nosilci, ki so pravzaprav pasovi plošče na stebrih (glej sliko 1.8) (prirejeno po Bartol, 2007 in Pukšič, 2013). Poleg tega pa lahko stebre nadomestimo z vzmetmi. Na takšen način poenostavimo analizo konstrukcije na analizo nosilcev na vzmeteh. Za opis 3D konstrukcije tako uporabimo računski model v obliki linijskih konstrukcij. Tem nosilcem določimo upogibne momente in jih prilagodimo pasovom po ploskovnem elementu (plošči). Metoda je opisana v dodatku I standarda SIST EN 1992-1-1:2005.



Slika 1.8 Delitev gladke plošče na stebrih na pasove po SIST EN 1992-1-1:2005 (SIST EN 1992-1-1, 2005: str. 220)

Po metodi porušnih linij določimo mejno nosilnost armiranobetonske plošče pri znani geometriji, robnih pogojih ter razporeditvi in količini armature. Gre za plastično analizo. Algoritem določitve mejne nosilnosti armiranobetonske plošče je sledeč: 1. izberemo možen porušni mehanizem in določimo mejne upogibne odpornostne momente v porušnih linijah, 2. plošči vsilimo virtualne pomike ($\delta w = 1,0$), 3. izračunamo virtualno delo zunanjih sil (δW_z) in virtualno delo notranjih sil (δW_n), 4. iz zveze $\delta W_z = \delta W_n$ izračunamo mejno obtežbo (q_{crit}) obravnavane plošče. Pri tem mora duktilnost kritičnega prereza omogočati formiranje predvidenega mehanizma porušitve (zadoščeno mora biti zahtevam za duktilnost) (prirejeno po Bratina, 2012b). Kot alternativo opisani metodi je mogoče uporabiti računalniške programe za analizo konstrukcij po MKE, ki omogočajo materialno nelinearno modeliranje armiranega betona (Dujc, Brank, 2006).



Slika 1.9 Porušni mehanizem: rušnice na vrhu plošče (levo) in rušnice spodaj plošče (desno) (Moy, 1996: str. 206)

Z metodo brane ploščo modeliramo kot brano: kot skupek medsebojno pravokotnih branastih linijskih elementov. Vsak od njih lahko prenaša torzijo in upogib v eni ravnini.

1.7 Vsebina diplomske naloge

Diplomska naloga se posveča: (i) analizi plošč na stebrih z MKE, (ii) problemu preboja stebrov skozi ploščo in (iii) prednapetim ploščam na stebrih.

V prvem delu diplomske naloge analiziramo medetažni konstrukciji iz priročnikov programa SAFE v12.3.2 (verzija 12.3.2). Medetažni konstrukciji sta podprti s stebri ter z nosilci. Nosilce modeliramo z linijskimi končnimi elementi za brane ali pa za prostorske nosilce. Modeliramo jih tudi z različnimi ekscentričnostmi. Dobljene rezultate (upogibne momente plošče) pri tem primerjamo z rezultati podanimi v priročniku obravnavanih medetažnih konstrukcij. Skladno z izbranimi linijskimi končnimi elementi za nosilce (za brane ali prostorske nosilce) plošče modeliramo s ploskovnimi končnimi elementi za plošče ali za lupine. Kot že omenjeno so posebnosti takšnega modeliranja podrobneje opisane v poglavju 2.

V nadaljevanju je podrobneje obravnavan problem preboja stebra skozi ploščo. V programu SAFE v12.3.2 so analizirani trije stebri: notranji steber, robni steber ter vogalni steber fiktivne armiranobetonske plošče na stebrih. Program določi odpornost plošče na preboj (razmerje med projektno strižno napetostjo v_{Ed} in prebojno strižno odpornostjo plošče $v_{Rd,c}$) po standardu EN 1992-1-1:2004 za vsak obravnavani steber. Te vrednosti so v nalogi primerjane z rezultati »peš« računa po standardu SIST EN 1992-1-1:2005. Ugotovljene so razlike v vrednostih izračunanih s programom SAFE ter vzroki teh razlik. S »peš« računom je tudi primerno določena potrebna strižna armatura proti preboju po standardu SIST EN 1992-1-1:2005.

Teoretično so obravnavane tudi prednapete plošče na stebrih. Predvidena je bila tudi zasnova prednapete plošče na stebrih v skladu s standardom za projektiranje betonskih konstrukcij SIST EN 1992-1-1:2005 in evropskim tehničnim soglasjem ETA-10/0308 za prednapete kable proizvajalca Vorspann-Brückentechnologie GmbH. Sila prednapetja obravnavane prednapete plošče naj bi se določila s programom SAFE v12.3.2. Narejena pa naj bi bila primerjava vrednosti izgub sile prednapetja med »peš« računom po standardu SIST EN 1992-1-1:2005 in izgubami, ki jih izračuna SAFE. Le-to v diplomski nalogi ni obdelano.

2 ANALIZA PLOŠČ NA STEBRIH Z MKE

Analizo plošče na stebrih, ki je deloma podprta tudi z nosilci ali stenami, lahko z MKE izvedemo na dva načina, opisana v nadaljevanju.

2.1 Ploščo obravnavamo kot ravninsko konstrukcijo

Predpostavimo, da se v plošči ne pojavijo osne sile. V temu primeru ploščo modeliramo s ploskovnimi KE za ploščo (slika 2.1), nosilce pa z linijskimi KE za brano (slika 2.2). Stebre lahko tudi modeliramo z linijskimi KE za brano, lahko pa togosti podpornih sten in stebrov nadomestimo s translatornimi in rotacijskimi vzmetmi. Ploščo na stebrih torej modeliramo kot ravninsko konstrukcijo.



Slika 2.1 Ploskovni končni element za ploščo: prostostne stopnje in notranje sile ($m_{xy} = m_{yx}$)



Slika 2.2 Linijski končni element za brano: prostostne stopnje in notranje sile

Prostostne stopnje KE za ploščo in KE za brano so seveda enake (le KE z enakimi prostostnimi stopnjami lahko skupaj uporabimo v modelu). V modelu leži KE za brano v isti ravnini kot KE za ploščo. Rezultat analize so momenti in prečne sile v plošči (slika 2.1) ter torzijski moment, upogibni moment in prečna sila v nosilcu (slika 2.2). Potrebno je oceniti upogibni vztrajnostni moment in torzijski vztrajnostni moment nosilca, ki podpira ploščo. Za to obstaja več možnosti, ki so v tej diplomi nakazane v poglavju 3. Poleg tega v takšnem modelu ne upoštevamo ekscentričnosti nosilca glede na srednjo ravnino plošče in s tem zanemarimo pojav osnih sil v plošči, ki so posledica povezave plošče z nosilcem pod (ali nad) njo. Takšno modeliranje plošče na stebrih, ki je delno podprta z nosilci, je zato primerno le, če so nosilci relativno plitki (nizki) in kadar ni prednapetja.

Osno in upogibno togost stebrov (v dveh smereh) lahko modeliramo z vzmetmi. Osna togost vzmeti je enaka togosti KE za palico:

$$k_z = \frac{EA}{L}.$$

Upogibna togost stebra okoli osi x je:

$$k_{\varphi,x} = \frac{nEI_x}{L},\tag{2}$$

okoli osi y pa:



Slika 2.3 Polno vpet steber (levo), steber s členkom spodaj (sredina) in prečni prerez stebra (desno) V izrazih (1), (2) in (3) za predpostavljeni steber pravokotnega prereza upoštevamo:



Slika 2.4 Vozliščni pomiki in vozliščne sile ravninskega linijskega končnega elementa



Slika 2.5 »Polno vpet« KE za ravninski nosilec (levo); tako v vozlišču 1 kot v vozlišču 2 je »polno vpet« v sosednji KE. Del togostne matrike KE (desno)

Rotacijski togosti stebra izhajata iz togostne matrike KE za ravninski nosilec. V primeru, ko je nosilec na obeh straneh »polno vpet« v sosednja KE (slika 2.5) in zasučemo desno stran nosilca za 1 ($\bar{u}_1 = \bar{w}_1 = \bar{\varphi}_1 = \bar{u}_2 = \bar{w}_2 = 0$, $\bar{\varphi}_2 = 1$), vidimo, da je upogibni moment v vozlišču na robu, kjer smo izvedli zasuk, enak $\bar{M}_2 = \frac{4EI}{L}$, torej je upogibna togost takšnega nosilca (stebra) proti zasuku v desnem robu enaka $\frac{4EI}{L}$.

V primeru, ko ima nosilec na levi strani členek (slika 2.6), se matrična povezava s slike 2.5 med silama/momentoma v vozliščih in pomikoma/zasukoma v vozlišču 2 spremeni (slika 2.6). Če zasučemo desno stran nosilca za 1 ($\bar{u}_1 = \bar{w}_1 = \bar{u}_2 = \bar{w}_2 = 0$, $\bar{\varphi}_2 = 1$), vidimo, da je moment na robu, kjer smo izvedli zasuk, enak $\bar{M}_2 = \frac{3EI}{L}$, torej je upogibna togost takšnega nosilca (stebra) proti zasuku v vozlišču v desnem robu enaka $\frac{3EI}{L}$. Od tod torej formuli (2) in (3) za nadomestni upogibni togosti stebrov.

$$\underbrace{\begin{array}{c}1 \\ \underline{N_{2}}\\ \underline{N_$$

Slika 2.6 KE z momentnim členkom na levi strani (levo); v vozlišču 2 je »polno vpet« v sosednji KE. Del togostne matrike KE (desno)

Če imamo pod ploščo podporno steno, jo lahko razdelimo na navidezne stebre in postopamo kot pri stebrih. Na enak način določimo nadomestne osne in upogibne togosti navideznih stebrov. Če program to omogoča, območje plošče neposredno nad stebrom modeliramo kot togo ploščo. Če pa to ni omogočeno, lahko končnim elementom za ploščo, ki so na območju stebra, predpišemo veliko debelino (npr. desetkratno debelino plošče). Vute okoli stebra modeliramo s KE za ploščo, ki jim predpišemo debelino vute.



Slika 2.7 Končni elementi na območju stebra in končni elementi na območju plošče

2.2 Ploščo obravnavamo kot prostorsko konstrukcijo

Za modeliranje plošče (in podpornih sten) uporabimo ploskovni KE za lupino (slika 2.8), za modeliranje nosilcev in stebrov pa linijski KE za prostorski nosilec (slika 2.9). Oba KE imata enako število prostostnih stopenj.



Slika 2.8 Ploskovni končni element za lupino: prostostne stopnje in notranje sile ($n_{xy} = n_{yx}$ in $m_{xy} = m_{yx}$)



Slika 2.9 Linijski končni element za prostorski nosilec: prostostne stopnje in notranje sile

V temu primeru lahko nosilec pod ploščo modeliramo ekscentrično glede na srednjo ravnino plošče (težiščna os KE za nosilec zavzame položaj dejanske težiščne osi nosilca glede na težiščno ravnino plošče). Vozlišča KE za prostorski nosilec nato povežemo z vozlišči KE za lupino s kinematičnimi vezmi. Posledično KE za lupine in KE za prostorski nosilec delujejo
kot celota. Rezultati takšne analize so notranje sile v plošči (slika 2.8) (osne sile, momenti in prečni sili) ter notranje sile v nosilcu (slika 2.9) (osna sila, upogibna momenta, prečni sili ter torzijski moment). Takšen model je mnogo bolj natančen kot model opisan v poglavju 2.1, vendar je tudi tu potrebno določiti ekscentričnost nosilcev, da se bo modelirana konstrukcija kar najbolj približala realnemu obnašanju.

Ravno tako kot pri poglavju 2.1, območje mreže končnih elementov nad prerezom stebra obravnavamo na poseben način. Če program to dopušča, ga naredimo zelo togega proti upogibu (v ta namen lahko uporabim kinematične (geometrijske) vezi), če pa ne, podamo KE za lupine na tem območju z veliko debelino (npr. desetkratno debelino plošče). Vute okoli stebra pa modeliramo s KE za lupino, ki jim predpišemo debelino vute.

Omeniti še velja, da se tudi pri temu načinu lahko modelira stene in stebre pod ploščo z vzmetmi. Togost teh vzmeti se določi na enak način kot pri modeliranju v poglavju 2.1. Lahko pa stene modeliramo s KE za lupine, stebre pa s KE za prostorski nosilec.

3 PRIMERI ANALIZ PLOŠČ NA STEBRIH Z MKE

V programu SAFE v12.3.2 so narejene analize dveh različnih medetažnih konstrukcij: plošče na stebrih z vutami in dvema robnima nosilcema ter plošče na stebrih in nosilcih. Medetažni konstrukciji sta vzeti iz priročnikov programa SAFE v12.3.2. Plošča na stebrih in nosilcih je modelirana s končnimi elementi za lupine in plošče. Narejenih je 5 različnih računskih modelov. Pri teh računskih modelih so nosilci modelirani kot brane ali kot prostorski nosilci, upoštevani pa so z različnimi ekscentričnostmi. Ugotoviti poskušamo, kateri način modeliranja nosilcev se najbolje približa vrednostim rezultatov analiz, ki jih podaja priročnik. Plošča na stebrih z vutami in dvema nosilcema pa je modelirana samo z lupinastimi končnimi elementi. Narejen je en računski model konstrukcije. Rezultati analize te medetažne konstrukcije so tudi primerjani z rezultati analiz, ki jih podaja priročnik programa SAFE za obravnavano konstrukcijo.

3.1 Plošča na stebrih z vutami in dvema robnima nosilcema

V nadaljevanju je modelirana armiranobetonska plošča na stebrih z vutami in dvema robnima nosilcema iz priročnika Example 08 (2012) programa SAFE v12.3.2. Plošča na stebrih z vutami in dvema robnima nosilcema je obravnavana kot prostorska konstrukcija. Za modeliranje plošče so uporabljeni končni elementi za lupine. Za modeliranje nosilcev so uporabljeni končni elementi za prostorski nosilec. Narejena je analiza v programu SAFE v12.3.2. Dobljene vrednosti upogibnih momentov plošče s programom SAFE so primerjane z vrednostmi upogibnih momentov plošče analiz, ki jih podaja priročnik Example 08 (2012).

3.1.1 Opis konstrukcije

Armiranobetonska plošča tlorisnih dimenzij 20,550 m × 22,376 m in debeline 19,1 cm je podprta z dvajsetimi stebri ter dvema robnima nosilcema (slika 3.1). Podrobnosti geometrije so prikazane na slikah 3.3 in 3.4. Etažna višina je 4,877 m pod ploščo in 4,267 m nad ploščo. Uporabljene karakteristike betona so prikazane v preglednici 3.1. Plošča je obremenjena z enakomerno površinsko obtežbo $q_{Ed} = 17,48 \text{ kN/m}^2$, ki je edina obtežba.

Nad in pod ploščo so stebri z različnimi dimenzijami prečnih prerezov (slika 3.2):

- Steber 1: 40,6 cm × 40,6 cm,
- Steber 2: 40,6 cm × 45,7 cm,

- Steber 3: 45,7 cm × 45,7 cm in
- Steber 4: 50,8 cm \times 50,8 cm.

Robna nosilca se raztezata 40,6 cm pod spodnji rob plošče in sta široka 30,5 cm (glej sliki 3.2 in 3.3). Stebri so enakomerno razporejeni na medosnih razdaljah 6,706 m v smeri globalne osi *X* in 5,486 m v smeri globalne osi *Y* (slika 3.3). Vute so visoke 35,6 cm ter tlorisnih dimenzij 1,219 m × 1,219 m v poljih plošče ter 1,067 m × 0,762 m na robovih plošče (glej sliki 3.4 in 3.5).



Slika 3.1 Tloris plošče na stebrih (levo) in 3D slika (desno)

Preglednica 3.1	Materialne karakteristike	betona
-----------------	---------------------------	--------

Parameter	Indeks	Vrednost
Karakteristična tlačna trdnost cilindra	f _{ck}	2,07 kN/cm ²
Modul elastičnosti	Ε	2289 kN/cm ²
Poissonov količnik	ν	0,2



Slika 3.2 Tipi stebrov pod ploščo (levo) in tipi stebrov nad ploščo (desno)



Slika 3.3 Prerez A-A plošče na stebrih (Example 08, 2012: str. 3)



Slika 3.4 Detajl »b« (levo) in detajl »c« (desno) s slike 3.3 (Example 08, 2012: str. 3)



Slika 3.5 Tlorisne dimenzije vut (levo vuta v polju plošče in desno vuta na robu plošče)

3.1.2 Računski model

Za modeliranje plošče uporabimo lupinaste KE z mrežo 11×13 KE za eno polje plošče (del plošče med štirimi stebri) (slika 3.6). Velikost enega običajnega KE plošče je $59 \text{ cm} \times 59 \text{ cm}$. Mreža KE je v pasovih nad stebri zgoščena.

Višina stebrov je enaka etažnima višinama, to je 4,877 m pod ploščo in 4,267 m nad ploščo. Stebri so modelirani z linijskimi KE za prostorski nosilec. Prerezi stebrov so v programu podani z opcijo <u>Rectangular</u> (slika 3.7). Glede na podane dimenzije prereza stebra program samodejno določi karakteristike prečnega prereza stebra (ploščina prečnega prereza, upogibna vztrajnostna momenta, torzijski vztrajnostni moment in strižna prereza). Stebre se lahko upošteva tudi kot vzmeti s togostmi določenimi po izrazih (1), (2) in (3). Območje plošče nad stebrom je modelirano kot absolutno togo.

Nosilca sta modelirana z linijskimi KE za prostorski nosilec. Prerez nosilca je v programu podan z opcijo <u>Rectangular Beam</u> (slika 3.8). Podane so dimenzije prereza nosilca, program pa samodejno določi karakteristike prečnega prereza nosilca (ploščina prečnega prereza, upogibna vztrajnostna momenta, torzijski vztrajnostni moment in strižna prereza).

Program samodejno pozicionira ploskovne KE in linijske KE tako, da nalegajo z zgornjim robom na ravnino *XY*, pri globalni koordinati Z = 0 (slika 3.10). Na slikah 3.9 in 3.10 vidimo, da je upoštevan odmik težiščne osi nosilcev od srednje ravnine plošče z odmikom kot ga samodejno določi SAFE.

Pri vutah upoštevamo dejansko višino vute. Ploskovni KE plošče na območju vut so konstantne debeline 54,6 cm. Upoštevan je odmik težiščne ravnine vsakega KE na območju vute od težiščne ravnine plošče.

Program nam dopušča tudi možnost pozicioniranja ploskovnih KE ročno in sicer z določitvijo višine zgornjega roba ploskovnih KE nad omenjeno ravnino (*XY*, *Z* = 0) (slika 3.11). Položaj linijskih KE lahko določamo z orodjem »Insertion Point« (slika 3.12), kjer lahko izbiramo kardinalne točke prečnega prereza (točke od 0 do 11 predstavljajo glavne točke prečnega prereza linijskega KE, vključno s središčno osjo, geometrijskim težiščem in strižnim

središčem linijskega KE). Kardinalna točka prereza zmeraj leži v ravnini *XY*, pri Z = 0 ter mestu v ravnini *XY*, kjer smo narisali potek središčne osi linijskega KE (središčna os linijskega KE poteka skozi kardinalne točke prereza 0, 5, 10 in 11 po dolžini nosilca). Prav tako nam orodje dopušča možnost, da glede na kardinalno točko prereza določimo odmik v začetni in končni točki linijskega KE.



Slika 3.6 Mreža končnih elementov z 11 x 13 elementi na panel plošče

Column Shape	Rectangular		-	Construction (suid) and	1651.61	-
Parallel to 2.4vie		40.64		Cross-section (axial) area	1051,01	Cm.
		40,04	Cill	Moment of Inertia, 133	227317,86	cm
Parallel to 3-Axis		40,64	cm	Moment of Inertia, I22	227317,86	cm
				Torsional Constant	384167,18	cm
				Shear Area, As2	1376,34	cm
Include Automatic Rigid Zone Area Over Column			Change Array Array	1376.34	-	

Slika 3.7 Opcija <u>Rectangular</u> in podani dimenziji stebra 40,6 cm x 40,6 cm za Steber 1 (levo zgoraj), upoštevanje toge diafragme na vrhu stebra (levo spodaj) ter karakteristike prečnega prereza stebra (ploščina prečnega prereza, upogibna vztrajnostna momenta, torzijski vztrajnostni moment in strižna prereza) (desno)

Deers Cheese Trees			Cross-section (axial) area	1819,35	cm2
beam snape Type	Rectangular Beam		Moment of Inertia, I33	540179,94	cm4
Web Width at Top	30,48	cm	Moment of Inertia, I22	140852,71	cm4
Web Width at Bottom	30,48	cm	Torsional Constant	383187,34	cm4
Depth	59,69	cm	Shear Area, As2	1516,13	cm2
			Shear Area, As3	1516,13	cm2
S	how Properties		Note The properties shown are calcul The actual properties used in ar because they will account for the	ated from the specifier adysis may be differen a overlap of the beam	d sectio t with th

Slika 3.8 Opcija <u>Rectangular Beam</u> in podane dimenzije nosilca 30,5 cm x 59,7 cm (levo) ter karakteristike prečnega prereza nosilca (ploščina prečnega prereza, upogibna vztrajnostna momenta, torzijski vztrajnostni moment in strižna prereza) (desno)

Vertical Offset Modeling	
Ignore Vertical Offsets in Non P/T Models	

Slika 3.9 Upoštevanje odmika težiščnih osi nosilcev in vut od srednje ravnine plošče



Slika 3.10 Prerez *B-B* plošče z nosilcem na levem robu plošče in vuto desno

🛃 Slab Offset		? X
Top of Slab above Datum	0	mm
ОК	Cancel	

Slika 3.11 Določitev višine zgornjega roba ploskovnih končnih elementov nad ravnino XY, Z = 0

Cardinal Point (Se	ee Tooltip) 8 (Box Edg ocal 2 Axis Cardinal Point	ge Midpoint) 👻	Cardinal Point Locations	8 (Box Edge Midpoint) 0 (Axes Intersection) 1 (Box Corner) 2 (Box Edge Midpoint) 3 (Box Corner)
Global X	End I (mm)	End J (mm)	3	4 (Box Edge Midpoint) 5 (Box Center)
Global Y	0	0	⁶ 0, 5, 10, 11 ⁴	6 (Box Edge Midpoint) 7 (Box Comer)
Global Z	0	0		8 (Box Edge Midpoint) 9 (Box Corner) 10 (Centroid) 11 (Shear Center)

Slika 3.12 Določitev kardinalne točke (levo zgoraj), določitev odmika končnih točk linijskega končnega elementa glede na kardinalno točko prereza (levo spodaj), pozicije kardinalnih točk prereza v prerezu linijskega končnega elementa (sredina) in lista kardinalnih točk prereza (desno)

3.1.3 Primerjava rezultatov

Upogibne momente plošče mojega računskega modela primerjamo z upogibnimi momenti plošče analiz, ki so podani v priročniku Example 08 (2012):

- DDM (Direct Design Method),
- MSM (Modified Stiffness Method),
- EFM (Equivalent Frame Method) in
- FEM (Finite Element Method).

Upogibni momenti plošče so primerjani za različne trakove nad in med stebri, ki so prikazani na sliki 3.13. Upogibni momenti plošče traka nad ali med stebri se dobijo tako, da se izračunani upogibni momenti plošče integrirajo po širini traku.

Primerjave upogibnih momentov plošče so prikazane na sliki 3.17 in v preglednici 3.4. Mesta odčitavanja teh upogibnih momentov so na robu stebrov (tam kjer je nosilec) in vut stebrov (povsod drugod) in so prikazana na sliki 3.16.

DDM temelji na koeficientih, ki jih podaja Ameriški standard ACI Committee 340, s katerimi se lahko določijo upogibni momenti v polju in nad podporami nadomestnega okvirja. MSM za izračun notranjih sil uporablja modificirane togostne matrike elementov. EFM (slo. metoda nadomestnih okvirjev) je metoda, pri kateri se (kot že omenjeno v poglavju 1.6) določi

notranje sile v plošči z uporabo nadomestnih okvirjev v X in Y smereh. FEM je analiza z metodo končnih elementov, ki je v tem primeru narejena v programu SAFE v12.3.2.

Primer FEM iz priročnika uporablja KE za plošče z mrežo 9×9 elementov na panel plošče z običajno velikostjo enega KE $99 \text{ cm} \times 69 \text{ cm}$ (slika 3.14). Mreža KE je v pasovih nad stebri zgoščena. Nosilca sta modelirana z linijskimi KE za brano. Karakteristike prečnega prereza nosilca (ploščina, strižna prereza, torzijski vztrajnostni moment in upogibna vztrajnostna momenta) so v programu podane z opcijo <u>General Beam</u> (slika 3.15). Stebri so modelirani kot vzmeti z osno togostjo k_z in upogibnima togostma okoli globalne X osi $k_{\varphi,x}$ ter okoli globalne Y osi $k_{\varphi,y}$ za tipe od 1 do 6 (slika 3.14). Vrednosti togosti vzmeti so določene z izrazi (1), (2) in (3) ter so podane v preglednici 3.2. Pri vutah je upoštevana konstantna višina vute 54,6 cm ter odmik težiščne ravnine KE vute od težiščne ravnine plošče.

V preglednici 3.3 je narejena primerjava karakteristik upoštevanega prečnega prereza nosilca v računskem modelu FEM primera in mojo analizo s programom SAFE. Za primerjavo so še določene karakteristike s »peš« računom. Pri »peš« računu sta strižna prereza izračunana kot $\frac{5}{6}$ ploščine prečnega prereza $\left(A_s = \frac{5}{6}A\right)$. Upogibna vztrajnostna momenta sta pri »peš« računu izračunana po Steiner-jevem izreku:

$$I_{yy} = \frac{bh^3}{12} + z^2(bh), \tag{4}$$

kjer so:

- *b* širina nosilca,
- h višina nosilca in
- z ročica (razdalja med težiščno osjo nosilca in težiščno ravnino plošče).

Torzijski vztrajnostni moment I_t pa je pri »peš« računu izračunan po formuli za tankostenske prereze:

$$I_t = \frac{1}{3}t^3h,\tag{5}$$

kjer sta:

-t širina nosilca in

- h višina nosilca.

Opazimo, da so v preglednici 3.3 ploščine prečnega prereza vseh treh nosilcev enake. Do razlike pride pri strižnem prerezu in upogibnem vztrajnostnem momentu I_{33} (to je upogibni vztrajnostni moment okoli globalne *X* ali *Y* osi) pri FEM primeru iz priročnika. Upogibni vztrajnostni momenti I_{22} , to so upogibni vztrajnostni momenti okoli globalne osi *Z*, so podobni. Za vse tri primere se razlikujejo torzijski vztrajnostni momenti.

Slika 3.17 prikazuje omenjeno primerjavo upogibnih momentov plošče med mojo analizo v programu SAFE in rezultati analiz iz priročnika. Upogibni momenti so odčitani za trak nad stebri A s širino 5,486 m (slika 3.13). Upogibni momenti moje analize so primerljivi z upogibnimi momenti analiz iz priročnika.

V preglednici 3.4 je narejena omenjena primerjava upogibnih momentov plošče mojega računskega modela z rezultati podanimi v priročniku. Upogibni momenti so odčitani za trak nad stebri B in trak med stebri s širinama 2,743 m. Razlike med upogibnimi momenti v preglednici 3.4 so v primerjavi z razlikami med upogibnimi momenti na sliki 3.17 ekvivalentne. Upogibni momenti se ujemajo zadovoljivo.



Slika 3.13 Trak nad stebri A za sliko 3.17 (levo) ter trak nad stebri B in trak med stebri za preglednico 3.4 (desno)



Slika 3.14 Mreža končnih elementov 9 x 9 na panel plošče ter oznake vzmeti za FEM primer iz priročnika

Analysis Property Data		
Beam Shape Type	General Beam	•
Area	1819,35	cm2
Shear Area, As2	1819,35	cm2
Shear Area, As3	1548,38	cm2
Torsional Constant	448156,38	cm4
Moment of Inertia, I22	143849,58	cm4
Moment of Inertia, 133	791630,55	cm4

Slika 3.15 Opcija <u>General Beam</u> ter karakteristike prečnega prereza nosilca (ploščina prečnega prereza, strižna prereza, torzijski vztrajnostni moment in upogibna vztrajnostna momenta) upoštevane v FEM primeru iz priročnika

Preglednica 3.2 Osne togosti k_z in upogibni togosti $k_{\varphi,x}$ ter $k_{\varphi,y}$ za vzmeti upoštevane v FEM primeru iz priročnika

Togost/vzmet	1	2	3	4	5	6
k_z [kN/cm]	12114	8721	8721	9811	9811	7753
$k_{\varphi,x}$ [kNcm/rad]	20893156	14479007	11366275	16617810	16279985	10202983
$k_{\varphi,y}$ [kNcm/rad]	20893156	11366275	14479007	16617810	16279985	10202983

Preglednica 3.3 Primerjava karakteristik prečnega prereza nosilca (ploščina prečnega prereza, strižna prereza, torzijski vztrajnostni moment in upogibna vztrajnostna momenta) med FEM primerom iz priročnika in mojo analizo. Dodane so še karakteristike prečnega prereza nosilca določene s »peš« računom

	FEM	SAFE - moja analiza	»Peš«
<i>A</i> [cm ²]	1819,35	1819,35	1819,35
A_{s2} [cm ²]	1819,35	1516,13	1516,13
$A_{s3} [{\rm cm}^2]$	1548,38	1516,13	1516,13
$I_t [\mathrm{cm}^4]$	448156,38	383187,34	563410,86
<i>I</i> ₂₂ [cm ⁴]	143849,58	140852,71	140852,71
<i>I</i> ₃₃ [cm ⁴]	791630,55	540179,94	540179,94



Slika 3.16 Mesta odčitavanja upogibnih momentov za preglednico 3.4 (označena z rdečo črto)



Slika 3.17 Primerjava upogibnih momentov plošče za trak nad stebri A s širino 5,486 m, ki je prikazan na sliki 3.13 (enote momentov so kNm) (prirejeno po Example 08, 2012: str. 6)

Preglednica 3.4 Primerjava upogibnih momentov plošče za trak nad stebri B in trak med stebri s širinama 2,743 m (povzeto po Example 08, 2012: str. 8)

	Upogibni momenti plošče [kNm]								
Metoda	Razpon AB		В	Razpon BC			Razpon CD		
	M^{-}	M^+	M^{-}	M^{-}	M^+	M^{-}	M^{-}	M^+	M^{-}
DDM	117	125	218	176	76	176	194	115	96
MSM	165	113	213	176	76	176	190	98	159
EFM	190	113	213	195	60	197	218	84	169
FEM	92	115	214	174	79	164	187	98	119
SAFE -									
moja analiza	123	106	207	174	70	167	193	93	118
	Metoda DDM MSM EFM FEM SAFE - moja analiza	Metoda R M ⁻ DDM 117 MSM 165 EFM 190 FEM 92 SAFE - moja 123 analiza	Metoda Razpon A M ⁻ M ⁺ DDM 117 125 MSM 165 113 EFM 190 113 FEM 92 115 SAFE - moja 123 106 analiza I I I I	Metoda Upo Metoda Razpon AB M ⁻ M ⁺ M ⁻ DDM 117 125 218 MSM 165 113 213 EFM 190 113 213 FEM 92 115 214 SAFE - moja 123 106 207 analiza	Metoda Upogibni mo Metoda Razpon AB Razpon AB M ⁻ M ⁻ M ⁻ DDM 117 125 218 176 MSM 165 113 213 176 EFM 190 113 213 195 FEM 92 115 214 174 SAFE - moja 123 106 207 174 analiza Image: Color of the second	Metoda Upogibni momenti p Metoda Razpon AB Razpon B M ⁻ M ⁺ M ⁻ M ⁻ M ⁺ DDM 117 125 218 176 76 MSM 165 113 213 176 76 EFM 190 113 213 195 60 FEM 92 115 214 174 79 SAFE - moja 123 106 207 174 70	Metoda Upogibni momenti plošče [k Metoda Razpon AB Razpon BC M ⁻ M ⁺ M ⁻ M ⁺ M ⁻ DDM 117 125 218 176 76 176 MSM 165 113 213 176 76 176 EFM 190 113 213 195 60 197 FEM 92 115 214 174 79 164 SAFE - moja 123 106 207 174 70 167 analiza I	Metoda Upogibni momenti plošče [kNm] Metoda Razpon AB Razpon BC Razpon M ⁻	Upogibni momenti plošče [kNm] Metoda Razpon AB Razpon BC Razpon C M ⁻ M ⁺ M ⁻ M ⁻ M ⁻ M ⁺ M ⁺ M ⁻ M ⁺

se nadaljuje...

	DDM	8	84	73	58	50	58	65	77	0
	MSM	14	75	71	58	50	58	62	65	0
Trak	EFM	14	75	72	65	39	65	73	56	0
med	FEM	12	107	84	68	65	62	71	84	18
stebri	SAFE -									
	moja analiza	9	97	60	51	60	48	54	83	6

... nadaljevanje preglednice 3.4

3.2 Plošča na stebrih in nosilcih

V nadaljevanju je narejenih 5 različnih računskih modelov armiranobetonske plošče na stebrih in robnih ter vmesnih nosilcih iz priročnika Example 09 (2012) programa SAFE v12.3.2. Narejena sta računska modela s končnimi elementi za plošče (primera *Steiner 1* in *Steiner 2*) ter računski modeli z lupinastimi končnimi elementi (primeri *Offset 1, Offset 2* in *T nosilec*). Pri računskih modelih *Steiner 1* in *Steiner 2* nosilce modeliramo z linijskimi KE za brane, ekscentričnost nosilcev pa upoštevamo v podani karakteristiki prečnega prereza nosilca (upogibnemu vztrajnostnemu momentu). Pri računskih modelih *Offset 1* in *Offset 2* nosilce modeliramo z linijskimi KE za prostorski nosilec, ekscentričnost nosilcev pa določimo z odmikom težiščne osi linijskega KE od težiščne ravnine ploskovnih KE plošče. Dobljene vrednosti upogibnih momentov plošče računskih modelov *Steiner 1, Steiner 2, Offset 1, Offset 2* in *T nosilec* s programom SAFE v12.3.2 so primerjane z vrednostmi upogibnih momentov plošče analiz, ki jih podaja priročnik Example 09 (2012).

3.2.1 Opis konstrukcije

Armiranobetonska plošča tlorisnih dimenzij 18,694 m × 22,351 m in debeline 16,5 cm je podprta s šestnajstimi stebri ter osmimi nosilci (slika 3.18). Detajli stikov so prikazani na slikah 3.19 in 3.20. Etažna višina je 4,572 m. Uporabljene karakteristike betona so prikazane v preglednici 3.5. Plošča je obremenjena z enakomerno površinsko obtežbo q_{Ed} = 16,61 kN/m², ki je edina obtežba. Stebri so enakomerno razporejeni na medosnih razdaljah 6,096 m v smeri globalne osi *X* in 7,315 m v smeri globalne osi *Y* (slika 3.19). Prečni prerezi stebrov so dimenzij 40,6 cm × 40,6 cm. Nosilci se raztezajo 30,5 cm pod spodnji rob plošče. Široki so 30,5 cm v polju in 25,4 cm na robovih plošče (slika 3.20).



Slika 3.18 Tloris plošče na nosilcih (levo) in 3D slika (desno)

	Preglednica 3.5	Materialne	karakteristike	betona
--	-----------------	------------	----------------	--------

Parameter	Indeks	Vrednost
Karakteristična tlačna trdnost cilindra	f _{ck}	2,07 kN/cm ²
Modul elastičnosti	Ε	2151 kN/cm ²
Poissonov količnik	ν	0,2



Slika 3.19 Prerez A-A armiranobetonske plošče (Example 09, 2012: str. 3)



Slika 3.20 Detajl »a« (levo) in detajl »b« (desno) s slike 3.19 (Example 09, 2012: str. 3)

3.2.2 Modeli s končnimi elementi za plošče

Plošča je za primere *Primer 1, Steiner 1* in *Steiner 2* modelirana s ploskovnimi KE za plošče.

Nosilci so za primere *Primer 1, Steiner 1* in *Steiner 2* modelirani z linijskimi KE za brano. V programu SAFE so prečni prerezi nosilcev podani z opcijo <u>General Beam</u> s karakteristikami prečnih prerezov nosilcev (strižni prerez, upogibni vztrajnostni moment in torzijski vztrajnostni moment) prikazanimi v preglednici 3.6.

Primer *Primer 1* je primer iz priročnika Example 09 (2012) programa SAFE. Mreža KE je z 10×10 KE na panel plošče (slika 3.23) z običajno velikostjo enega KE 76 cm × 107 cm. Mreža KE je nad stebri in nosilci zgoščena (na območju vzmeti so uporabljeni ploskovni KE tlorisne velikosti 40,64 × 40,64 cm z debelino 82,6 cm). Stebri so modelirani kot vzmeti z osno togostjo k_z in upogibnima togostma okoli globalne *X* osi $k_{\varphi,x}$ ter okoli globalne *Y* osi $k_{\varphi,y}$ prikazanimi v preglednici 3.7. Togosti vzmeti so določene po izrazih (1), (2) in (3) ter ekvivalentno nadomestijo modelirane stebre z linijskimi KE za brano.

Pri primerih *Steiner 1* in *Steiner 2* smo uporabili mrežo z 11 × 13 KE na panel plošče (slika 3.23). Običajna velikost enega KE je 59 cm × 59 cm. Mreža KE je na območju nad stebri zgoščena. Območje plošče neposredno nad stebrom je modelirano kot absolutno togo. Upogibni vztrajnostni momenti prečnih prerezov nosilcev so izračunani po Steiner-jevem izreku (izraz (4)). Torzijski vztrajnostni momenti so izračunani po formuli za tankostenske prereze (izraz (5)). Strižni prerezi so izračunani po izrazu $A_s = \frac{5}{6}A$. Stebri so modelirani z linijskimi KE za brano. Prerezi stebrov so v programu podani z opcijo <u>*Rectangular*</u> (slika 3.24). Glede na podane dimenzije prereza stebra program samodejno določi karakteristike prečnega prereza stebra (ploščina prečnega prereza, upogibna vztrajnostna momenta, torzijski vztrajnostni moment in strižna prereza). Višina stebrov je enaka etažni višini, to je 4,572 m.

Primer *Steiner 1* upošteva statično višino nosilcev 30,48 cm (slika 3.21). Nosilci nalegajo z zgornjim robom na spodnji rob plošče. Ploščina prečnih prerezov robnih nosilcev je $A = 25,4 \cdot 30,48 = 774,2 \text{ cm}^2$. Ploščina prečnih prerezov notranjih nosilcev je $A = 30,48 \cdot 30,48 = 929,0 \text{ cm}^2$. Upoštevana ekscentričnost težiščne osi nosilcev od srednje ravnine plošče v računu upogibnih vztrajnostnih momentov je $z = \frac{16,5}{2} + \frac{30,48}{2} = 23,49 \text{ cm}.$

Primer *Steiner* 2 upošteva statično višino nosilcev 46,99 cm (slika 3.22). Nosilci nalegajo z zgornjim robom na zgornji rob plošče. Ploščina prečnih prerezov robnih nosilcev je $A = 25,4 \cdot 46,99 = 1193,5 \text{ cm}^2$. Ploščina prečnih prerezov notranjih nosilcev je $A = 30,48 \cdot 46,99 = 1432,26 \text{ cm}^2$. Upoštevana ekscentričnost težiščne osi nosilcev od srednje ravnine plošče v računu upogibnih vztrajnostnih momentov je $z = \frac{46,99}{2} - \frac{16,5}{2} = 15,25 \text{ cm}.$





Slika 3.23 Mreža končnih elementov z 11 × 13 elementi na panel za primera Steiner 1 in Steiner 2 (levo), ter mreža končnih elementov z 10 × 10 elementi na panel za primer Primer 1 (desno)

	Notranji nosilci	Robni nosilci
	$A_z = 1194 \text{ cm}^2$	$A_z = 994 \text{ cm}^2$
Primer 1	$I_{yy} = 384 \ 348 \ \mathrm{cm}^4$	$I_{yy} = 313\ 339\ {\rm cm}^4$
	$I_t = 228 \ 012 \ \mathrm{cm}^4$	$I_t = 199375\mathrm{cm}^4$
	$A_z = 774 \text{ cm}^2$	$A_z = 645 \text{ cm}^2$
Steiner 1	$I_{yy} = 584\ 764\ {\rm cm}^4$	$I_{yy} = 487 \ 303 \ \mathrm{cm}^4$
	$I_t = 287 \ 699 \ \mathrm{cm}^4$	$I_t = 166 493 \mathrm{cm}^4$
	$A_z = 1194 \text{ cm}^2$	$A_z = 995 \text{ cm}^2$
Steiner 2	$I_{yy} = 596 \ 194 \ \mathrm{cm}^4$	$I_{yy} = 496 829 \text{ cm}^4$
	$I_t = 443 \; 536 \; \mathrm{cm}^4$	$I_t = 256\ 676\ \mathrm{cm}^4$

Preglednica 3.6 Karakteristike prečnih prerezov nosilcev (strižni prerez, upogibni vztrajnostni moment in torzijski vztrajnostni moment) primerov *Primer 1, Steiner 1* in *Steiner 2*

Preglednica 3.7 Osna togost k_z in upogibni togosti $k_{\varphi,x}$ ter $k_{\varphi,y}$ za vzmeti primera *Primer 1*

Togost	Vzmet
k_z [kN/cm]	7770
$k_{\varphi,x}$ [kNcm/rad]	8566059
$k_{\varphi,y}$ [kNcm/rad]	8566059



Slika 3.24 Opcija <u>Rectangular</u> in podani dimenziji stebra 40,6 cm ×40,6 cm (levo zgoraj), upoštevanje toge diafragme na vrhu stebra (levo spodaj) ter karakteristike prečnega prereza stebra (ploščina prečnega prereza, upogibna vztrajnostna momenta, torzijski vztrajnostni moment in strižna prereza) (desno) za primera Steiner 1 in Steiner 2

3.2.3 Modeli z lupinastimi končnimi elementi

Plošča je za primere Offset 1, Offset 2 in T nosilci modelirana s ploskovnimi KE za lupine.

Mreža KE je za primere *Offset 1, Offset 2* in *T nosilci* enaka kot pri modelu s KE plošče za primera *Steiner 1* in *Steiner 2* (slika 3.23). Stebri so modelirani z linijskimi KE za prostorski nosilec. V programu se podajo enako kot pri primerih *Steiner 1* in *Steiner 2* (slika 3.24). Območje plošče nad stebrom je modelirano kot absolutno togo.

Nosilci so za primere *Offset 1, Offset 2* in *T nosilci* modelirani z linijskimi KE za prostorski nosilec. Prerezi nosilcev primerov *Offset 1* in *Offset 2* so podani z opcijo <u>*Rectangular Beam*</u>. Za primer *T nosilci* so prerezi nosilcev podani z opcijo <u>*T Beam*</u> in <u>*L Beam*</u>. V vseh treh primerih so upoštevani odmiki težiščne osi nosilca od težiščne osi plošče (slika 3.25).

Slika 3.26 prikazuje prerez plošče z nosilci za primer *Offset 1*. Nosilci imajo statično višino 30,48 cm in nalegajo z zgornjim robom na spodnji rob plošče. Podane so dimenzije prečnih prerezov robnih (slika 3.27) in notranjih nosilcev (slika 3.28), program pa samodejno določi karakteristike prečnega prereza nosilca (ploščina prečnega prereza, upogibna vztrajnostna momenta, torzijski vztrajnostni moment in strižna prereza).

Slika 3.29 prikazuje prerez plošče z nosilci za primer *Offset 2*. Nosilci imajo statično višino 46,99 cm in nalegajo z zgornjim robom na zgornji rob plošče. Podane so dimenzije prečnih prerezov robnih (slika 3.30) in notranjih nosilcev (slika 3.31), program pa samodejno določi karakteristike prečnega prereza nosilca (ploščina prečnega prereza, upogibna vztrajnostna momenta, torzijski vztrajnostni moment in strižna prereza).

Slika 3.32 prikazuje prerez plošče z nosilci za primer *T nosilci*. Nosilci imajo statično višino 46,99 cm in nalegajo z zgornjim robom na zgornji rob plošče. Pasnice so višine 16,5 cm (enako kot plošča). Pri nosilcih je določena sodelujoča širina pasnic oziroma tlačene plošče b_{eff} (slika 3.34) (širina na kateri privzamemo konstantne napetost) po SIST EN 1992-1-1:2005. Upoštevana je konstantna širina pasnice po celi dolžini razpetine ter medsebojna oddaljenost ničelnih točk upogibnih momentov $l_0 = 0,70l_2$, kjer je l_2 razpon srednjega polja plošče v smeri globalne osi *X* ali globalne osi *Y* (slika 3.33). Pri T nosilcih, ki potekajo v smeri globalne osi *X* so tako pasnice široke 235,3 cm (slika 3.35), v smeri globalne osi *X* pa 201,2 cm (slika 3.37), v smeri globalne osi *X* pa 110,7 cm (slika 3.38).



Slika 3.25 Odmik nosilca od težiščne osi plošče



Slika 3.26 Prerez plošče z nosilci za primer Offset 1

			Properties		
Analysis Property Data		_	Cross-section (axial) area	774,19	cm2
Beam Shape Type	Rectangular Beam	•	Moment of Inertia, 133	59937,33	cm4
Web Width at Top	25,4	cm	Moment of Inertia, I22	41623,14	cm4
Web Width at Bottom	25,4	cm	Torsional Constant	82596,73	cm4
Depth	30,48	cm	Shear Area, As2	645,16	cm2
			Shear Area, As3	645,16	cm2

Slika 3.27 Opcija <u>Rectangular Beam</u> in podani dimenziji robnih nosilcev 25,4 cm x 30,5 cm (levo) ter karakteristike prečnega prereza nosilca (ploščina prečnega prereza, upogibna vztrajnostna momenta, torzijski vztrajnostni moment in strižna prereza) (desno) za primer Offset 1

Analysis Property Data			Cross-section (axial) area	929,03	cm2
Beam Shape Type	Rectangular Beam	-	Moment of Inertia, 133	71924,79	cm4
Web Width at Top	30,48	cm	Moment of Inertia, I22	71924,79	cm4
Denth	30,48	Cm	Torsional Constant	121552,9	cm4
Dopar	00,40		Shear Area, As2	774,19	cm2
			Shear Area, As3	774,19	cm2

Slika 3.28 Opcija <u>Rectangular Beam</u> in podani dimenziji nosilcev v polju 30,5 cm x 30,5 cm (levo) ter karakteristike prečnega prereza nosilca (ploščina prečnega prereza, upogibna vztrajnostna momenta, torzijski vztrajnostni moment in strižna prereza) (desno) za primer Offset 1



Slika 3.29 Prerez plošče z nosilci za primer Offset 2

Analysis Property Data			Fropenies		
Baam Chang Tung	D		Cross-section (axial) area	1193,55	C
Web Width at Tee	Rectangular beam	<u> </u>	Moment of Inertia, 133	219618,44	c
web width at Top	25,4		Moment of Inertia, I22	64169,01	c
Web Width at Bottom	25,4	cm	Torsional Constant	169889,3	c
Depth	46,99	cm	Shear Area, As2	994,62	cr
			Shear Area As3	994.62	

Slika 3.30 Opcija <u>Rectangular Beam</u> in podani dimenziji robnih nosilcev 25,4 cm x 47 cm (levo) ter karakteristike prečnega prereza nosilca (ploščina prečnega prereza, upogibna vztrajnostna momenta, torzijski vztrajnostni moment in strižna prereza) (desno) za primer *Offset 2*

naiysis Property Data			Cross-section (avial) area	1432.26	
Beam Shape Type	Rectangular Beam	-	Cross-section (axial) area	1102,20	Cill
MALE MAR HE - T			Moment of Inertia, I33	263542,13	cm
Web Width at Top	30,48	cm	Moment of Inertia, I22	110884,05	cm
Web Width at Bottom	30,48	cm	Torsional Constant	264959,58	cm
Depth	46,99	cm	Shear Area, As2	1193,55	cm
			Shear Area Ar2	1193.55	

Slika 3.31 Opcija <u>Rectangular Beam</u> in podani dimenziji nosilcev v polju 30,5 cm x 47 cm (levo) ter karakteristike prečnega prereza nosilca (ploščina prečnega prereza, upogibna vztrajnostna momenta, torzijski vztrajnostni moment in strižna prereza) (desno) za primer *Offset 2*



Slika 3.32 Prerez plošče s T nosilci za primer T nosilci



Slika 3.33 Razdalje l_0 ničelnih točk momentov za račun sodelujoče širine (SIST EN 1992-1-1, 2005, str. 60)



$$b_{eff} = b_w + \sum b_{eff,i}$$
(6)

$$z$$

$$b_{eff,i} = 0,2 \cdot b_i + 0,1 \cdot l_0;$$

$$b_{eff,i} \le 0,2 \cdot l_0$$

in

$$b_{eff,i} \le b_i$$

Slika 3.34 Geometrijski parametri sodelujoče širine tlačne plošče (SIST EN 1992-1-1, 2005, str. 60)

Analysis Property Data			Properties		
Beam Shape Type	T Beam	-	Cross-section (axial) area	4814	cm2
Web Width at Top	30,48	cm	Moment of Inertia, I33	574040,33	cm4
Web Width at Bottom	30,48	cm	Moment of Inertia, I22	17998072,83	cm4
Depth	46.99	cm	Torsional Constant	534459,28	cm4
Elange Width	235.31	cm	Shear Area, As2	1995,89	cm2
Slab Depth	16.51	om	Shear Area, As3	3899,26	cm2
Siab Deptit	10,51	Cill			

Slika 3.35 Opcija <u>T Beam</u> in podane dimenzije prečnega prereza nosilcev v polju v smeri globalne osi Y (levo) ter karakteristike prečnega prereza nosilca (ploščina prečnega prereza, upogibna vztrajnostna momenta, torzijski vztrajnostni moment in strižna prereza) (desno) za primer T nosilci

Analysis Property Data				Properties		
Beam Shape Type	T Beam		-	Cross-section (axial) area	4250,35	cm2
Web Width at Top		30,48	cm	Moment of Inertia, 133	548112,24	cm4
Web Width at Bottom		30,48	cm	Moment of Inertia, I22	11272890,69	cm4
Depth		46,99	cm	Torsional Constant	483245,89	cm4
Flange Width		201,17	cm	Shear Area, As2	1903,63	cm2
Slab Depth		16,51	cm	Shear Area, As3	3425,17	cm2

Slika 3.36 Opcija <u>T Beam</u> in podane dimenzije prečnega prereza nosilcev v polju v smeri globalne osi X (levo) ter karakteristike prečnega prereza nosilca (ploščina prečnega prereza, upogibna vztrajnostna momenta, torzijski vztrajnostni moment in strižna prereza) (desno) za primer T nosilci

Analysis Property Data			Properties		
Beam Shape Type	L Beam	•	Cross-section (axial) area	2884,34	cm2
Web Width at Top	25,4	cm	Moment of Inertia, 133	420524,53	cm4
Web Width at Bottom	25,4	cm	Moment of Inertia, I22	4399170,09	cm4
Depth	46,99	cm	Torsional Constant	315091,11	cm4
Flange Width	127,81	cm	Shear Area, As2	1471,86	cm2
Slab Depth	16,51	cm	Shear Area, As3	1915,7	cm2

Slika 3.37 Opcija <u>L Beam</u> in podane dimenzije prečnega prereza robnih nosilcev v smeri globalne osi Y (levo) ter karakteristike prečnega prereza nosilca (ploščina prečnega prereza, upogibna vztrajnostna momenta, torzijski vztrajnostni moment in strižna prereza) (desno) za primer T nosilci

Analysis Property Data			Properties		
Beam Shape Type	L Beam	-	Cross-section (axial) area	2602,51	cm2
Web Width at Top	25,4	cm	Moment of Inertia, 133	401700,87	cm4
Web Width at Bottom	25,4	cm	Moment of Inertia, I22	2900333,28	cm4
Depth	46,99	cm	Torsional Constant	289484,42	cm4
Flange Width	110.74	cm	Shear Area, As2	1418,47	cm2
Slab Depth	16.51	cm	Shear Area, As3	1703,66	cm2

Slika 3.38 Opcija <u>L Beam</u> in podane dimenzije prečnega prereza robnih nosilcev v smeri globalne osi X (levo) ter karakteristike prečnega prereza nosilca (ploščina prečnega prereza, upogibna vztrajnostna momenta, torzijski vztrajnostni moment in strižna prereza) (desno) za primer T nosilci

3.2.4 Analiza rezultatov

Upogibni momenti plošče analiz računskih modelov *Steiner 1, Steiner 2, Offset 1, Offset 2 in T nosilec* so na grafikonu 3-1 primerjani med seboj ter z upogibnimi momenti plošče primera *Primer 1,* ki jih podaja priročnik Example 09 (2012). Poleg tega je narejena primerjava upogibnih momentov plošče v preglednici 3.9 računskih modelov *Steiner 1, Steiner 2, Offset 1, Offset 2 z* upogibnimi momenti plošče analiz, ki jih podaja priročnik Example 09 (2012):

- DDM (Direct Design Method),
- MSM (Modified Stiffness Method),
- EFM (Equivalent Frame Method) in
- Primer 1 (Finite Element Method).

Zaradi simetrije plošče in obtežbe so vrednosti upogibnih momentov plošče za razpona *A-B* in *C-D* enake. Tako so na grafikonu 3-1 in preglednici 3.9 narejene primerjave upogibnih momentov plošče samo za levo polovico plošče.

Primerjani upogibni momenti na grafikonu 3-1 so odčitani na robu stebrov (slika 3.40), za trak nad stebri A s širino 3,658 m (slika 3.39).



Slika 3.39 Trak nad stebri A s širino 3,658 m za grafikon 3-1 (levo) ter trak nad stebri B s širino 3,048 m in trak med stebri s širino 4,276 m za preglednico 3.9 (desno)



Grafikon 3-1 Primerjava upogibnih momentov plošče leve polovice plošče za trak nad stebri A s širino 3,658 m (horizontalna os označuje koordinate globalne osi *X* v metrih)

	Lipogibni momenti pločče []/Nm]								
	0,203 m	3,048 m	5,893 m	6,299 m	9,144 m				
	M^{-}	M^+	M^{-}	M ⁻	M^+				
Primer 1	36,6	49,6	101,4	94,1	26,8				
Steiner 1	31,5	40,2	82,8	79,3	17,0				
Steiner 2	26,0	39,3	78,7	75,0	16,8				
Offset 1	48,3	45,9	95,5	90,8	21,1				
Offset 2	32,6	43,3	86,6	81,9	20,1				
T nosilec	32,0	42,4	85,9	82,4	20,1				

Preglednica 3.8 Pripadajoče vrednosti upogibnih momentov plošče za grafikon 3-1 za kontrolna mesta označena na sliki 3.40 s koordinatami globalne osi *X*



Slika 3.40 Mesta odčitavanja upogibnih momentov (označena z rdečo črto)

Vidimo, da se vrednosti upogibnih momentov primera *Offset 1* najbolj približajo vrednostim upogibnih momentov primera iz priročnika *Primer 1*, vendar pride do odstopanja upogibnih momentov primera *Offset 1* pri robu plošče. Opazimo, da se primera *Offset 2* ter *T nosilec* skoraj popolnoma ujemata. Program SAFE po Key Features And Terminology (2009) modelira T nosilce tako, da zanemari delovanje pasnic tam, kjer se prekrivajo s ploščo. Tako pride pri primeru *T nosilci* do skoraj enakih rezultatov kot pri primeru *Offset 2*. Upogibni momenti primera *Steiner 2* najbolj odstopajo od upogibnih momentov primera *Primer 1*.

Upogibni momenti v preglednici 3.9 so odčitani na robu stebrov (slika 3.40) za trak nad stebri B s širino 3,048 m in trak med stebri s širino 4,276 m (slika 3.39).

Pri primeru *Offset 1* pride do odstopanja upogibnih momentov pri robnem nosilcu pri traku nad stebri B. Pri primerih *Steiner 1, Steiner 2* in *Offset 2* se vrednosti upogibnih momentov pri traku nad stebri B in traku med stebri v polju dobro ujemajo z ostalimi metodami. Pri traku nad stebri B primeri *Primer 1, Steiner 1, Steiner 2, Offset 1* in *Offset 2* v območju stebrov in robnih nosilcev podajo dvakrat večje vrednosti negativnih upogibnih momentov kot metode DDM, MSM in EFM.

Preglednica 3.9 Primerjava upogibnih momentov plošče za trak nad stebri B s širino 3,048 m in trak med stebri s širino 4,276 m za kontrolna mesta označena na sliki 3.40 s koordinatami globalne osi X (povzeto po Example 09, 2012: str. 8)

		Upogibni momenti plošče [kNm]						
		0,203 m	3,048 m	5,893 m	6,299 m	9,144 m		
		М-	M^+	М-	M^{-}	M^+		
Trak nad stebri B	DDM	12	31	38	34	19		
	MSM	18	28	38	34	19		
	EFM	16	28	41	37	15		
	Primer 1	33	37	84	79	19		
	Steiner 1	31	31	70	66	11		
	Steiner 2	26	29	66	62	11		
	Offset 1	47	36	82	78	15		
	Offset 2	33	33	73	69	14		
Trak med stebri	DDM	4	94	114	103	56		
	MSM	7	85	114	103	56		
	EFM	5	85	121	111	46		
	Primer 1	11	88	98	96	62		
	Steiner 1	12	85	101	102	55		
	Steiner 2	10	85	103	102	55		
	Offset 1	11	86	97	96	56		
	Offset 2	11	86	98	98	56		

Iz uporabljenih upogibnih vztrajnostnih momentov (preglednica 3.6) pri primeru *Primer 1*, lahko določimo pri znani širini nosilca upoštevano višino nosilca v računskem modelu. Za odmik težiščne osi nosilca od težiščne osi plošče upoštevamo $z = \frac{16,5}{2} + \frac{h}{2}$. Upogibni vztrajnostni moment je določen z izrazom (4): $I_{yy} = \frac{bh^3}{12} + z^2(bh) = \frac{bh^3}{12} + \left(\frac{16,5}{2} + \frac{h}{2}\right)^2 (bh)$.

Notranji nosilci so široki b = 30,5 cm z upogibnim vztrajnostnim momentom $I_{yy} = 384348 \text{ cm}^4$.

Če rešimo kubično enačbo:

 $I_{yy} = 384\ 348$ $I_{yy} - 384\ 348 = 0$ $\frac{bh^3}{12} + \left(\frac{16.5}{2} + \frac{h}{2}\right)^2 (bh) - 384\ 348 = 0,$

dobimo upoštevano višino notranjih nosilcev h = 25,5 cm (slika 3.41).

```
\label{eq:linear} \begin{array}{l} \mbox{In[38]:= ClearAll[Iyy, b, h];} \\ \mbox{$b = 30.48;$} \\ \mbox{$Iyy[h_] = simplify[b * h^3 / 12 + (16.51 / 2 + h / 2)^2 b * h - 384348]$} \\ \mbox{Out[40]:= -384348. + 2077.06 h + 251.612 h^2 + 10.16 h^3$} \\ \mbox{In[41]:= solve[Iyy[h] == 0, h]$} \\ \mbox{Out[41]:= { { h - 25.1225 - 29.2154 i }, { h - 25.1225 + 29.2154 i }, { h - 25.48} ]} \end{array}
```

Slika 3.41 Rešitev kubične enačbe za notranje nosilce v programskem orodju Wolfram Mathematica 8.0.0.0

Na sliki 3.41 vidimo, da dobimo dve imaginarni rešitvi: -25,1225 - 29,2154i in -25,1225 + 29,2154i ter eno realno 25,5. Slednja predstavlja višino nosilca, ki jo iščemo. Na spodnji sliki 3.42 je prikazan potek funkcije $f(h) = \frac{bh^3}{12} + \left(\frac{16,5}{2} + \frac{h}{2}\right)^2 (bh) - 384\,348 = 0$. Lepo sta vidni ničli. Pri h = 0 funkcija f(h) seka abscisno os pri $f(h) = -384\,348 \text{ cm}^4$ in pri f(h) = 0 funkcija f(h) seka ordinatno os pri h = 25,5 cm.



Slika 3.42 Grafičen prikaz funkcije f(h) za notranje nosilce v programskem orodju Wolfram Mathematica 8.0.0.0

Robni nosilci so široki b = 25,4 cm z upogibnim vztrajnostnim momentom $I_{yy} = 313 339$ cm⁴.

Če rešimo kubično enačbo:

$$I_{yy} = 313\ 339$$
$$I_{yy} - 313\ 339 = 0$$
$$\frac{bh^3}{12} + \left(\frac{165}{2} + \frac{h}{2}\right)^2 (bh) - 313\ 339 = 0,$$

dobimo upoštevano višino robnih nosilcev h = 25,2 cm (slika 3.43).

```
\begin{split} & \text{In[1]:= ClearAll[Iyy, b, h];} \\ & \text{b} = 25.4; \\ & \text{Iyy}[h_{-}] = \text{Simplify}[b \star h^3 / 12 + (16.51 / 2 + h / 2)^2 b \star h - 313 339] \\ & \text{Out[3]:= -313 339. + 1730.88 h + 209.677 h^2 + 8.46667 h^3} \\ & \text{In[4]:= Solve}[Iyy[h] == 0, h] \\ & \text{Out[4]:= } \{ \{h \to -25.0014 - 29.0056 i\}, \{h \to -25.0014 + 29.0056 i\}, \{h \to 25.2378\} \} \end{split}
```



Na sliki 3.43 vidimo, da dobimo dve imaginarni rešitvi: -25,0014 - 29,0056i in -25,0014 - 29,0056i ter eno realno 25,2. Slednja predstavlja višino nosilca, ki jo iščemo. Na spodnji sliki 3.44 je prikazan potek funkcije $f(h) = \frac{bh^3}{12} + \left(\frac{16,5}{2} + \frac{h}{2}\right)^2 (bh) - 313\,339 = 0$. Lepo sta vidni ničli. Pri h = 0 funkcija f(h) seka abscisno os pri $f(h) = -313\,339 \,\mathrm{cm}^4$ in pri f(h) = 0 funkcija f(h) seka ordinatno os pri $h = 25,2 \,\mathrm{cm}$.



Slika 3.44 Grafičen prikaz funkcije f(h) za robne nosilce v programskem orodju Wolfram Mathematica 8.0.0.0

Domnevno upoštevano statično višino nosilcev primera *Primer 1* še lahko določimo iz izraza (5) za torzijski vztrajnostni moment za tankostenske nosilce. Izrazimo višino: $h = \frac{I_t}{\frac{1}{3}t^3}$. Torzijski vztrajnostni moment notranjih nosilcev primera *Primer 1* je: $I_t = 228012 \text{ cm}^4$. Upoštevana statična višina notranjih nosilcev primera *Primer 1* pa: $h = \frac{228012}{\frac{1}{3}30,48^3} = 24,2 \text{ cm}$. Torzijski vztrajnostni moment robnih nosilcev primera *Primer 1* je: $I_t = 199375 \text{ cm}^4$. Upoštevana statična višina robnih nosilcev primera *Primer 1* pa: $h = \frac{199375}{\frac{1}{3}25,4^3} = 36,5 \text{ cm}$.

Določimo še lahko upoštevano statično višino nosilcev primera *Primer 1* iz strižnega prereza nosilcev. Strižni prerez je definiran po izrazu: $A_s = \frac{5}{6}A = \frac{5}{6}b \cdot h$. Izrazimo višino: $h = \frac{6 \cdot A_s}{5 \cdot b}$. Strižni prerez notranjih nosilcev primera *Primer 1* je: $A_z = 1194 \text{ cm}^2$. Upoštevana statična višina notranjih nosilcev primera *Primer 1* pa: $h = \frac{6 \cdot 1194}{5 \cdot 30.48} = 47,0 \text{ cm}$. Strižni prerez robnih nosilcev primera *Primer 1* je: $A_z = 994 \text{ cm}^2$. Upoštevana statična višina robnih nosilcev primera *Primer 1* pa: $h = \frac{6 \cdot 994}{5 \cdot 25,4} = 47,0 \text{ cm}$.

Na grafikonu 3-2 vidimo, da se dobljena statična višina iz strižnega prereza notranjih in robnih nosilcev primera *Primer 1* ujema z geometrijskimi podatki za statično višino nosilcev, ki jih podaja priročnik Example 09 (2012) za obravnavano konstrukcijo. Opazimo, da se izračunani statični višini robnih in notranjih nosilcev iz upogibnega vztrajnostnega momenta razlikujeta od geometrijskih podatkov za statično višino nosilcev iz omenjenega priročnika. Ugotovimo, da je za modeliranje nosilcev računskega modela *Primer 1* upogibni vztrajnostni moment nekoliko modificiran. Izraz za torzijski vztrajnostni moment je za tankostenske prereze in tako dobljena višina nosilcev iz tega izraza ni merodajna.



Grafikon 3-2 Upoštevane višine prečnih prerezov nosilcev dobljene iz izrazov za upogibni vztrajnostni moment, torzijski vztrajnostni moment in strižni prerez za notranje in robne nosilce primera iz priročnika *Primer 1* v primerjavi s podatki za statične višine nosilcev, ki jih podaja priročnik Example 09 (2012)

Preverimo še lahko ali so bili nosilci pri primeru *Primer 1* modelirani v računskem modelu brez ekscentričnosti. Izračunamo statično višino nosilcev po Steiner-jevem izreku (izraz (4)) za odmik težiščne osi nosilca od težiščne osi plošče z = 0 cm. Iz izraza za upogibni vztrajnostni moment $\left(I_{yy} = \frac{bh^3}{12}\right)$ izrazimo višino nosilca: $h = \sqrt[3]{\frac{12 \cdot I_{yy}}{b}}$. Domnevno upoštevana statična višina notranjih nosilcev primera *Primer 1* je:

$$h = \sqrt[3]{\frac{12 \cdot 384348}{30,48}} = 53,3 \text{ cm}.$$

Domnevno upoštevana statična višina robnih nosilcev primera Primer 1 pa je:

$$h = \sqrt[3]{\frac{12 \cdot 313339}{25,4}} = 52,9 \text{ cm}.$$

Tudi ti izračunani statični višini nosilcev primera *Primer 1* se ne ujemata z geometrijskimi podatki za statično višino nosilcev, ki jih podaja priročnik Example 09 (2012).

3.3 Zaključek poglavja

Narejene so bile analize računskih modelov s ploskovnimi in lupinastimi KE. Tako smo enkrat obravnavali ploščo kot ravninsko konstrukcijo, drugič pa kot prostorsko konstrukcijo. Rezultati analiz računskih modelov plošč z lupinastimi KE naj bi dali bolj točne rezultate, saj upoštevajo tudi vpliv osnih sil, ki so posledica povezave plošče z nosilcem pod (ali nad) njo.

Tekom poglavja so vrednosti upogibnih momentov plošč mojih analiz primerjane z vrednostmi upogibni momentov analiz, ki so podane v priročnikih programa SAFE. Upogibni momenti plošče na stebrih z vutami in dveh nosilcih mojega računskega modela se dobro ujemajo z upogibnimi momenti analiz, ki so podani v priročnikih programa SAFE. Kljub razlikam v upoštevanih karakteristikah (strižna prereza, torzijski vztrajnostni momenti in upogibna vztrajnostna momenta) prečnega prereza nosilcev so upogibni momenti primerljivi.

Do razlik pride med vrednostmi upogibnih momentov pri plošči na nosilcih, kjer so nosilci modelirani z različnimi ekscentričnostmi. Nosilci pri primerih Steiner 1 in Steiner 2 so modelirani z linijskimi KE za brane. Karakteristike prečnih prerezov nosilcev (strižni prerez, upogibni vztrajnostni moment in torzijski vztrajnostni moment) so določene »peš« in podane v program. Nosilci pri primerih Offset 1 in Offset 2 so modelirani z linijskimi KE za prostorski nosilec (v tem primeru podamo samo geometrijske lastnosti prečnega prereza nosilcev ter njegovo ekscentričnost). Tako smo ekscentričnosti nosilcev upoštevali na dva različna načina, ploščo na stebrih pa smo enkrat obravnavali kot ravninsko konstrukcijo drugič pa kot prostorsko konstrukcijo. Zaradi razlik v rezultatih smo poskusili ugotoviti upoštevano statično višino nosilcev v računskem modelu Primer 1 iz obravnavanega priročnika Example 09 (2012) iz upoštevanih karakteristik nosilcev (upogibni vztrajnostni moment, torzijski vztrajnostni moment in strižni prerez). Upoštevana statična višina nosilcev izračunana iz strižnega prereza nosilcev se ujema z geometrijskimi podatki, ki jih podaja omenjeni priročnik za obravnavano konstrukcijo. Domnevno upoštevana statična višina nosilcev izračunana po Steiner-jevem izreku iz upogibnega vztrajnostnega momenta nosilcev za ekscentrične nosilce in tudi nosilce brez ekscentričnosti se pa razlikuje od geometrijskih podatkov za statično višino nosilcev, ki jih podaja omenjeni priročnik za obravnavano konstrukcijo. Ugotovimo, da so uporabljeni upogibni vztrajnostni momenti za nosilce v računskem modelu Primer 1 nekoliko modificirani.

Zaključimo, da primerjave rezultatov mojih analiz, kjer smo modelirali nosilce z različnimi ekscentričnostmi s primeri iz priročnika niso referenčne, saj ne moremo potrditi pravilnosti uporabljenih karakteristik prečnih prerezov nosilcev, ki so uporabljene v analizah opisanih v priročnikih. Za pravilno ocenitev rezultatov mojih analiz, to je za določitev pravilnega načina modeliranja nosilcev (ocenitev upogibnega vztrajnostnega momenta, torzijskega vztrajnostnega momenta in strižnega prereza nosilcev, ki jih modeliramo z linijskimi končnimi elementi za brano ali pravilnega upoštevanja odmika težiščnih osi nosilcev od srednje ravnine plošče pri nosilcih, ki jih modeliramo z linijskimi končnimi elementi za prostorski nosilec) bi bile potrebne nadaljnje analize. Smiselno bi bilo primerjati rezultate (npr. pomike, deformacije) modela dejanske konstrukcije z rezultati računskega modela programa SAFE.

V tem poglavju je obravnavan problem preboja polnih plošč na stebrih za primer zvezno razporejene obtežbe po plošči.

4.1 Na kratko o problemu preboja plošč na stebrih

Obtežba na armiranobetonski plošči in sama lastna teža plošče lahko povzročata velike strižne napetosti v plošči. V primeru, da v okolici točkovnih podpor - stebra, ni zadosti strižne armature, lahko prevelike strižne napetosti v plošči povzročijo pojav široke razpoke in posledično preboj stebra skozi ploščo (glej sliko 4.1). Oblika krivulje možne porušitve zaradi preboja (narisana npr. po srednji ravnini plošče - slika 4.2) je povečana približna krivulja obsega prečnega prereza stebra. Kot θ (slika 4.1), pod katerim se pojavi široka razpoka pri preboju, standard SIST EN 1992-1-1:2005 definira kot: $\theta = \arctan(1/2) = 26,6^{\circ}$. Pri znani statični višini plošče *d* in kotu θ vemo, da bo prišlo do porušitve na določenem območju. Strižne napetosti so največje na robu stebra in se zmanjšujejo sorazmerno z oddaljenostjo stran od stebra. Tako bo prišlo pri prevelikih strižnih napetostih do porušitve na območju ob obodu stebra (slika 4.3(a)). V kolikor namestimo strižno armaturo, se območje porušitve pomakne navzven stran od stebra (sliki 4.3(b) in 4.3(c)). Strižno armaturo lahko namestimo navpično ali poševno, vedno pa tako, da armatura prečka linije namišljenih porušitev. Namestimo jo toliko, da dosežemo območje, kjer so strižne napetosti v plošči dovolj majhne, da lahko betonska plošča sama v celoti prevzame strižne obremenitve.



Slika 4.1 Preboj stebra skozi ploščo (prirejeno po Caprani, 8. 9. 2013)



Slika 4.2 Privzete oblike krivulj možnih porušitev zaradi preboja stebra skozi ploščo (prirejeno po SIST EN 1992-1-1, 2005, str. 100)



Slika 4.3 Možna območja porušitve (pojav široke razpoke) plošče zaradi preboja stebra skozi ploščo glede na nameščeno strižno armaturo (prirejeno po Caprani, 8. 9. 2013)

Da določimo, koliko je območje porušitve oddaljeno stran od stebra, je potrebno določiti strižno odpornost betonske plošče $v_{Rd,c}$, poznati pa moramo silo (reakcijo) v stebru V_{Ed} . Postavimo pogoj $v_{Rd,c} = \frac{V_{Ed}}{A}$, kjer je A ploščina tistega prereza plošče, v katerem strižna armatura ni več potrebna. Omenjeno ploščino lahko izrazimo kot $A = \frac{V_{Ed}}{v_{Rd,c}}$ in $A = u \cdot d$, pri čemer je d statična višina plošče, u pa dolžina krivulje možne porušitve okoli stebra (na srednji ravnini plošče). Iz dolžine krivulje možne porušitve $\left(u = \frac{V_{Ed}}{v_{Rd,c} \cdot d}\right)$ lahko na podlagi njene oblike določimo, do kje naj sega potrebna strižna armatura proti preboju.

Po SIST EN 1992-1-1:2005 je prerez, v katerem strižna armatura ni več potrebna, določen z dodatnim kontrolnim obsegom u_{out} (ali $u_{out,ef}$). Ob upoštevanju ekscentričnosti obtežbe (s koeficientom β) tako velja izraz:

$$u_{out} \text{ (ali } u_{out,ef}) = \beta \frac{V_{Ed}}{v_{Rd,c}d}.$$
(7)

4.2 Kontrola preboja plošč na stebrih po SIST EN 1992-1-1:2005

Na stiku stebra s ploščo pride do prenosa sile iz stebra na ploščo skozi ploskev imenovano obremenjena ploskev A_{load} , ki predstavlja ploščino prečnega prereza stebra (slika 4.4).

Prebojno strižno odpornost betona $v_{Rd,max}$ je potrebno preveriti v prerezu plošče na robu stebra, to je v prerezu po kontrolnem obsegu ob obodu stebra u_0 . V kolikor prebojna strižna nosilnost betona ni dovolj velika, lahko povečamo obseg stebra, statično višino plošče ali pa uporabimo beton večje trdnosti.

Sledi kontrola prebojne strižne nosilnosti plošče (brez strižne armature) $v_{Rd,c}$ v osnovnem kontrolnem prerezu (slika 4.4), kjer sta pri stebrih z razširjeno vuto (pri katerih je $l_H > 2(d + h_H)$) lahko tudi dva: eden znotraj vute stebra in drugi v plošči (slika 4.7). Osnovni kontrolni prerez je prerez plošče po osnovnem kontrolnem obsegu (u_1). Pri stebrih z razširjeno vuto (pri katerih je $l_H > 2(d + h_H)$) sta osnovna kontrolna obsega dva: u_i (i = 1,2). Osnovni kontrolni obseg je rob osnovne kontrolne ploskve A_{cont} (slika 4.4). Osnovni kontrolni obseg je lahko določen z osnovnim kontrolnim radijem r_{cont} (odvisno od oblike osnovnega kontrolnega obsega).

V kolikor prebojna strižna odpornost plošče ni zadostna, lahko določimo ploščino potrebne strižne armature proti preboju A_{sw} , ter dodatni kontrolni obseg u_{out} (ali $u_{out,ef}$), pri katerem strižna armatura ni več potrebna.

Primeren računski model za preverjanje varnosti pred porušitvijo zaradi preboja v mejnem stanju nosilnosti prikazuje slika 4.4.

Postopek računa preboja plošč na stebrih po SIST EN 1992-1-1:2005 je prikazan v obliki algoritma na sliki 4.5. Določitev osnovnih kontrolnih obsegov je podrobneje opisana v poglavju 4.2.1. Dokaz prebojne strižne odpornosti betona je opisan v poglavju 4.2.2. Dokaz prebojne strižne odpornosti plošče je opisan v poglavju 4.2.3. Določitev potrebne strižne armature pa je podrobneje opisana v poglavju 4.2.4.



Slika 4.4 Računski model za dokaz striga pri preboju v mejnem stanju nosilnosti (prirejeno po Saje, Lopatič, 2009: str. 2-56)



Slika 4.5 Algoritem računa preboja plošč na stebrih po SIST EN 1992-1-1:2005 (vir slik: SIST EN 1992-1-1, 2005: str. 100, 101)

Indeksi (in izrazi) v gornjih izrazi so:

 $- l_1 = c_1 + 2l_{H1}$ $- l_2 = c_2 + 2l_{H2}$ $-c_1 \text{ in } c_2$ širini pravokotnega stebra, $- \quad d = d_{eff} = \frac{d_y + d_z}{2}$ statična višina plošče, oddaljenost roba vute od roba stebra, $- l_H$ debelina vute, $-h_H$ premer okroglega stebra, — с kontrolni radij pri stebru z vuto, $- r_{cont}$ notranji kontrolni radij pri stebru z vuto, $- r_{cont.int}$ zunanji kontrolni radij pri stebru z vuto, - r_{cont,ext} projektna vrednost strižne napetosti, $- \nu_{Ed}$ projektna vrednost prebojne strižne odpornosti betona, $- v_{Rd.max}$ projektna vrednost prebojne strižne odpornosti plošče brez $- v_{Rd,c}$ strižne armature.

4.2.1 Določitev osnovnega kontrolnega obsega u_1 in osnovnih kontrolnih obsegov u_i (i = 1, 2) (SIST EN 1992-1-1:2005, t. 6.4.2)

Za stebre brez vute se osnovni kontrolni obseg u_1 razlikuje glede na oblike prerezov stebrov (okrogel, pravokoten, itd.) ter glede na položaje stebrov (notranji, robni, vogalni steber in steber blizu odprtine) (slika 4.5). Pri ploščah z vuto je osnovni kontrolni obseg u_1 določen z radijem r_{cont} . V primeru razširjene vute sta kontrolna obsega u_i (i = 1,2) določena z radijema $r_{cont,ext}$ in $r_{cont,int}$.

4.2.1.1 Določitev osnovnega kontrolnega obsega u_1 za steber brez vute

Za osnovni kontrolni obseg u_1 vmesnih stebrov se lahko privzame, da je na oddaljenosti 2,0*d* od obremenjene ploskve. Oblikovati ga je treba tako, da je njegova dolžina najmanjša (slika 4.5).

Pri obremenjenih ploskvah blizu roba oziroma vogala se pri kontrolnem obsegu u_1 ne upoštevajo nepodprti robovi (slika 4.5).
Kadar pri obremenjenih ploskvah blizu odprtin najkrajša razdalja med obsegom obremenjene ploskve in robom odprtine ne presega *6,0d*, se del kontrolnega obsega med tangentama na obris odprtine, ki poteka skozi središče obremenjene ploskve, ne upošteva (slika 4.5).

4.2.1.2 Določitev osnovnega kontrolnega obsega u_1 in u_i (i = 1, 2) za steber z vuto

Pri ploščah z vuto stebra, pri katerih je $l_H < 2h_H$ (slika 4.6), je osnovni kontrolni obseg u_1 določen s kontrolnim radijem $r_{cont} = \min\{2d + 0.56\sqrt{l_1 \cdot l_2}; 2d + 0.69\sqrt{l_1}\}$ za pravokotno vuto in $r_{cont} = 2d + l_H + 0.5c$ za krožno vuto (slika 4.5).



Slika 4.6 Plošča z vuto stebra ($l_H < 2h_H$) (Saje, Lopatič, 2009: str. 2-56)

Pri ploščah s krožno razširjeno vuto stebra, pri katerih je $l_H > 2(d + h_H)$ (slika 4.7), sta osnovna kontrolna obsega u_i (i = 1,2) določena s kontrolnima radijema $r_{cont,ext} = 2d + l_H + 0.5c$ in $r_{cont,int} = 2(d + h_H) + 0.5c$ (slika 4.5). Pri ploščah s pravokotnimi razširjenimi vutami stebrov, pri katerih je $l_H > 2(d + h_H)$, pa je potrebno preveriti kontrolne prereze znotraj vute in kontrolne prereze v plošči.

Za kontrole znotraj vute stebra se za d vzame d_H v skladu s sliko 4.7.





4.2.2 Dokaz prebojne odpornosti plošče glede na tlačno odpornost betona (SIST EN 1992-1-1:2005, t. 6.4.3)

Ob obodu stebra, to je v kontrolnem prerezu $(u_0 \cdot d)$ ob obodu stebra, projektna strižna napetost v_{Ed} ne sme biti večja od projektne prebojne strižne odpornosti betona $v_{Rd,max}$:

$$\nu_{Ed} = \beta \frac{\nu_{Ed}}{u_0 \cdot d} \le \nu_{Rd,max} = 0.5 \nu f_{cd}.$$
 (8)

Pri tem so:

-	β	koeficient, ki upošteva ekscentričnost obtežbe (glej t. 6.4.3,
		SIST EN 1992-1-1:2005),
_	V_{Ed}	skupna projektna sila,
_	u_0	kontrolni obseg ob obodu stebra,
_	d	statična višina plošče,
_	$v = 0.6(1 - \frac{f_{ck}}{250})$	redukcijski faktor strižne nosilnosti betona, f_{ck} v [MPa],
_	f _{cd}	projektna tlačna trdnost betona.

Kontrolni obsegi ob obodu stebra so:

-	za notranji steber	$u_0 = dolžina oboda stebra,$
_	za robni steber	$u_0 = c_2 + 3d \le c_2 + 2c_1,$
_	za vogalni steber	$u_0 = 3d \le c_1 + c_2.$

Pri tem sta c_1 in c_2 dimenziji stebra prikazani na sliki 4.8.

Za konstrukcije, pri katerih horizontalna stabilnost ni odvisna od mehanizma okvirjev iz stebrov in plošč in se dolžine sosednjih razponov med seboj ne razlikujejo za več kot za 25 %, se lahko za β uporabijo približne vrednosti, ki znašajo:

_	$\beta = 1,5$	za vogalne stebre,
_	$\beta = 1,4$	za robne stebre,
_	$\beta = 1,15$	za notranje, oziroma vmesne stebre.

Za druge primere pa so za določitev koeficienta β v točkah 6.4.3 (3) do 6.4.3 (5) standarda SIST EN 1992-1-1:2005 podani ustrezni izrazi.

4.2.3 Dokaz prebojne strižne odpornosti plošče (brez strižne armature) (SIST EN 1992-1-1:2005, t. 6.4.4)

Kadar projektna strižna napetost v_{Ed} v kontrolnem prerezu $((u_1 a li u_i) \cdot d)$, ki pripada kontrolnemu obsegu u_1 ali kontrolnima obsegoma u_i (i = 1,2), ne preseže projektne vrednosti prebojne strižne odpornosti plošče $v_{Rd,c}$, strižna armatura proti preboju ni potrebna:

$$\nu_{Ed} = \beta \frac{\nu_{Ed}}{(u_1 \, ali \, u_i) \cdot d} \le \left[\nu_{Rd,c} = C_{Rd,c} k (100 \rho_l f_{ck})^{1/3} + k_1 \sigma_{cp} \ge (\nu_{min} + k_1 \sigma_{cp}) \right]. \tag{9}$$

Pri tem so:

- - u_1 osnovni kontrolni obseg,- u_i (i = 1,2)osnovna kontrolna obsega pri ploščah z razširjeno vuto
 - stebra, pri katerih je $l_H > 2(d + h_H)$, reducirana natezna trdnost betona,
- − C_{Rd,c} = 0,18/γ_c reducirana natezna trdnost betona,
 − k = 1 + √200/d ≤ 2,0 (d v [mm]) koeficient statične višine plošče,
- $\rho_l = \sqrt{\rho_{ly} \cdot \rho_{lz}} \le 0.02$ srednja stopnja armiranja plošče v smereh osi *Y* in *Z*, v območju širine stebra in po 3*d* na vsako stran,
- f_{ck}
- $k_1 = 0,1$
- $\sigma_{cp} = (\sigma_{cy} + \sigma_{cz})/2$

srednja tlačna napetost plošče zaradi osnih sil $N_{Ed,y}$ in $N_{Ed,z}$ v smereh *Y* in *Z*, na celotni širini dela plošče med stebri (pri notranjih stebrih) in na širini kontrolnega prereza (pri robnih stebrih),

karakteristična tlačna trdnost betona v [MPa],

koeficient za upoštevanje tlačnih napetosti,

 N_{Ed,y}, N_{Ed,z} osni sili na celotni širini dela plošče med stebri pri notranjih stebrih in osni sili na širini kontrolnega prereza pri robnih stebrih. Silo lahko povzroča obtežba ali prednapetje,

-
$$v_{min} = 0.035k^{3/2}f_{ck}^{1/2}$$
 reducirana strižna trdnost betona, f_{ck} v [MPa]

Osi *Y* in *Z* sta označeni na sliki 4.11.

Pri priključkih robnih stebrov, kjer je ekscentričnost pravokotna na rob plošče (povzroča jo moment okoli osi, ki je vzporedna robu plošče) v smeri notranjosti in ni ekscentričnosti vzporedno z robom plošče, se strižna sila zaradi preboja lahko upošteva kot enakomerno razporejena vzdolž zmanjšanega osnovnega kontrolnega obsega u_{1^*} :



Slika 4.8 Zmanjšan osnovni kontrolni obseg u_{1^*} za robni steber (levo) in vogalni steber (desno) (SIST EN 1992-1-1, 2005, str. 105)

4.2.4 Prebojna strižna odpornost plošče s strižno armaturo (SIST EN 1992-1-1:2005, t. 6.4.5)

Kadar je projektna strižna napetost v_{Ed} večja od projektne prebojne strižne odpornosti plošče (brez strižne armature) $v_{Rd,c}$, je potrebna strižna armatura, ki jo je treba izračunati v skladu z izrazom (10):

$$v_{Rd,cs} = 0.75v_{Rd,c} + 1.5(d/s_r)A_{sw}f_{ywd,ef}(1/((u_1 ali u_i)d))\sin\alpha.$$
(10)

Ob upoštevanju pogoja $v_{Ed} = v_{Rd,cs}$ dobimo izraz za določitev ploščine potrebnega prereza armature:

$$\frac{A_{sw}}{s_r} = \frac{(v_{Ed} - 0.75v_{Rd,c})(u_1 \ ali \ u_i)d}{1.5(d)f_{ywd,ef} \sin \alpha}$$
(11)

$$A_{sw} = \frac{(v_{Ed} - 0.75v_{Rd,c})(u_1 \ ali \ u_i)d}{1.5(d/s_r)f_{ywd,ef} \sin \alpha}.$$
(12)

Projektna prebojna strižna odpornost plošče $v_{Rd,c}$ je določena z izrazom (9). Če so navzdol krivljene palice predvidene v eni vrsti, se za razmerje d/s_r v izrazih (10) in (12) lahko vzame vrednost 0,67.

Pri tem so:

- v_{Rd,cs} projektna vrednost prebojne strižne odpornosti plošče s strižno armaturo vzdolž obravnavanega kontrolnega prereza,
- A_{sw} ploščina prečnega prereza enega obsega strižne

- $-s_r$
- $f_{ywd,ef} = 250 + 0.25d \le f_{ywd}$
- f_{ywd}
- α

armature okoli stebra [mm²] (glej sliko 4.11),

radialna razdalja med obsegi strižne armature [mm] (glej slike 4.9, 4.10 in 4.11),

učinkovita projektna trdnost (meja elastičnosti) strižne armature proti preboju [MPa],

projektna meja elastičnosti strižne armature proti preboju [MPa],

kot med strižno armaturo proti preboju in ravnino plošče (za navpična stremena velja $\alpha = 90^{\circ}$ in sin $\alpha = 1$) (glej sliko 4.9).



Slika 4.9 Kot med strižno armaturo proti preboju in ravnino plošče (prirejeno po SIST EN 1992-1-1, 2005, str. 163)



Slika 4.10 Razdalje med stremeni in oddaljenost stremen od stebra in dodatnega kontrolnega obsega (SIST EN 1992-1-1, 2005, str. 163)

Kadar je potrebna armatura proti preboju, jo je treba namestiti med obremenjeno ploskvijo A_{load} in obsegom, ki je za $k \cdot d$ (k = 1,5) oddaljen navznoter od kontrolnega obsega, v katerem strižna armatura proti preboju ni več potrebna (to je od dodatnega kontrolnega obsega u_{out} (ali $u_{out,ef}$)) (sliki 4.10 in 4.11).

Dodatni kontrolni obseg, pri katerem strižna armatura ni potrebna, u_{out} (ali $u_{out,ef}$), je določen z izrazom (7):

$$u_{out} = u_{out,ef} = \beta V_{Ed} / (v_{Rd,c}d).$$

Na sliki 4.11 sta prikazana dodatna kontrolna obsega u_{out} (levo) in $u_{out,ef}$ (desno) za različne postavitve strižne armature proti preboju. Za lažje razumevanje izrazov (9) do (12) sta na sliki 4.11 označeni osi *Y* in *Z* ter ploščina obsega strižne armature A_{sw} - sivo obarvana armatura.



Slika 4.11 Dodatna kontrolna obsega za notranji steber (prirejeno po Saje, Lopatič, 2009: str. 2-58)

5 ANALIZA PREBOJA PLOŠČE NA STEBRIH

V nadaljevanju je narejena analiza preboja fiktivne armiranobetonske plošče na stebrih s programom SAFE v12.3.2 po standardu EN 1992-1-1:2004. Rezultati, ki jih poda SAFE, so primerjani z rezultati izračunanimi »peš« po standardu SIST EN 1992-1-1:2005. Izrazi za preverjanje varnosti pred porušitvijo zaradi preboja se za EN 1992-1-1:2004 in SIST EN 1992-1-1:2005 ne razlikujejo.

5.1 Opis analizirane konstrukcije

Armiranobetonska plošča tlorisnih dimenzij 12,4 m × 12,4 m in debeline 20 cm je podprta z devetimi stebri (slika 5.1). Uporabljene karakteristike betona in jekla so skladne s standardom SIST EN 1992-1-1:2005 in so prikazane v preglednicah 5.1 in 5.2. Plošča je obremenjena z enakomerno površinsko obtežbo $q_{Ed} = 15 \text{ kN/m}^2$, ki je edina obtežba.

Stebri so enakomerno razporejeni na medosnih razdaljah L = 6 m v smeri globalne osi *X* in osi *Y* ter dimenzij $c_1 = 40 \text{ cm v}$ smeri globalne osi *X* in $c_2 = 40 \text{ cm v}$ smeri globalne osi *Y*. Višina stebrov je 3 m.

Izbrana vzdolžna armatura je premera 18 mm ($\phi = 18 \text{ mm}$) z zaščitno plastjo betona debeline a = 2 cm. Statična višina plošče v smeri globalne osi X je: $d_x = d - a - \frac{\phi}{2} = 20 - 2 - \frac{1,8}{2} = 17,1 \text{ cm}$. Statična višina plošče v smeri globalne osi Y pa: $d_y = d - a - \phi - \frac{\phi}{2} = 20 - 2 - 1,8 - \frac{1,8}{2} = 15,3 \text{ cm}$. Upoštevana statična višina plošče (v poglavju 5) je tako:

$$d = \frac{d_x + d_y}{2} = \frac{17,1+15,3}{2} = 16,2 \text{ cm.}$$
(13)



Slika 5.1 Tloris plošče na stebrih (levo) in 3D slika (desno)

Preglednica 5.1	Materialne	karakteristike	betona
-----------------	------------	----------------	--------

Parameter	Indeks	Vrednost
Karakteristična tlačna trdnost cilindra	f _{ck}	3 kN/cm ²
Modul elastičnosti	Ε	3300 kN/cm ²
Poissonov količnik	ν	0,2

Preglednica 5.2 Materialne karakteristike armature

Parameter	Indeks	Vrednost
Karakteristična napetost tečenja	f_{yk}	50 kN/cm ²
Modul elastičnosti	Ε	20000 kN/cm ²

5.2 Računski model analizirane konstrukcije

Računski model uporablja za modeliranje plošče lupinaste KE. Uporabili smo mrežo 16×16 KE na panel plošče (slika 5.2). Običajna velikost enega KE je $40 \text{ cm} \times 40 \text{ cm}$.

Stebri so modelirani z linijskimi KE za prostorski nosilec. Prerezi stebrov so v programu podani z opcijo <u>*Rectangular*</u> (slika 5.3). Območje plošče nad stebrom je modelirano kot absolutno togo.



Slika 5.2 Mreža končnih elementov s 16 x 16 elementi na panel plošče

Column Section Dimension	ons			Properties		
Column Shape	Rectangular		•	Cross-section (axial) area	1600	cm2
Parallel to 2-Axis		40	cm	Moment of Inertia, 133	213333,33	cm4
Parallel to 3-Axis		40	cm	Moment of Inertia, I22	213333,33	cm4
				Torsional Constant	360533,33	cm4
				Shear Area, As2	1333,33	cm2
Include Automatic	Rigid Zone Area Over	r Column		Shear Area, As3	1333,33	cm2
Show Properties						

Slika 5.3 Opcija <u>Rectangular</u> in podani dimenziji stebra 40 cm x 40 cm (levo zgoraj), upoštevanje toge diafragme na vrhu stebra (levo spodaj) ter karakteristike prečnega prereza stebra (ploščina prečnega prereza, upogibna vztrajnostna momenta, torzijski vztrajnostni moment in strižna prereza) (desno)

5.3 Primerjava rezultatov programa SAFE in »peš« računa

Analizirali bomo rezultate za notranji, robni in vogalni steber označene na sliki 5.4. Razmerja na sliki 5.4 izračuna SAFE in jih bomo označili z indeksom $\rho = \frac{\nu_{Ed}}{\nu_{Rd,c}}$, ki predstavlja količnik med projektno vrednostjo strižne napetosti ν_{Ed} in projektno vrednostjo prebojne strižne odpornosti plošče (brez strižne armature) $\nu_{Rd,c}$. V programu SAFE je to razmerje poimenovano Punching Shear Ratio (slo. količnik preboja). Dobljene reakcije za analizirane stebre so prikazane na slikah 5.5 in 5.6 in so:

- $V_{Ed} = 676,25$ kN za notranji steber,
- $V_{Ed} = 277,88$ kN za robni steber in
- $V_{Ed} = 129,65$ kN za vogalni steber.



Slika 5.4 Količniki preboja ρ (količniki med projektno vrednostjo strižne napetosti v_{Ed} in projektno vrednostjo prebojne strižne odpornosti plošče (brez strižne armature) $v_{Rd,c}$), ki jih izračuna SAFE. Analizirani stebri so označeni



Slika 5.5 Prerez A-A z reakcijami v podpori v smeri globalne osi Z (enote sil so kN)



Slika 5.6 Prerez B-B z reakcijami v podpori v smeri globalne osi Z (enote sil so kN)

5.3.1 »Peš« račun preboja notranjega stebra po SIST EN 1992-1-1:2005

Osnovni kontrolni obseg u_1 za notranji steber je na oddaljenosti 2,0*d* od roba stebra in ga izračunamo kot:

$$u_1 = 2(c_1 + c_2) + 2\pi(2d) = (14)$$

= 2(40 + 40) + 2\pi(2 \cdot 16,2) =
= 363,58 cm.



Slika 5.7 Osnovni kontrolni obseg u_1 za notranji steber (prirejeno po SIST EN 1992-1-1, 2005, str. 100)

Reakcija notranjega stebra je $V_{Ed} = 676,25$ kN (glej sliko 5.5).

Projektno vrednost strižne napetosti v_{Ed} na osnovnem kontrolnem prerezu, ki sledi osnovnemu kontrolnemu obsegu u_1 , določimo z izrazom:

$$\nu_{Ed} = \beta \frac{V_{Ed}}{u_1 \cdot d'} \tag{15}$$

kjer je β koeficient, ki upošteva ekscentričnost reakcije podpore glede na kontrolni obseg določen z izrazom:

$$\beta = 1 + k \frac{M_{Ed}}{V_{Ed}} \cdot \frac{u_1}{W_1},\tag{16}$$

pri katerem je k = 0,6 koeficient, ki je odvisen od razmerja med dimenzijama $\frac{c_1}{c_2} = \frac{40}{40} = 1$ (glej preglednico 6.1, t. 6.4.3. (3), SIST EN 1992-1-1:2005), $M_{Ed} = V_{Ed} \cdot e = 676,25 \cdot 0 = 0$ kNm je projektni moment zaradi ekscentričnosti (*e*) reakcije v podpori glede na težišče kontrolnega

obsega in W_1 je količina, ki ustreza razporeditvi strižnih napetosti (glej t. 6.4.3. (3), SIST EN 1992-1-1:2005) določena z izrazom:

$$W_{1} = \frac{c_{1}^{2}}{2} + c_{1}c_{2} + 4c_{2}d + 16d^{2} + 2\pi dc_{1}$$

$$W_{1} = \frac{40^{2}}{2} + 40 \cdot 40 + 4 \cdot 40 \cdot 16, 2 + 16 \cdot 16, 2^{2} + 2\pi \cdot 16, 2 \cdot 40 = 13262, 54 \text{ cm}^{2},$$
(17)

pri katerem je c_1 dimenzija stebra, ki je vzporedna ekscentričnosti obremenitve in c_2 dimenzija stebra, ki je pravokotna na ekscentričnost obremenitve.

Torej je β po izrazu (16):

$$\beta = 1 + 0.6 \cdot \frac{0}{676,25} \cdot \frac{363,58}{13262,54} = 1.$$

OPOMBA: Pri realni plošči je malo verjetna situacija, da je ekscentričnost (*e*) reakcije v podpori 0. V našem primeru gre za »šolski primer« in je zaradi izbrane enakomerno porazdeljene obtežbe po celotni plošči in simetrične geometrije plošče projektni moment zaradi ekscentričnosti reakcije enak 0. Konstruktivno bi bilo upoštevati koeficient β vsaj 1,15, vendar zaradi primerjave s programom SAFE vzamemo izračunano vrednost $\beta = 1$.

Projektna vrednost strižne napetosti na osnovnem kontrolnem obsegu u_1 je po izrazu (15):

$$v_{Ed} = 1 \cdot \frac{676,25}{363,58 \cdot 16,2} = 0,114813 \text{ kN/cm}^2.$$

Projektno vrednost prebojne strižne odpornosti plošče določimo z izrazom:

$$\nu_{Rd,c} = C_{Rd,c} k (100\rho_l f_{ck})^{1/3} + k_1 \sigma_{cp} \ge (\nu_{min} + k_1 \sigma_{cp}), \tag{18}$$

pri katerem je $C_{Rd,c} = \frac{0.18}{\gamma_c} = \frac{0.18}{1.5} = 0.12$, $k = 1 + \sqrt{200/d \text{ [mm]}} = 1 + \sqrt{200/162} = 2.11$ je koeficient statične višine plošče ($k \le 2.0$), $f_{ck} = 30$ MPa je karakteristična tlačna trdnost betona, $k_1 = 0.1$, σ_{cp} je normalna napetost betona enaka 0, $v_{min} = 0.035k^{3/2}f_{ck}^{1/2} = 0.035 \cdot 2.0^{3/2} \cdot 30^{1/2} = 0.54222$ MPa in ρ_l je srednja stopnja armiranja plošče v območju širine stebra in po 3*d* na vsako stran (to območje je $b = c_1$ (ali c_2) + 6*d* = 0.4 + 6 \cdot 0.162 = 1.37 m), določena z izrazom:

$$\rho_l = \sqrt{\rho_{lx} \cdot \rho_{ly}} \le 0.02. \tag{19}$$

Po t. 9.4.1 (2) standarda SIST EN 1992-1-1:2005 je treba (v kolikor se v mejnih stanjih uporabnosti ne izvedejo natančnejši izračuni) na vsako stran stebra na širini, ki je enaka vsoti 0,125-kratnih stebru priležnih širin plošče, namestiti zgornjo armaturo s prerezom $0,5A_t$. A_t je prerez upogibne armature, ki je potreben za prevzem celotne vsote negativnih upogibnih momentov, ki pripadata polovičnima širinama stebru priležnih plošče:

 $A_{t,x} = 39,861 + 2 \cdot 4,25 = 48,361 \text{ cm}^2$ in $A_{t,y} = 45,743 + 2 \cdot 4,773 = 55,289 \text{ cm}^2$ (za ploščine upogibnih armatur glej sliki 5.9 in 5.11). Na slikah 5.8 in 5.10 so prikazane potrebne širine trakov za določitev omenjenih upogibnih armatur $A_{t,x}$ in $A_{t,y}$.

0,125-kratna stebru priležna širina plošče je $0,125 \cdot L = 0,125 \cdot 6 = 0,75$ m. Armaturo s prerezom $0,5A_t$ namestimo na širini $2 \cdot 0,75 = 1,5$ m. Ploščina upogibne armature v območju širine stebra in po 3*d* na vsako stran je tako: $0,5A_{t,x} \cdot \frac{1,37}{1,5} = 0,5A_{t,x} \cdot 0,913$.

Stopnji armiranja plošče v območju širine stebra in po 3*d* na vsako stran sta: $\rho_{lx} = \frac{0.5A_{t,x} \cdot 0.913}{b \cdot d_x} = \frac{0.5 \cdot 48,361 \cdot 0.913}{137 \cdot 17,1} = 0,0094237 \text{ in } \rho_{ly} = \frac{0.5A_{t,y} \cdot 0.913}{b \cdot d_y} = \frac{0.5 \cdot 55,289 \cdot 0.913}{137 \cdot 15,3} = 0,0120411.$ Srednja stopnja armiranja plošče v območju širine stebra in po 3*d* na vsako stran je po izrazu (19): $\rho_l = \sqrt{\rho_{lx} \cdot \rho_{ly}} = \sqrt{0,0094237 \cdot 0,0120411} = \boxed{0,0106523} \le 0,02.$



Slika 5.8 Trak nad stebri s širino 3 m in traka med stebri s širino 1,5 m v smeri globalne osi X



Slika 5.9 Vzdolžna armatura v smeri globalne osi *X* za trak nad stebri s širino 3 m in traka med stebri s širino 1,5 m, ki so prikazani na sliki 5.8 (ploščina armature je v cm² na širino traka)



Slika 5.10 Trak nad stebri s širino 3 m in traka med stebri s širino 1,5 m v smeri globalne osi Y





Prebojna strižna odpornost plošče $v_{Rd,c}$ je tako po izrazu (18):

$$v_{Rd,c} = 0.12 \cdot 2.0(100 \cdot 0.0106523 \cdot 30)^{1/3} + 0.1 \cdot 0 \ge (0.54222 + 0.1 \cdot 0)$$

 $v_{Rd,c} = 0.076161 \text{ kN/cm}^2 \ge 0.054222 \text{ kN/cm}^2.$

Količnik preboja ρ za notranji steber je:

$$\rho = \frac{\nu_{Ed}}{\nu_{Rd,c}} = \frac{0,114813}{0,076161} = 1,51.$$

Ob obodu stebra projektna strižna napetost v_{Ed} ne sme biti večja od projektne prebojne Preveriti strižne odpornosti betona je potrebno $v_{Rd,max}$. pogoj (8): $v_{Ed} = \beta \frac{V_{Ed}}{u_0 \cdot d} \le v_{Rd,max} = 0.5 v f_{cd}$, pri katerem je $u_0 = 2 \cdot c_1 + 2 \cdot c_2 = 2 \cdot 40 + 2 \cdot 40 = 160$ cm kontrolni obseg ob obodu stebra. Redukcijski faktor strižne nosilnosti betona je $\nu = 0.6 \left(1 - \frac{f_{ck}}{250} \right) = 0.6 \left(1 - \frac{30}{250} \right) = 0.528,$ projektna tlačna trdost betona pa: $f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{3}{1.5} = 2 \text{ kN/cm}^2.$

Preverimo pogoj (8):

$$1\frac{676,25}{160\cdot 16,2} \le 0,5\cdot 0,528\cdot 2$$
$$0,261 \text{ kN/cm}^2 \le 0,528 \text{ kN/cm}^2.$$

Pogoj (8) je izpolnjen.

Projektna vrednost strižne napetosti v_{Ed} preseže projektno vrednost prebojne strižne odpornosti plošče $v_{Rd,c}$:

$$v_{Ed} = 0,114813 \text{ kN/cm}^2 > v_{Rd,c} = 0,076161 \text{ kN/cm}^2.$$

Za prevzem strižnih obremenitev je potrebno določiti še strižno armaturo proti preboju.

Izberemo navpična stremena ($\alpha = 90^{\circ}$ in tako $\sin \alpha = 1$). Učinkovita projektna trdnost strižne armature proti preboju je $f_{ywd,ef} = 250 + 0.25 \cdot d = 250 + 0.25 \cdot 162 = \boxed{290.5 \text{ MPa}} \le f_{ywd} = 434.8 \text{ MPa}.$

Določimo potrebno ploščino prečnega prereza enega obsega strižne armature okoli stebra s pomočjo izraza (11):

$$\frac{A_{sw}}{s_r} = \frac{(1,14813 - 0,75 \cdot 0,76161) \cdot 3636}{1,5 \cdot 290,5 \cdot 1} = 4,8 \text{ mm}^2/\text{mm} = 0,48 \text{ cm}^2/\text{cm}.$$

Postavitev strižne armature izberemo za dodatni kontrolni obseg u_{out} (glej sliko 4.11), ki ga določimo z izrazom (7):

$$u_{out} = \beta \frac{V_{Ed}}{v_{Rd,c}d} = 1 \cdot \frac{676,25}{0,076161 \cdot 16,2} = 548,1 \text{ cm}.$$

Polmer očrtane krožnice dodatnega kontrolnega obsega je $r_{out} = \frac{u_{out}}{2\pi} = \frac{548,1}{2\cdot3,14} = 87,2$ cm.

Razdalja med zunanjim kontrolnim obsegom u_z , ki še zahteva strižno armaturo in dodatnim kontrolnim obsegom u_{out} , mora biti manjša ali enaka od 1,5*d* (sliki 4.10 in 4.11). Polmer do zunanjega kontrolnega obsega, ki še zahteva strižno armaturo je tako $r_z = r_{out} - 1,5d = 87,2 - 1,5 \cdot 16,2 = 62,9 \text{ cm}$, ter zunanji kontrolni obseg, ki še zahteva strižno armaturo $u_z = 2c_1 + 2c_2 + 2\pi \cdot l_s = 2 \cdot 40 + 2 \cdot 40 + 2\pi \cdot 42,9 = 429,5 \text{ cm}$, pri čemer je $l_s = r_z - \frac{c_1 \operatorname{ali} c_2}{2} = 62,9 - \frac{40}{2} = 42,9 \text{ cm}.$

Največja oddaljenost med kraki stremen po zunanjem kontrolnem obsegu u_z , ki še zahteva strižno armaturo, je lahko 2*d* (slika 4.11). Najmanjše možno število stremen v enem obsegu strižne armature okoli stebra je:

$$n_z \cong \frac{u_z}{2d} = \frac{429,5}{2 \cdot 16,2} = 13,3 \rightarrow n_z = 14.$$

Največja oddaljenost med kraki stremen znotraj osnovnega kontrolnega obsega u_1 je lahko 1,5*d*. Najmanjše možno število stremen v enem obsegu strižne armature okoli stebra je:

$$n_1 \cong \frac{u_1}{1,5d} = \frac{363,6}{1,5 \cdot 16,2} = 14,96 \rightarrow n_1 = 15.$$

Možno število stremen v enem obsegu strižne armature okoli stebra je $n = \max(n_z, n_1) = \max(14, 15) = 15$. Zaradi izvedbe postavitve stremen izberemo parno število stremen n = 16.

Preverimo pogoj iz slike 4.10, da mora biti radialna razdalja med obsegi strižne armature manjša ali enaka 0,75*d*:

$$s_r \le 0.75d$$
 (20)
 $s_r \le 0.75 \cdot 16.2$
 $s_r \le 12.15$ cm.

Izberemo radialno razdaljo med obsegi strižne armature $s_r = 12 \text{ cm}$. Določimo ploščino enega obsega strižne armature okoli stebra s pomočjo izraza (11):

$$\frac{A_{sw}}{s_r} = 0.48 \text{ cm}^2 / \text{cm}$$
$$A_{sw} = 0.48 \cdot s_r = 0.48 \cdot 12 = 5.76 \text{ cm}^2.$$

Potrebna ploščina enega stremena je $A_{sw,1} = \frac{A_{sw}}{n} = \frac{5.76}{16} = 0.36 \text{ cm}^2$. Izberemo armaturne palice $\phi = 8 \text{ mm}$ (ploščina prereza enega stremena je $A_{sw,1} = 0.5 \text{ cm}^2$). Dejanska ploščina prečnega prereza enega obsega strižne armature okoli stebra je:

$$A_{sw} = n \cdot A_{sw,min} = 16 \cdot 0.5 \text{ cm}^2 = 8 \text{ cm}^2.$$
 (21)

Oddaljenost najbližje strižne armature, ki je upoštevana v računu nosilnosti, od roba podpore oziroma obremenjene ploskve A_{load} mora biti večja od $0,3d = 0,3 \cdot 16,2 = 4,9$ cm (glej sliko 4.10) ter manjša od $\frac{d}{2} = \frac{16,2}{2} = 8,1$ cm. Izberemo oddaljenost najbližje strižne armature od roba stebra 5 cm. Minimalna razdalja, na kateri mora biti razporejena strižna armatura, je v temu primeru $l_s - 5 = 42,9 - 5 = 37,9$ cm. Število obsegov strižne armature okoli stebra je:

$$n_o = \frac{37.9}{s_r} + 1 = \frac{37.9}{12} + 1 = 4.2 \rightarrow n_o = 5.$$

Dejanska razdalja l_s je: $l_{s,d} = 5 + (n_o - 1) \cdot s_r = 5 + (5 - 1) \cdot 12 = 53$ cm. Dejanski zunanji kontrolni obseg je $u_{z,d} = 2c_1 + 2c_2 + 2\pi \cdot l_{s,d} = 2 \cdot 40 + 2 \cdot 40 + 2\pi \cdot 53 = 493,0$ cm. Razdalja med strižnimi stremeni v tangencialni smeri je: $s_t = \frac{u_{z,d}}{n} = \frac{493}{16} = 30,8$ cm.

Kadar je za zagotavljanje varnosti proti preboju potrebna strižna armatura, je potrebni prerez enega kraka stremena $A_{sw,min}$ določen s pogojem:

$$A_{sw,min} \ge 0.08 \cdot \frac{\sqrt{f_{ck}}}{f_{yk}} \cdot \frac{s_r \cdot s_t}{1.5 \cdot \sin \alpha + \cos \alpha}$$

$$A_{sw,min} \ge 0.08 \cdot \frac{\sqrt{30}}{500} \cdot \frac{12 \cdot 30.8}{1.5 \cdot 1 + 0}$$

$$A_{sw,min} \ge 0.22 \text{ cm}^2.$$

$$(22)$$

Ploščina prereza enega stremena $(A_{sw,1} = 0.5 \text{ cm}^2)$ je tako zadostna, saj je pogoj (22) izpolnjen.

Slika 5.12 prikazuje tloris notranjega stebra s potrebno strižno armaturo proti preboju plošče. Stremena so razporejena po obsegih, ki sledijo obliki osnovnega kontrolnega obsega u_1 , ki je drugačne oblike kot dodatni kontrolni obseg u_{out} . Stremena so oddaljena 14,2 cm ali manj od dodatnega kontrolnega obsega u_{out} . Standard SIST EN 1992-1-1:2005 zahteva, da je oddaljenost stremen od dodatnega kontrolnega obsega $1,5d = 1,5 \cdot 16,2 = 24,3$ cm ali manj. Z »našo« postavitvijo stremen smo na varni strani, saj s stremeni armiramo tudi območje plošče, kjer ni več potrebna strižna armatura za prevzem obremenitev (strižne napetosti se zmanjšujejo sorazmerno z oddaljenostjo stran stebra).



Slika 5.12 Tloris notranjega stebra s stremensko armaturo proti preboju plošče (enote dimenzij so cm)

5.3.2 Analiza notranjega stebra s programom SAFE po EN 1992-1-1:2004

SAFE izračuna količnik preboja $\rho = \frac{v_{Ed}}{v_{Rd,c}} = \frac{0,113218}{0,059677} = 1,90$ (Punching Shear Ratio), kot vidimo na sliki 5.13. Opazimo, da pride do razlike v vrednosti količnika preboja med »peš« računom in analizo s SAFE, prav tako pa se razlikujejo tudi vrednosti projektne strižne napetosti v_{Ed} in vrednosti projektne prebojne strižne odpornosti plošče $v_{Rd,c}$.



Slika 5.13 Rezultati analize preboja notranjega stebra, ki jih poda program SAFE

Po Example Eurocode 2-04 RC-PN-001 (2013) vrednost projektne strižne napetosti v_{Ed} SAFE določi po izrazu:

$$\nu_{Ed} = \frac{V_{Ed}}{u_1 \cdot d} \left[1 + \frac{k_2 \cdot M_{Ed,2} \cdot u_1}{V_{Ed} \cdot W_{1,2}} + \frac{k_3 \cdot M_{Ed,3} \cdot u_1}{V_{Ed} \cdot W_{1,3}} \right].$$
(23)

Glede na uporabljene vrednosti na sliki 5.13 lahko preverimo izraz (23):

$$\nu_{Ed} = \frac{666,65}{363,468 \cdot 16,2} \left[1 + \frac{4,672 \cdot 10^{-11} \cdot 100 \cdot 363,468}{666,65 \cdot 13253,8} + \frac{3,932 \cdot 10^{-11} \cdot 100 \cdot 363,468}{666,65 \cdot 13253,8} \right] = 0,113218 \text{ kN/cm}^2.$$

Vidimo, da se izračunana vrednost projektne strižne napetosti v_{Ed} z izrazom (23) ujema z vrednostjo projektne strižne napetosti, ki jo izračuna SAFE (glej sliko 5.13).

Izraza sta enaka za izračun vrednosti projektne strižne napetosti v_{Ed} za »peš« račun in račun SAFE-a. Razlikujeta se upoštevani vrednosti v izrazih prikazani v preglednici 5.3.

Preglednica 5.3 Primerjava upoštevanih vrednosti v računu vrednosti projektne strižne napetosti v_{Ed} med »peš« računom in računom SAFE-a

	»Peš« račun	SAFE
V_{Ed}	676,25 kN	666,65 kN
W	$W_1 = 13262,54 \text{ cm}^2$	$W_{22} = 13253,8 \text{ cm}^2$ $W_{33} = 13253,8 \text{ cm}^2$

Upoštevana vrednost W količine, ki ustreza razporeditvi strižnih napetosti, se malo razlikuje med »peš« računom in računom SAFE-a (preglednica 5.3). Bistvena razlika je pri vrednosti reakcije notranjega stebra V_{Ed} .

SAFE po Reinforced Concrete Design Manual (2010) za izračun projektne vrednosti prebojne strižne odpornosti plošče $v_{Rd,c}$ uporabi izraz (18). Izraz je isti, kot smo ga uporabili pri »peš« računu, vendar se izračunane vrednosti razlikujejo. SAFE po Example Eurocode 2-04 RC-PN-001 (2013) določi stopnjo armiranja za trak nad stebri, ki je na vsako stran stebra polovične širine stebru priležne plošče. Trakova nad stebri upoštevana pri računu preboja oziroma pri določitvi srednje stopnje armiranja programa SAFE sta prikazana na sliki 5.14. Za trak nad stebri A (širine 6 m, v smeri globalne osi X) SAFE določi ploščino upogibne armature (glej sliko 5.15): $A_{t,x} = 46,788 \text{ cm}^2$. Za trak nad stebri B (širine 6 m, v smeri globalne osi Y) SAFE določi ploščino upogibne armature: $A_{t,y} = 53,03 \text{ cm}^2$. Po Example Eurocode 2-04 RC-PN-001 (2013) SAFE izračuna stopnji armiranja: $\rho_{l,x} = \frac{A_{t,x}}{b \cdot d} = \frac{46,788}{600 \cdot 16,2} = 0,0048136$ in $\rho_{l,y} = \frac{A_{t,y}}{b \cdot d} = \frac{53,03}{600 \cdot 16,2} = 0,0054558.$ Srednja stopnja armiranja je: $\rho_l = \sqrt{\rho_{l,x} \cdot \rho_{l,y}} = \sqrt{0,0048136 \cdot 0,0054558} = \boxed{0,0051246} \le 0,02$. Prebojna strižna odpornost plošče $v_{Rd,c}$ pa je po izrazu (18):

$$\nu_{Rd,c} = C_{Rd,c} k (100\rho_l f_{ck})^{1/3} + k_1 \sigma_{cp} \ge \left(\nu_{min} + k_1 \sigma_{cp}\right)$$

$$v_{Rd,c} = 0.12 \cdot 2.0(100 \cdot 0.0051246 \cdot 30)^{\frac{1}{3}} + 0.1 \cdot 0 \ge (0.54222 + 0.1 \cdot 0)^{\frac{1}{3}}$$

$$v_{Rd,c} = 0.059677 \text{ kN/cm}^2 \ge 0.054222 \text{ kN/cm}^2.$$

Vidimo, da se izračunana vrednost prebojne strižne odpornosti plošče (z izrazom (18)) ujema z vrednostjo prebojne strižne odpornosti plošče, ki jo izračuna SAFE (glej sliko 5.13). SAFE določi srednjo stopnjo armiranja za trakova nad stebri, ki sta na vsako stran stebra polovične širine stebru priležne plošče. To ni v skladu s t. 9.4.1 (2) standardov EN 1992-1-1:2004 in SIST EN 1992-1-1:2005. Poleg tega upošteva pri računu srednje stopnje armiranja statično višino plošče v smereh globalnih osi *X* in *Y* kar *d* (namesto d_x in d_y).



Slika 5.14 Trak nad stebri A v smeri globalne osi *X* in trak nad stebri B v smeri globalne osi *Y*. Oba trakova nad stebri sta široka 6 m



Slika 5.15 Vzdolžna armatura za traka nad stebri A in B, ki sta prikazana na sliki 5.14

SAFE avtomatsko določi potrebno strižno armaturo proti preboju. V programu je potrebno za izračun prebojne strižne armature predhodno definirati (glej sliko 5.16): način armiranja (stremenska armatura ali mozniki), razporeditev armature (radialno ali ortogonalno), napetost tečenja jekla za armaturo, premer armature in razmak armature. Izberemo stremena z napetostjo tečenja $f_y = 50 \text{ kN/cm}^2$, premer armature 8 mm in razdaljo med stremeni 12 cm

(slika 5.16). Postavitev armature s takšnimi parametri bi morala biti enaka kot pri »peš« računu.

Slika 5.17 prikazuje rezultate za strižno armaturo proti preboju za notranji in robni steber. Na sliki 5.18 so prikazani rezultati za armaturo proti preboju, ki jih poda SAFE za notranji steber. Na sliki 5.19 so prikazane tipične razporeditve armature, ki jih določi SAFE. SAFE po Post-Tensioned Concrete Design Manual (2012) zahteva, da je razdalja s_0 prvega stremena od roba stebra znotraj vrednosti $0,3d \le s_0 \le 2d$, kar ni v skladu s t. 9.4.3 (4) standardov EN 1992-1-1:2004 in SIST EN 1992-1-1:2005. Največja oddaljenost prvega stremena od roba stebra je lahko 0,5d. Opazimo tudi, da razporeditve armature niso skladne z razporeditvami armature, ki jih podajata standarda EN 1992-1-1:2004 in SIST EN 1992-1-1:2005 (glej sliko 4.11).

Iz podatkov SAFE-a, ki predstavljata končni rezultat računa za potrebno prebojno strižno armaturo, to je število obsegov armature okoli stebra in število armaturnih palic v enem kraku (označeno na sliki 5.18), lahko določimo ploščino prebojne strižne armature za notranji steber: $A_{sw} = A_{sw,1} \cdot 19 \cdot 13 = 0.5 \cdot 19 \cdot 13 = 123.5 \text{ cm}^2$.

Reinforcement Allowed	Rebar Ties	5	•
Reinforcement Pattern	Radial		•
Reinforcement Fy		50	kN/cm2
Reinforcement Diameter		0,8	cm
Reinforcement Spacing		12	cm

Slika 5.16 Izbrano armiranje s stremensko armaturo ter radialna razporeditev strižne armature za notranji steber



Slika 5.17 Rezultati za armaturo proti preboju, ki jih poda SAFE za notranji in robni steber

Punching Reinforcement Design
Rebar Yield Strength = 50 kN/cm2
Rebar Diameter = 0,8 cm
Number of Rebar Sets = 19
Number of Single Leg Stirrups per Set = 13
Typical Rebar Spacing = 12 cm





Slika 5.19 Tipična razporeditev strižnih moznikov proti preboju za program SAFE (Post-Tensioned Concrete Design Manual, 2012: str. 228)

5.3.3 »Peš« račun preboja robnega stebra po SIST EN 1992-1-1:2005

Osnovni kontrolni obseg u_1 za robni steber je na oddaljenosti 2,0*d* od roba stebra in ga izračunamo kot:

$$u_1 = 2c_1 + c_2 + \pi(2d) =$$
(24)
= 2 \cdot 40 + 40 + \pi(2 \cdot 16,2) =
= 221,79 cm.



Slika 5.20 Osnovni kontrolni obseg u_1 za robni steber (prirejeno po SIST EN 1992-1-1, 2005, str. 101)

Pri priključkih robnih stebrov, kjer je ekscentričnost pravokotna na rob plošče (povzroča jo moment okoli osi, ki je vzporedna robu plošče) v smeri notranjosti in ni ekscentričnosti vzporedno z robom plošče, se strižna sila zaradi preboja lahko upošteva kot enakomerno razporejena vzdolž zmanjšanega kontrolnega obsega u_{1^*} :

$$u_{1^*} = \min \left\{ \begin{array}{l} 0.5c_1 + 0.5c_1 + c_2 + \pi(2d) \\ 1.5d + 1.5d + c_2 + \pi(2d) \end{array} \right\} =$$

= min $\left\{ \begin{array}{l} 0.5 \cdot 40 + 0.5 \cdot 40 + 40 + \pi(2 \cdot 16,2) \\ 1.5 \cdot 16.2 + 1.5 \cdot 16.2 + 40 + \pi(2 \cdot 16,2) \end{array} \right\} =$
= min $\left\{ \begin{array}{l} 181.79 \\ 190.39 \end{array} \right\} = 181.79$ cm.



Slika 5.21 Zmanjšani kontrolni obseg u_{1^*} za robni steber (prirejeno po SIST EN 1992-1-1, 2005, str. 105)

V primeru ekscentričnosti v obeh med seboj pravokotnih smereh se β lahko določi z izrazom:

(25)

$$\beta = \frac{u_1}{u_{1^*}} + k \frac{u_1}{W_1} e_{par},$$
(26)

pri katerem je k = 0.45 je koeficient, ki je odvisen od razmerja med dimenzijama $\frac{c_1}{2c_2} = \frac{40}{2\cdot40} = 0.5$ (glej preglednico 6.1, t. 6.4.3. (3), SIST EN 1992-1-1:2005), $e_{par} = 0$ je ekscentričnost vzporedna z robom plošče, ki jo povzroča moment okoli osi, pravokotne na rob plošče in W_1 je količina, ki ustreza razporeditvi strižnih napetosti (glej t. 6.4.3. (4), SIST EN 1992-1-1:2005), določena z izrazom:

$$W_{1} = \frac{c_{2}^{2}}{4} + c_{1}c_{2} + 4c_{1}d + 8d^{2} + 2\pi dc_{2}$$

$$W_{1} = \frac{40^{2}}{4} + 40 \cdot 40 + 4 \cdot 40 \cdot 16, 2 + 8 \cdot 16, 2^{2} + 2\pi \cdot 16, 2 \cdot 40 = 10763, 02 \text{ cm}^{2},$$
(27)

pri katerem je c_1 dimenzija stebra, ki je vzporedna ekscentričnosti obremenitve in c_2 dimenzija stebra, ki je pravokotna na ekscentričnost obremenitve.

Torej je β po izrazu (26):

$$\beta = \frac{221,79}{181,79} + 0,45 \cdot \frac{221,79}{10763,02} \cdot 0 = 1,22.$$

OPOMBA: Kot že omenjeno, je pri realni plošči malo verjetna situacija, da je ekscentričnost (*e*) reakcije v podpori 0. V našem primeru je zaradi izbrane enakomerno porazdeljene obtežbe po celotni plošči in simetrične geometrije plošče ekscentričnost enaka 0. Konstruktivno bi bilo upoštevati koeficient β vsaj 1,4, vendar zaradi primerjave s programom SAFE vzamemo izračunano vrednost $\beta = 1,22$.

Reakcija robnega stebra je $V_{Ed} = 277,88$ kN (glej sliko 5.5).

Projektno vrednost strižne napetosti v_{Ed} na osnovnem kontrolnem prerezu, ki sledi osnovnemu kontrolnemu obsegu u_1 , določimo z izrazom (15):

$$v_{Ed} = 1,22 \cdot \frac{277,88}{221,79 \cdot 16,2} = 0,094354 \text{ kN/cm}^2.$$

Prerez upogibne armature potreben za prevzem celotne vsote negativnih upogibnih momentov, ki pripadata polovičnima širinama stebru priležnih plošč, je: $A_{t,x} = 18,545 + 2 \cdot 0,372 = 19,289 \text{ cm}^2$ (glej sliko 5.9) in $A_{t,y} = 17,368 + 3,328 = 20,696 \text{ cm}^2$ (glej sliko 5.23).

Območje širine stebra in 3*d* na vsako stran je: $b = c_2 + 6d = 0,4 + 6 \cdot 0,162 = 1,37 \text{ m v}$ smeri globalne osi *X* in $b = c_1 + 3d = 0,4 + 3 \cdot 0,162 = 0,886 \text{ m v}$ smeri globalne osi *Y*. 0,125-kratna stebru priležna širina plošče je 0,125 · *L* = 0,125 · 6 = 0,75 m. Armaturo s prerezom 0,5*A*_t tako namestimo na širini 2 · 0,75 = 1,5 m v smeri globalne osi *X* in 0,2 + 0,75 = 0,95 m v smeri globalne osi *Y*. Ploščina upogibne armature v območju širine stebra in po 3*d* na vsako stran je: 0,5*A*_{t,x} · $\frac{1,37}{1,5} = 0,5A_{t,x} \cdot 0,913$ v smeri globalne osi *X* in 0,5*A*_{t,x} · $\frac{0,886}{0,95} = 0,5A_{t,x} \cdot 0,933$ v smeri globalne osi *Y*.

Stopnji armiranja plošče v območju širine stebra in po 3*d* na vsako stran sta: $\rho_{lx} = \frac{0.5A_{t,x} \cdot 0.913}{b \cdot d_x} = \frac{0.5 \cdot 19.289 \cdot 0.913}{137 \cdot 17.1} = 0,0037587 \text{ in } \rho_{ly} = \frac{0.5A_{t,y} \cdot 0.933}{b \cdot d_y} = \frac{0.5 \cdot 20.696 \cdot 0.933}{88.6 \cdot 15.3} = 0,0071222.$ Srednja stopnja armiranja plošče v območju širine stebra in po 3*d* na vsako stran je po izrazu (19): $\rho_l = \sqrt{\rho_{lx} \cdot \rho_{ly}} = \sqrt{0.0037587 \cdot 0.0071222} = \boxed{0.0051740} \le 0.02.$



Slika 5.22 Trak nad stebri s širino 1,7 m in trak med stebri s širino 1,5 m v smeri globalne osi Y



Slika 5.23 Vzdolžna armatura v smeri globalne osi *Y* za trak nad stebri s širino 1,7 m in trak med stebri s širino 1,5 m, ki sta prikazana na sliki 5.22 (ploščina armature je v cm^2 na širino traka)

Projektno vrednost prebojne strižne odpornosti plošče določimo z izrazom (18):

$$v_{Rd,c} = 0.12 \cdot 2.0(100 \cdot 0.0051740 \cdot 30)^{1/3} + 0.1 \cdot 0 \ge (0.54222 + 0.1 \cdot 0)$$

 $v_{Rd,c} = 0.059868 \text{ kN/cm}^2 \ge 0.054222 \text{ kN/cm}^2,$

pri katerem je $C_{Rd,c} = \frac{0.18}{\gamma_c} = \frac{0.18}{1.5} = 0.12$, $k = 1 + \sqrt{200/d \text{ [mm]}} = 1 + \sqrt{200/162} = 2.11$ je koeficient statične višine plošče ($k \le 2.0$), $f_{ck} = 30$ MPa je karakteristična tlačna trdnost betona, $k_1 = 0.1$, σ_{cp} je normalna napetost betona enaka 0, $v_{min} = 0.035 k^{3/2} f_{ck}^{1/2} = 0.035 \cdot 2.0^{3/2} \cdot 30^{1/2} = 0.542222$ MPa.

Količnik preboja ρ za robni steber je:

$$\rho = \frac{\nu_{Ed}}{\nu_{Rd,c}} = \frac{0.094354}{0.059868} = 1.58.$$

Ob obodu stebra projektna strižna napetost v_{Ed} ne sme biti večja od projektne prebojne strižne odpornosti betona $v_{Rd,max}$ (preverimo pogoj (8)). Kontrolni obseg ob obodu stebra je (za izraz glej poglavje 4.2.2):

$$u_0 = c_2 + 3d \le c_2 + 2c_1$$

 $u_0 = 40 + 3 \cdot 16, 2 \le 40 + 2 \cdot 40$ $u_0 = \boxed{88,6 \text{ cm}} \le 120 \text{ cm}.$

Upoštevamo kontrolni obseg ob obodu stebra $u_0 = 88,6$ cm.

Preverimo pogoj (8) za dokaz prebojne strižne odpornosti betona:

$$1,22\frac{277,88}{88,6\cdot 16,2} \le 0,5\cdot 0,528\cdot 2$$

$$0,236 \text{ kN/cm}^2 \le 0,528 \text{ kN/cm}^2$$
.

Pogoj (8) je izpolnjen.

Projektna vrednost strižne napetosti v_{Ed} preseže projektno vrednost prebojne strižne odpornosti plošče $v_{Rd,c}$:

$$v_{Ed} = 0,094354 \text{ kN/cm}^2 > v_{Rd,c} = 0,059868 \text{ kN/cm}^2.$$

Za prevzem strižnih obremenitev je potrebno določiti še strižno armaturo proti preboju.

Izberemo navpična stremena ($\alpha = 90^{\circ}$ in tako $\sin \alpha = 1$). Učinkovita projektna trdnost strižne armature proti preboju je $f_{ywd,ef} = 250 + 0.25 \cdot d = 250 + 0.25 \cdot 162 = 290.5 \text{ MPa} \leq f_{ywd} = 434.8 \text{ MPa}.$

Določimo potrebno ploščino prečnega prereza enega obsega strižne armature okoli stebra s pomočjo izraza (11):

$$\frac{A_{sw}}{s_r} = \frac{(0.94354 - 0.75 \cdot 0.59868) \cdot 2218}{1.5 \cdot 290.5 \cdot 1} = 2.5 \text{ mm}^2/\text{mm} = 0.25 \text{ cm}^2/\text{cm}.$$

Postavitev strižne armature izberemo za dodatni kontrolni obseg u_{out} (glej sliko 4.11), ki ga določimo z izrazom (7):

$$u_{out} = \beta \frac{V_{Ed}}{v_{Rd,c}d} = 1,22 \cdot \frac{277,88}{0,059868 \cdot 16,2} = 349,5 \text{ cm}.$$

V temu primeru dodatni kontrolni obseg predstavlja polkrog, saj obravnavamo robni steber. Polmer očrtane krožnice dodatnega kontrolnega obsega je $r_{out} = \frac{2 \cdot u_{out}}{2\pi} = \frac{2 \cdot 349,5}{2 \cdot 3,14} = 111,3$ cm.

Razdalja med zunanjim kontrolnim obsegom u_z , ki še zahteva strižno armaturo in dodatnim kontrolnim obsegom u_{out} , mora biti manjša ali enaka od 1,5d (sliki 4.10 in 4.11). Polmer do zunanjega kontrolnega obsega, ki še zahteva strižno armaturo je tako $r_z = r_{out} - 1,5d = 111,3 - 1,5 \cdot 16,2 = 87$ cm ter zunanji kontrolni obseg, ki še zahteva strižno

armaturo
$$u_z = 2c_1 + c_2 + \frac{2\pi \cdot l_s}{2} = 2 \cdot 40 + 40 + \frac{2\pi \cdot 67}{2} = 330,5 \text{ cm}, \text{ pri}$$
 čemer je $l_s = r_z - \frac{c_1 \operatorname{ali} c_2}{2} = 87 - \frac{40}{2} = 67 \text{ cm}.$

Največja oddaljenost med kraki stremen zunanjega kontrolnega obsega u_z , ki še zahteva strižno armaturo je lahko 2*d* (slika 4.11). Najmanjše možno število stremen v enem obsegu strižne armature okoli stebra je:

$$n_z \cong \frac{u_z}{2d} = \frac{330,5}{2 \cdot 16,2} = 10,2 \rightarrow n_z = 11.$$

Največja oddaljenost med kraki stremen znotraj osnovnega kontrolnega obsega u_1 je lahko 1,5*d*. Najmanjše možno število stremen v enem obsegu strižne armature okoli stebra je:

$$n_1 \cong \frac{u_1}{1,5d} = \frac{221,8}{1,5 \cdot 16,2} = 9,1 \rightarrow n_1 = 10.$$

Možno število stremen v enem obsegu strižne armature okoli stebra je $n = \max(n_z, n_1) = \max(11, 10) = 11$. Zaradi izvedbe postavitve stremen izberemo parno število stremen n = 12.

Zaradi pogoja (20) mora biti radialna razdalja med obsegi strižne armature manjša ali enaka 0.75d = 12.15 cm. Izberemo radialno razdaljo med obsegi strižne armature $s_r = 12$ cm.

Določimo ploščino enega obsega strižne armature okoli stebra s pomočjo izraza (11):

$$\frac{A_{sw}}{s_r} = 0.25 \text{ cm}^2 / \text{cm}$$
$$A_{sw} = 0.25 \cdot s_r = 0.25 \cdot 12 = 3 \text{ cm}^2.$$

Potrebna ploščina enega stremena je $A_{sw,1} = \frac{A_{sw}}{n} = \frac{3}{12} = 0,25 \text{ cm}^2$. Izberemo armaturne palice $\phi = 6 \text{ mm}$ (ploščina prereza enega stremena je $A_{sw,1} = 0,28 \text{ cm}^2$). Dejanska ploščina prečnega prereza enega obsega strižne armature okoli stebra je:

$$A_{sw} = n \cdot A_{sw,min} = 12 \cdot 0.28 \text{ cm}^2 = 3.36 \text{ cm}^2.$$
 (28)

Oddaljenost najbližje strižne armature, ki je upoštevana v računu nosilnosti od roba podpore oziroma obremenjene ploskve A_{load} , mora biti večja od $0,3d = 0,3 \cdot 16,2 = 4,9$ cm (slika 4.10) ter manjša od $\frac{d}{2} = \frac{16,2}{2} = 8,1$ cm. Izberemo oddaljenost najbližje strižne armature od roba stebra 5 cm. Minimalna razdalja, na kateri mora biti razporejena strižna armatura, je v temu primeru $l_s - 5 = 67 - 5 = 62$ cm. Število obsegov strižne armature okoli stebra je:

$$n_o = \frac{62}{s_r} + 1 = \frac{62}{12} + 1 = 6,2 \rightarrow n_o = 7.$$

Dejanska razdalja l_s je: $l_{s,d} = 5 + (n_o - 1) \cdot s_r = 5 + (7 - 1) \cdot 12 = 77$ cm. Dejanski zunanji kontrolni obseg je $u_{z,d} = 2c_1 + c_2 + \frac{2\pi \cdot l_{s,d}}{2} = 2 \cdot 40 + 40 + \frac{2\pi \cdot 77}{2} = 361,9$ cm. Razdalja med strižnimi stremeni v tangencialni smeri je: $s_t = \frac{u_{z,d}}{n} = \frac{361,9}{12} = 30,2$ cm.

Kadar je za zagotavljanje varnosti proti preboju potrebna strižna armatura, je potrebni prerez enega kraka stremena $A_{sw,min}$ določen s pogojem (22):

$$A_{sw,min} \ge 0.08 \cdot \frac{\sqrt{30}}{500} \cdot \frac{12 \cdot 30.2}{1.5 \cdot 1 + 0}$$

$$A_{sw,min} \ge 0,21 \text{ cm}^2.$$

Ploščina prereza enega stremena $(A_{sw,1} = 0.28 \text{ cm}^2)$ je tako zadostna, saj je pogoj (22) izpolnjen.

Slika 5.24 prikazuje tloris robnega stebra s potrebno strižno armaturo proti preboju plošče. Tudi tukaj so stremena razporejena po obsegih, ki sledijo obliki osnovnega kontrolnega obsega u_1 , ki je drugačne oblike kot dodatni kontrolni obseg u_{out} . Nekatera stremena so oddaljena manj kot 1,5*d* od dodatnega kontrolnega obsega u_{out} . Kot smo že omenili, je to v skladu s standardom SIST EN 1992-1-1:2005. S tem smo tudi na varni strani, saj s stremeni armiramo območje plošče, kjer ni več potrebna strižna armatura za prevzem obremenitev (strižne napetosti se zmanjšujejo sorazmerno z oddaljenostjo stran od stebra).



Slika 5.24 Tloris robnega stebra s stremensko armaturo proti preboju plošče (enote dimenzij so cm)

5.3.4 Analiza robnega stebra s programom SAFE po EN 1992-1-1:2004

SAFE izračuna količnik preboja $\rho = \frac{v_{Ed}}{v_{Rd,c}} = \frac{0,122339}{0,054222} = 2,26$ (Punching Shear Ratio), kot vidimo na sliki 5.25. Opazimo, da pride do razlike v vrednosti količnika preboja ρ med »peš« računom in analizo s SAFE, prav tako pa se razlikujejo tudi vrednosti projektne strižne napetosti v_{Ed} in vrednosti projektne prebojne strižne odpornosti plošče $v_{Rd,c}$.





Kot že omenjeno (v poglavju 5.3.2) vrednost projektne strižne napetosti v_{Ed} SAFE določi po izrazu (23). Glede na uporabljene vrednosti na sliki 5.25 lahko preverimo izraz (23):

$$\nu_{Ed} = \frac{270,684}{221,754 \cdot 16,2} \left[1 + \frac{1,235 \cdot 10^{-9} \cdot 100 \cdot 221,754}{270,684 \cdot 8723,95} + \frac{35,2132 \cdot 100 \cdot 221,754}{270,684 \cdot 4625,74} \right] = 0,122339 \text{ kN/cm}^2$$

Vidimo, da se izračunana vrednost projektne strižne napetosti v_{Ed} z izrazom (23) ujema z vrednostjo projektne strižne napetosti, ki jo izračuna SAFE (glej sliko 5.25).

Med »peš« računom in računom SAFE-a se razlikujeta izraza za račun vrednosti projektne strižne napetosti v_{Ed} . Razlika je v računu koeficienta β . Pri »peš« računu smo koeficient β določili po izrazu (26): $\beta = \frac{u_1}{u_{1^*}} + k \frac{u_1}{W_1} e_{par}$ (po EN 1992-1-1:2004 in SIST EN 1992-1-1:2005 se ta izraz uporablja za robni steber, kjer je ekscentričnost pravokotna na rob plošče v smeri notranjosti in ni ekscentričnosti vzporedno z robom plošče. SAFE določi koeficient β kot: $\beta = 1 + \frac{k_2 \cdot M_{Ed,2} \cdot u_1}{V_{Ed} \cdot W_{1,2}} + \frac{k_3 \cdot M_{Ed,3} \cdot u_1}{V_{Ed} \cdot W_{1,3}}$ (glej izraz (23)) (po EN 1992-1-1:2004 in SIST EN 1992-11:2005 se ta izraz uporablja za robni steber, kadar ekscentričnosti pravokotno na rob plošče ni v smeri notranjosti).

Omeniti še velja razlike v upoštevanih vrednostih med »peš« računom in računom SAFE-a v izrazih za vrednost projektne strižne napetosti v_{Ed} . Te razlike v vrednostih so prikazane v preglednici 5.4.

Preglednica 5.4 Primerjava upoštevanih vrednosti v računu vrednosti projektne strižne napetosti v_{Ed} med »peš« računom in računom SAFE-a

	»Peš« račun	SAFE
V_{Ed}	277,88 kN	270,684 kN
W	$W_1 = 10763.02 \text{ cm}^2$	$W_{22} = 8723,95 \text{ cm}^2$
		$W_{33} = 4625,74 \text{ cm}^2$

Upoštevani vrednosti *W* količine, ki ustreza razporeditvi strižnih napetosti, se razlikujeta med »peš« računom in računom SAFE-a (preglednica 5.4). Bistvena razlika je tudi pri vrednosti reakcije robnega stebra V_{Ed} .

Kot že omenjeno SAFE po Reinforced Concrete Design Manual (2010) za izračun projektne vrednosti prebojne strižne odpornosti plošče $v_{Rd,c}$ uporabi izraz (18). Izraz je isti, kot smo ga uporabili pri »peš« računu, vendar se izračunane vrednosti razlikujejo. Trakova nad stebri upoštevana pri računu preboja oziroma pri določitvi srednje stopnje armiranja programa SAFE sta prikazana na sliki 5.26. Za trak nad stebri A (širine 6 m, v smeri globalne osi *X*) SAFE določi ploščino upogibne armature (glej sliko 5.27): $A_{t,x} = 18,643 \text{ cm}^2$. Za trak nad stebri B (širine 3,2 m, v smeri globalne osi *Y*) SAFE določi ploščino upogibne armature: $A_{t,y} = 20,11 \text{ cm}^2$. Po Example Eurocode 2-04 RC-PN-001 (2013) SAFE izračuna stopnji armiranja kot: $\rho_{l,x} = \frac{A_{t,x}}{b \cdot d} = \frac{18,643}{600 \cdot 16,2} = 0,0019180$ in $\rho_{l,y} = \frac{A_{t,y}}{b \cdot d} = \frac{20,11}{320 \cdot 16,2} = 0,0038792$. Srednja stopnja armiranja je: $\rho_l = \sqrt{\rho_{l,x} \cdot \rho_{l,y}} = \sqrt{0,0019180 \cdot 0,0038792} = \boxed{0,0027277} \le 0,02$. Prebojna strižna odpornost plošče $v_{Rd,c}$ je po izrazu (18):

$$\begin{aligned} \nu_{Rd,c} &= C_{Rd,c} k (100 \rho_l f_{ck})^{1/3} + k_1 \sigma_{cp} \ge \left(\nu_{min} + k_1 \sigma_{cp} \right) \\ \nu_{Rd,c} &= 0,12 \cdot 2,0 (100 \cdot 0,0027277 \cdot 30)^{\frac{1}{3}} + 0,1 \cdot 0 \ge (0,54222 + 0,1 \cdot 0) \\ \nu_{Rd,c} &= 0,048364 \text{ kN/cm}^2 \ge \boxed{0,054222 \text{ kN/cm}^2}. \end{aligned}$$

Vidimo, da se izračunana vrednost prebojne strižne odpornosti plošče (z izrazom (18)) ujema z vrednostjo prebojne strižne odpornosti plošče, ki jo izračuna SAFE (glej sliko 5.25).



Slika 5.26 Trak nad stebri A širine 6 m v smeri globalne osi *X* in trak nad stebri B širine 3,2 m v smeri globalne osi *Y*



Slika 5.27 Vzdolžna armatura za traka nad stebri A in B, ki sta prikazana na sliki 5.26

Za izračun prebojne strižne armature za robni steber izberemo parametre (slika 5.28): stremena z napetostjo tečenja $f_y = 50 \text{ kN/cm}^2$, premer armature 6 mm in razdaljo med stremeni 12 cm. Postavitev armature s takšnimi parametri bi tudi tukaj morala biti enaka kot pri »peš« računu. Rezultat za strižno armaturo proti preboju za robni steber je prikazan na sliki 5.17 (v poglavju 5.3.2) in sliki 5.29.

Iz podatkov SAFE-a, ki predstavljata končni rezultat računa za potrebno prebojno strižno armaturo, to je število obsegov armature okoli stebra in število armaturnih palic v enem kraku (označeno na sliki 5.29), lahko določimo ploščino prebojne strižne armature za robni steber: $A_{sw} = A_{sw,1} \cdot 24 \cdot 11 = 0.28 \cdot 24 \cdot 11 = 73.9 \text{ cm}^2.$

Reinforcement Allowed	Rebar Ties	5	•
Reinforcement Pattern	Radial		•
Reinforcement Fy		50	kN/cm2
Reinforcement Diameter		0,6	cm
Reinforcement Spacing		12	cm



Punching Reinforcement Design
Rebar Yield Strength = 50 kN/cm2 Rebar Diameter = 0,6 cm Number of Rebar Sets = 24 Number of Single Leg Stirrups per Set = 11 Typical Rebar Spacing = 12 cm

Slika 5.29 Rezultati za armaturo proti preboju, ki jih poda SAFE za robni steber

5.3.5 »Peš« račun preboja vogalnega stebra po SIST EN 1992-1-1:2005

Osnovni kontrolni obseg u_1 za vogalni steber je na oddaljenosti 2,0*d* od roba stebra in ga izračunamo kot:

$$u_1 = c_1 + c_2 + \frac{\pi(2d)}{2} =$$

$$= 40 + 40 + \frac{\pi(2 \cdot 16, 2)}{2} =$$

$$= 130,89 \text{ cm}.$$
(29)



Slika 5.30 Osnovni kontrolni obseg u_1 za vogalni steber (prirejeno po SIST EN 1992-1-1, 2005, str. 101)

Pri priključkih vogalnih stebrov, pri katerih je ekscentričnost v smeri notranjosti plošče, se privzame, da je strižna sila zaradi preboja enakomerno razporejena vzdolž zmanjšanega kontrolnega obsega u_{1^*} :

$$u_{1^{*}} = \min \begin{cases} 0.5c_{1}+0.5c_{2}+\frac{\pi(2d)}{2} \\ 1.5d+1.5d+\frac{\pi(2d)}{2} \\ 1.5d+1.5d+\frac{\pi(2d)}{2} \\ 1.5\cdot16.2+1.5\cdot16.2+\frac{\pi(2\cdot16.2)}{2} \\ 1.5\cdot16.2+1.5\cdot16.2+\frac{\pi(2\cdot16.2)}{2} \\ \end{bmatrix} = \min \begin{cases} 90.89 \\ 99.49 \\ 99.49 \\ \end{bmatrix} = 90.89 \text{ cm.}$$
(30)



Slika 5.31 Zmanjšani kontrolni obseg u_{1^*} za vogalni steber (prirejeno po SIST EN 1992-1-1, 2005, str. 105)

Pri priključkih vogalnih stebrov, pri katerih je ekscentričnost v smeri notranjosti plošče, je β določen z izrazom:

$$\beta = \frac{u_1}{u_{1^*}} = \frac{130,89}{90,89} = 1,44,\tag{31}$$

Reakcija vogalnega stebra je $V_{Ed} = 129,65$ kN (glej sliko 5.6).

Projektno vrednost strižne napetosti v_{Ed} na osnovnem kontrolnem prerezu, ki sledi osnovnemu kontrolnemu obsegu u_1 , določimo z izrazom (15):

$$v_{Ed} = 1,44 \cdot \frac{129,65}{130,89\cdot 16,2} = 0,088047 \text{ kN/cm}^2.$$

Prerez upogibne armature potreben za prevzem celotne vsote negativnih upogibnih momentov, ki pripadata polovičnima širinama stebru priležnih plošč, je: $A_{t,x} = 10,126 + 0,588 = 10,714 \text{ cm}^2$ (glej sliko 5.33) in $A_{t,y} = 11,435 + 0,134 = 11,569 \text{ cm}^2$ (glej sliko 5.23).

Območje širine stebra in 3*d* na vsako stran je: $b = c_1(\text{ali } c_2) + 6d = 0.4 + 3 \cdot 0.162 = 0.886 \text{ m.}$ 0.125-kratna stebru priležna širina plošče je $0.125 \cdot L = 0.125 \cdot 6 = 0.75 \text{ m.}$ Armaturo s prerezom $0.5A_t$ tako namestimo na širini 0.2 + 0.75 = 0.95 m. Ploščina upogibne armature v območju širine stebra in po 3*d* na vsako stran je: $0.5A_{t,x} \cdot \frac{0.886}{0.95} = 0.5A_{t,x} \cdot 0.933$.

Stopnji armiranja plošče v območju širine stebra in po 3*d* na vsako stran sta: $\rho_{lx} = \frac{0.5A_{t,x} \cdot 0.933}{b \cdot d_x} = \frac{0.5 \cdot 10.714 \cdot 0.933}{88.6 \cdot 17.1} = 0,0032989 \text{ in } \rho_{ly} = \frac{0.5A_{t,y} \cdot 0.933}{b \cdot d_y} = \frac{0.5 \cdot 11.569 \cdot 0.933}{88.6 \cdot 15.3} = 0,0039813.$ Srednja stopnja armiranja plošče v območju širine stebra in po 3*d* na vsako stran je po izrazu (19): $\rho_l = \sqrt{\rho_{lx} \cdot \rho_{ly}} = \sqrt{0,0032989 \cdot 0,0039813} = \boxed{0,0036241} \le 0,02.$



Slika 5.32 Trak nad stebri s širino 1,7 m in trak med stebri s širino 1,5 m v smeri globalne osi X





Projektno vrednost prebojne strižne odpornosti plošče določimo z izrazom (18):

$$v_{Rd,c} = 0,12 \cdot 2,0(100 \cdot 0,0036241 \cdot 30)^{1/3} + 0,1 \cdot 0 \ge (0,54222 + 0,1 \cdot 0)$$

 $v_{Rd,c} = 0.053168 \text{ kN}/cm^2 \ge 0.054222 \text{ kN}/cm^2$

pri katerem je $C_{Rd,c} = \frac{0.18}{\gamma_c} = \frac{0.18}{1.5} = 0.12$, $k = 1 + \sqrt{200/d \text{ [mm]}} = 1 + \sqrt{200/162} = 2.11$ je koeficient statične višine plošče ($k \le 2.0$), $f_{ck} = 30$ MPa je karakteristična tlačna trdnost betona, $k_1 = 0.1$, σ_{cp} je normalna napetost betona enaka 0, $v_{min} = 0.035 k^{3/2} f_{ck}^{1/2} = 0.035 \cdot 2.0^{3/2} \cdot 30^{1/2} = 0.54222$ MPa.

Količnik preboja ρ za vogalni steber je:

$$\rho = \frac{\nu_{Ed}}{\nu_{Rd,c}} = \frac{0,088047}{0,054222} = 1,62.$$

Ob obodu stebra projektna strižna napetost v_{Ed} ne sme biti večja od projektne prebojne strižne odpornosti betona $v_{Rd,max}$ (preverimo pogoj (8)). Kontrolni obseg ob obodu stebra je (za izraz glej poglavje 4.2.2):

$$u_0 = 3d \le c_1 + c_2$$

 $u_0 = 3 \cdot 16, 2 \le 40 + 40$
 $u_0 = [48,6 \text{ cm}] \le 80 \text{ cm}.$

Upoštevamo kontrolni obseg ob obodu stebra $u_0 = 48,6$ cm.

Preverimo pogoj (8) za dokaz prebojne strižne odpornosti betona:

$$1,44\frac{129,65}{48,6\cdot 16,2} \le 0,5\cdot 0,528\cdot 2$$

$$0,237 \text{ kN/cm}^2 \le 0,528 \text{ kN/cm}^2$$
.

Pogoj (8) je izpolnjen.

Projektna vrednost strižne napetosti v_{Ed} preseže projektno vrednost prebojne strižne odpornosti plošče $v_{Rd,c}$:

$$v_{Ed} = 0,088047 \text{ kN/cm}^2 > v_{Rd,c} = 0,054222 \text{ kN/cm}^2.$$

Za prevzem strižnih obremenitev je potrebno določiti še strižno armaturo proti preboju.

Izberemo navpična stremena ($\alpha = 90^{\circ}$ in tako $\sin \alpha = 1$). Učinkovita projektna trdnost strižne armature proti preboju je $f_{ywd,ef} = 250 + 0.25 \cdot d = 250 + 0.25 \cdot 162 = \boxed{290.5 \text{ MPa}} \leq f_{ywd} = 434.8 \text{ MPa}.$

Določimo potrebno ploščino prečnega prereza enega obsega strižne armature okoli stebra s pomočjo izraza (11):
$$\frac{A_{sw}}{s_r} = \frac{(0,88047 - 0.75 \cdot 0.54222) \cdot 1309}{1.5 \cdot 290.5 \cdot 1} = 1.4 \text{ mm}^2/\text{mm} = 0.14 \text{ cm}^2/\text{cm}.$$

Postavitev strižne armature izberemo za dodatni kontrolni obseg u_{out} (glej sliko 4.11), ki ga določimo z izrazom (7):

$$u_{out} = \beta \frac{V_{Ed}}{v_{Rd,c}d} = 1,44 \cdot \frac{129,65}{0,054222 \cdot 16,2} = 212,5 \text{ cm}.$$

V temu primeru dodatni kontrolni obseg predstavlja četrtino kroga, saj obravnavamo vogalni steber. Polmer očrtane krožnice dodatnega kontrolnega obsega je $r_{out} = \frac{4 \cdot u_{out}}{2\pi} = \frac{4 \cdot 212,5}{2 \cdot 3.14} = 135,4$ cm.

Razdalja med zunanjim kontrolnim obsegom u_z , ki še zahteva strižno armaturo in dodatnim kontrolnim obsegom u_{out} , mora biti manjša ali enaka od 1,5d (sliki 4.10 in 4.11). Polmer do strižno zunanjega kontrolnega obsega, ki šе zahteva armaturo ie tako $r_z = r_{out} - 1,5d = 135,4 - 1,5 \cdot 16,2 = 111,1 \text{ cm}$ ter zunanji kontrolni obseg, ki še zahteva strižno armaturo $u_z = c_1 + c_2 + \frac{2\pi \cdot l_s}{4} = 40 + 40 + \frac{2\pi \cdot 91,1}{4} = 223,1 \text{ cm},$ pri čemer je $l_s = r_z - \frac{c_1 \operatorname{ali} c_2}{2} = 111, 1 - \frac{40}{2} = 91, 1 \text{ cm}.$

Največja oddaljenost med kraki stremen zunanjega kontrolnega obsega u_z , ki še zahteva strižno armaturo je lahko 2*d* (slika 4.11). Najmanjše možno število stremen v enem obsegu strižne armature okoli stebra je:

$$n_z \cong \frac{u_z}{2d} = \frac{223,1}{2 \cdot 16,2} = 6,9 \rightarrow n_z = 7.$$

Največja oddaljenost med kraki stremen znotraj osnovnega kontrolnega obsega u_1 je lahko 1,5d. Najmanjše možno število stremen v enem obsegu strižne armature okoli stebra je:

$$n_1 \cong \frac{u_1}{1,5d} = \frac{130,89}{1,5 \cdot 16,2} = 5,4 \rightarrow n_1 = 6.$$

Možno število stremen v enem obsegu strižne armature okoli stebra je $n = \max(n_z, n_1) = \max(7, 6) = 7$. Zaradi izvedbe postavitve stremen izberemo parno število stremen n = 8.

Zaradi pogoja (20) mora biti radialna razdalja med obsegi strižne armature manjša ali enaka 0.75d = 12.15 cm. Izberemo radialno razdaljo med obsegi strižne armature $s_r = 12$ cm.

Določimo ploščino enega obsega strižne armature okoli stebra s pomočjo izraza (11):

$$\frac{A_{sw}}{s_r} = 0.14 \text{ cm}^2/\text{cm}$$

$$A_{sw} = 0.14 \cdot s_r = 0.14 \cdot 12 = 1.68 \text{ cm}^2.$$

Potrebna ploščina enega stremena je $A_{sw,1} = \frac{A_{sw}}{n} = \frac{1.68}{8} = 0.21 \text{ cm}^2$. Izberemo armaturne palice $\phi = 6 \text{ mm}$ (ploščina prereza enega stremena je $A_{sw,1} = 0.28 \text{ cm}^2$). Dejanska ploščina prečnega prereza enega obsega strižne armature okoli stebra je:

$$A_{sw} = n \cdot A_{sw,min} = 8 \cdot 0,28 \text{ cm}^2 = 2,24 \text{ cm}^2.$$
 (32)

Oddaljenost najbližje strižne armature, ki je upoštevana v računu nosilnosti od roba podpore oziroma obremenjene ploskve A_{load} , mora biti večja od $0.3d = 0.3 \cdot 16.2 = 4.9$ cm (slika 4.10) ter manjša od $\frac{d}{2} = \frac{16.2}{2} = 8.1$ cm. Izberemo oddaljenost najbližje strižne armature od roba stebra 5 cm. Minimalna razdalja, na kateri mora biti razporejena strižna armatura, je v temu primeru $l_s - 5 = 91.1 - 5 = 86.1$ cm. Število obsegov strižne armature okoli stebra je:

$$n_o = \frac{86,1}{s_r} + 1 = \frac{86,1}{12} + 1 = 8,2 \rightarrow n_o = 9.$$

Dejanska razdalja l_s je: $l_{s,d} = 5 + (n_o - 1) \cdot s_r = 5 + (9 - 1) \cdot 12 = 101$ cm. Dejanski zunanji kontrolni obseg je $u_{z,d} = c_1 + c_2 + \frac{2\pi \cdot l_{s,d}}{4} = 40 + 40 + \frac{2\pi \cdot 101}{4} = 238,7$ cm. Razdalja med strižnimi stremeni v tangencialni smeri je: $s_t = \frac{u_{z,d}}{n} = \frac{238,7}{8} = 29,8$ cm.

Kadar je za zagotavljanje varnosti proti preboju potrebna strižna armatura, je potrebni prerez enega kraka stremena $A_{sw,min}$ določen s pogojem (22):

$$A_{sw,min} \ge 0.08 \cdot \frac{\sqrt{30}}{500} \cdot \frac{12 \cdot 29.8}{1.5 \cdot 1 + 0}$$

$$A_{sw,min} \ge 0,21 \text{ cm}^2.$$

Ploščina prereza enega stremena $(A_{sw,1} = 0.28 \text{ cm}^2)$ je tako zadostna, saj je pogoj (22) izpolnjen.

Slika 5.34 prikazuje tloris vogalnega stebra s potrebno strižno armaturo proti preboju plošče. Tudi tukaj so stremena razporejena po obsegih, ki sledijo obliki osnovnega kontrolnega obsega u_1 , ki je drugačne oblike kot dodatni kontrolni obseg u_{out} . Nekatera stremena so oddaljena manj kot 1,5*d* od dodatnega kontrolnega obsega u_{out} . Kot smo že omenili, je to v skladu s standardom SIST EN 1992-1-1:2005. S tem smo tudi na varni strani, saj s stremeni armiramo območje plošče, kjer ni več potrebna strižna armatura za prevzem obremenitev (strižne napetosti se zmanjšujejo sorazmerno z oddaljenostjo stran od stebra).





5.3.6 Analiza vogalnega stebra s programom SAFE po EN 1992-1-1:2004

SAFE izračuna količnik preboja $\rho = \frac{v_{Ed}}{v_{Rd,c}} = \frac{0.174797}{0.054222} = 3,22$ (Punching Shear Ratio), kot vidimo na sliki 5.35. Opazimo, da pride do razlike v vrednostih količnika preboja ρ in projektne strižne napetosti v_{Ed} med »peš« računom in analizo s SAFE-om.





Kot že omenjeno (v poglavju 5.3.2) vrednost projektne strižne napetosti v_{Ed} SAFE določi po izrazu (23). Glede na uporabljene vrednosti na sliki 5.35 lahko preverimo izraz (23):

$$\nu_{Ed} = \frac{124,253}{130,887 \cdot 16,2} \left[1 + \frac{25,2769 \cdot 100 \cdot 130,887}{124,253 \cdot 2685,61} + \frac{25,2769 \cdot 100 \cdot 130,887}{124,253 \cdot 2685,61} \right] = 0,174797 \text{ kN/cm}^2.$$

Vidimo, da se izračunana vrednost projektne strižne napetosti v_{Ed} z izrazom (23) ujema z vrednostjo projektne strižne napetosti, ki jo izračuna SAFE (glej sliko 5.35).

Med »peš« računom in računom SAFE-a se razlikujeta izraza za izračun vrednosti projektne strižne napetosti v_{Ed} . Razlika je v izračunu koeficienta β . Pri »peš« računu smo koeficient β določili po izrazu (31): $\beta = \frac{u_1}{u_{1^*}}$ (po EN 1992-1-1:2004 in SIST EN 1992-1-1:2005 se ta izraz uporablja za vogalne stebre, pri katerih je ekscentričnost v smeri notranjosti plošče). SAFE določi koeficient β kot: $\beta = 1 + \frac{k_2 \cdot M_{Ed,2} \cdot u_1}{V_{Ed} \cdot W_{1,2}} + \frac{k_3 \cdot M_{Ed,3} \cdot u_1}{V_{Ed} \cdot W_{1,3}}$ (glej izraz (23)) (po EN 1992-1-1:2004 in SIST EN 1992-1-1:2005 se ta izraz uporablja za vogalne stebre, pri katerih je ekscentričnost v smeri notranjosti plošče).

Omeniti še velja razlike v upoštevanih vrednostih med »peš« računom in računom SAFE-a v izrazih za vrednost projektne strižne napetosti v_{Ed} . Te razlike v vrednostih so prikazane v preglednici 5.5.

	»Peš« račun	SAFE
V_{Ed}	129,65 kN	124,25 kN
W	Ni potreben	$W_{22} = 2685,61 \mathrm{cm}^2$
		$W_{33} = 2685,61 \text{ cm}^2$

Preglednica 5.5 Primerjava upoštevanih vrednosti v računu vrednosti projektne strižne napetosti v_{Ed} med »peš« računom in računom SAFE-a

Pri »peš« računu nismo določili vrednosti količine *W*, ki ustreza razporeditvi strižnih napetosti, saj ni bilo potrebno za določitev koeficienta β . SAFE določi vrednosti količine *W*, saj jih potrebuje za izračun β . Bistvena razlika med »peš« računom in računom SAFE-a je še pri vrednosti reakcije vogalnega stebra V_{Ed} (preglednica 5.5).

Kot že omenjeno SAFE po Reinforced Concrete Design Manual (2010) za izračun projektne vrednosti prebojne strižne odpornosti plošče $v_{Rd,c}$ uporablja izraz (18). Izraz je isti, kot smo ga uporabili pri »peš« računu, vendar se izračunane vrednosti razlikujejo. Trakova nad stebri upoštevana pri računu preboja oziroma pri določitvi srednje stopnje armiranja programa SAFE sta prikazana na sliki 5.36. Za trak nad stebri A (širine 3,2 m, v smeri globalne osi *X*) SAFE določi ploščino upogibne armature (glej sliko 5.37): $A_{t,x} = 10,009 \text{ cm}^2$. Za trak nad stebri B (širine 3,2 m, v smeri globalne osi *Y*) SAFE določi ploščino upogibne armature: $A_{t,y} = 11,244 \text{ cm}^2$. Po Example Eurocode 2-04 RC-PN-001 (2013) SAFE izračuna stopnji armiranja: $\rho_{l,x} = \frac{A_{t,x}}{b \cdot d} = \frac{10,009}{320\cdot 16,2} = 0,0019307$ in $\rho_{l,y} = \frac{A_{t,y}}{b \cdot d} = \frac{11,244}{320\cdot 16,2} = 0,0021690$. Srednja stopnja armiranja je: $\rho_l = \sqrt{\rho_{l,x} \cdot \rho_{l,y}} = \sqrt{0,0019307 \cdot 0,0021690} = \boxed{0,0020464} \le 0,02$. Prebojna strižna odpornost plošče $v_{Rd,c}$ pa je po izrazu (18):

$$v_{Rd,c} = C_{Rd,c}k(100\rho_l f_{ck})^{1/3} + k_1\sigma_{cp} \ge (v_{min} + k_1\sigma_{cp})$$
$$v_{Rd,c} = 0.12 \cdot 2.0(100 \cdot 0.0020464 \cdot 30)^{\frac{1}{3}} + 0.1 \cdot 0 \ge (0.54222 + 0.1 \cdot 0)$$
$$v_{Rd,c} = 0.043946 \text{ kN/cm}^2 \ge \boxed{0.054222 \text{ kN/cm}^2}.$$

Vidimo, da se izračunana vrednost prebojne strižne odpornosti plošče (z izrazom (18)) ujema z vrednostjo prebojne strižne odpornosti plošče, ki jo izračuna SAFE (glej sliko 5.35).



Slika 5.36 Trak nad stebri A širine 3,2 m v smeri globalne osi *X* in trak nad stebri B širine 3,2 m v smeri globalne osi *Y*



Slika 5.37 Vzdolžna armatura za traka nad stebri A in B, ki sta prikazana na sliki 5.36

Za izračun prebojne strižne armature za vogalni steber izberemo iste parametre kot za robni steber (slika 5.28): stremena z napetostjo tečenja $f_y = 50 \text{ kN/cm}^2$, premer armature 6 mm in razdaljo med stremeni 12 cm. Postavitev armature s takšnimi parametri bi tudi tukaj morala biti enaka kot pri »peš« računu.

SAFE rezultata za strižno armaturo proti preboju za vogalni steber ne izračuna.

5.4 Zaključek analize preboja plošče na stebrih

V poglavju 5 je narejena analiza preboja fiktivne armiranobetonske plošče na stebrih s programom SAFE po standardu EN 1992-1-1:2004 in »peš« računom po standardu SIST EN 1992-1-1:2005. Ugotovljeni so vzroki za razliko med izračunanimi vrednostmi rezultatov med programom SAFE in »peš« računom.

V primeru, da je projektna strižna napetost v_{Ed} večja od projektne prebojne strižne odpornosti betona $v_{Rd,max}$ po Reinforced Concrete Design Manual (2010), program SAFE javi opozorilo. Prebojno odpornost plošče glede na tlačno odpornost betona smo preverili tudi s »peš« računom in je zadostna.

Reakcije, ki jih upošteva SAFE v računu projektne vrednosti strižne napetosti v_{Ed} , so manjše od dejanskih reakcij v stebrih (grafikon 5-1). Reakcija notranjega stebra, ki jo upošteva SAFE za račun projektne vrednosti strižne napetosti, predstavlja $\frac{666,65}{676,25} = 98,6\%$ dejanske reakcije notranjega stebra. Reakcija robnega stebra, ki jo upošteva SAFE za račun projektne vrednosti strižne napetosti, predstavlja $\frac{270,68}{277,88} = 97,4\%$ dejanske reakcije robnega stebra. Reakcija vogalnega stebra, ki jo upošteva SAFE za račun projektne vrednosti strižne napetosti, predstavlja $\frac{270,68}{277,88} = 97,4\%$ dejanske reakcije robnega stebra. Reakcija vogalnega stebra, ki jo upošteva SAFE za račun projektne vrednosti strižne napetosti, predstavlja $\frac{124,25}{129,65} = 95,8\%$ dejanske reakcije vogalnega stebra. Standarda EN 1992-1-1:2004 in SIST EN 1992-1-1:2005 reduciranja reakcij v stebrih ne dovoljujeta.

Projektne vrednosti strižne napetosti v_{Ed} v osnovnem kontrolnem obsegu u_1 med »peš« računom in računom SAFE-a se razlikujejo (grafikon 5-2). Za notranji steber je projektna vrednost strižne napetosti v_{Ed}, ki jo izračuna SAFE, manjša od vrednosti dobljene s »peš« računom. Kot smo ugotovili (v poglavju 5.3.2) sta izraza za izračun projektne strižne napetosti v_{Ed} za notranji steber enaka za »peš« račun in račun SAFE-a. Vrednosti strižne napetosti v_{Ed} v osnovnem kontrolnem obsegu u_1 se za notranji steber razlikujeta med »peš« izračunom in izračunom SAFE-a zaradi upoštevanih različnih reakcij v stebru. SAFE upošteva manjšo reakcijo v stebru in dobi manjšo projektno vrednost strižne napetosti v_{Ed} , s tem pa je vrednost strižne napetosti, ki jo določi program, na nevarni strani. Za robni in vogalni steber SAFE izračuna večje vrednosti projektne strižne napetosti v_{Ed} od »peš« računa, to je zato, ker SAFE v izrazu za projektno vrednost strižne napetosti v_{Ed} uporabi drugačen izraz za izračun koeficienta β , s katerim upoštevamo ekscentričnost obtežbe. Projektna vrednost strižne napetosti v_{Ed} za robni steber, ki jo izračuna SAFE, je za 22,9 % večja od vrednosti izračunane s »peš« računom. Projektna vrednost strižne napetosti za vogalni steber, ki jo izračuna SAFE, je skoraj dvakrat večja od vrednosti izračunane s »peš« računom.

Projektne vrednosti prebojne strižne odpornosti plošče $v_{Rd,c}$, ki jih izračuna SAFE, so manjše ali enake od vrednosti izračunanih s »peš« računom (grafikon 5-3). V poglavju 5.3.2 smo

ugotovili za notranji steber, da pride do razlike v vrednosti projektne prebojne strižne odpornosti plošče med programom SAFE in »peš« računom zaradi nepravilno določene upogibne armature programa SAFE. Le-ta armaturo določi na poenostavljen način za trak nad stebri, ki je na vsako stran stebra polovične širine stebru priležne plošče, kar pa ni v skladu s standardoma EN 1992-1-1:2004 in SIST EN 1992-1-1:2005. Na takšen način SAFE po izrazu $C_{Rd,c}k(100\rho_l f_{ck})^{1/3} + k_1\sigma_{cp}$ (to je del izraza (18)) zaradi upoštevane manjše srednje stopnje armiranja določi tudi za robni in vogalni steber manjši vrednosti projektne prebojne strižne odpornosti plošče $v_{Rd,c}$ oziroma zaradi omejitve vrednosti $v_{Rd,c}$ v izrazu (18): $v_{Rd,c} \ge (v_{min} + k_1\sigma_{cp})$; zaradi »nizke« srednje stopnje armiranja pri vogalnem stebru določi SAFE enako vrednost projektne prebojne strižne odpornosti plošče $v_{Rd,c}$, kot smo jo izračunali pri »peš« računu.

Vrednosti količnikov preboja ρ (razmerje med projektno vrednostjo strižne napetosti v_{Ed} in projektno vrednostjo prebojne strižne odpornosti plošče $v_{Rd,c}$), ki jih izračuna SAFE za vse tri analizirane stebre, so večje od vrednosti izračunanih s »peš« računom (grafikon 5-4), s tem so »rezultati« (količniki preboja) programa SAFE na varni strani. Pri tem velja omeniti, da je vrednost količnika preboja vogalnega stebra, ki jo določi SAFE, skoraj dvakrat večja od vrednosti izračunane s »peš« računom. Prav tako še velja omeniti, da je vrednost projektne strižne napetosti v_{Ed} določena s SAFE-om (ta vrednost je potrebna za določitev količnika preboja) za notranji steber na nevarni strani.

Preglednica 5.6 Primerjava projektnih vrednosti strižne napetosti v_{Ed} , projektnih vrednosti prebojne strižne odpornosti plošče $v_{Rd,c}$ in razmerij ρ med »peš« računom in računom SAFE-a

	$v_{Ed} [\mathrm{kN/cm^2}]$		$v_{Rd,c} [\mathrm{kN/cm^2}]$		$\rho = \frac{\nu_{Ed}}{\nu_{Rd,c}}$		
	»Peš«	SVEE	»Peš«	SVEE	»Peš«	SAFE	
	račun		račun	SAL	račun	SAFE	
Notranji steber	0,114813	0,113218	0,076161	0,059677	1,51	1,90	
Robni steber	0,094354	0,122339	0,059868	0,054222	1,58	2,26	
Vogalni steber	0,088047	0,174797	0,054222	0,054222	1,62	3,22	



Grafikon 5-1 Primerjava dejanskih reakcij V_{Ed} v stebrih s tistimi, ki jih upošteva SAFE za račun projektne vrednosti strižne napetosti v_{Ed} (enote reakcij so kN)



Grafikon 5-2 Primerjava projektnih vrednosti strižne napetosti v_{Ed} v osnovnem kontrolnem obsegu u_1 med »peš« računom in računom SAFE-a (enote napetosti so kN/cm²)



Grafikon 5-3 Primerjava projektnih vrednosti prebojne strižne odpornosti plošče $v_{Rd,c}$ med »peš« računom in računom SAFE-a (enote napetosti so kN/cm²)



Grafikon 5-4 Primerjava razmerij ρ med projektno vrednostjo strižne napetosti v_{Ed} in projektno vrednostjo prebojne strižne odpornosti plošče $v_{Rd,c}$ med »peš« računom in računom SAFE-a



Grafikon 5-5 Primerjava določenih ploščin potrebne strižne armature proti preboju za notranji, robni in vogalni steber med »peš« računom in računom SAFE-a (ploščine so v cm²)

Ploščina prebojne strižne armature, ki smo jo določili s »peš« računom za notranji steber je: $A_{sw} = A_{sw,1} \cdot n_0 \cdot n = 0,5 \cdot 5 \cdot 16 = 40 \text{ cm}^2$. Ploščina prebojne strižne armature, ki smo jo določili s »peš« računom za robni steber je: $A_{sw} = A_{sw,1} \cdot n_0 \cdot n = 0,28 \cdot 7 \cdot 12 = 23,5 \text{ cm}^2$. Ploščina prebojne strižne armature, ki smo jo določili s »peš« računom za vogalni steber je: $A_{sw} = A_{sw,1} \cdot n_0 \cdot n = 0,28 \cdot 9 \cdot 8 = 20,2 \text{ cm}^2$. Ploščine, ki jih izračuna SAFE za notranji in robni steber, so izračunane v poglavjih 5.3.2 in 5.3.4. Za vogalni steber SAFE ne izračuna potrebne strižne armature. Na grafikonu 5-5 se vidi, da SAFE izračuna dobrih trikrat več strižne armature za notranji steber kot smo jo izračunali pri »peš« računu. Za robni steber pa SAFE izračuna dobrih dvakrat več strižne armature, kot smo jo izračunali pri »peš« računu. S takšno količino strižne armature, kot jo določi SAFE, smo sicer na varni strani, vendar je takšna količina armature nepotrebna in predstavlja dodaten strošek za investitorja. Naj še omenimo, da skice potrebne strižne armature SAFE ne poda.

6 PREDNAPETE PLOŠČE NA STEBRIH

Prednapenjanje plošč je tehnika vnašanja tlačnih napetosti v betonske plošče z napetimi kabli na takšen način, da zmanjšamo natezne napetosti v plošči zaradi lastne teže ter stalnih in spremenljivih obtežb. Za razliko od klasično armiranih betonskih plošč, ki potrebujejo armaturo za prevzem nateznih napetosti v plošči, pri prednapetih ploščah premagamo naravno slabost betona pri prenašanju nateznih napetosti tako, da z vnosom tlačnih napetosti s prednapetimi kabli preprosto zmanjšamo natezne napetosti v plošči. V kolikor imamo v plošči še vedno natezne napetosti, pa lahko namestimo mehko armaturo. Žice, vrvi ali palice, ki se uporabljajo kot kabli za prednapenjanje, lahko skozi prednapeto ploščo potekajo v ravnih linijah ali pa so ukrivljeni (navadno v obliki parabole). Z ekscentričnostjo prednapetih kablov, velikostjo sile prednapetja ali s kombinacijo obeh lahko kontroliramo delež napetosti zaradi vplivov zunanjih obtežb, ki ga bo uravnotežilo prednapetje. S prednapenjanjem tako zmanjšamo območja in širino razpok. Pri prednapetih ploščah dosegamo manjše statične višine, manjše pomike, premostimo pa lahko večje razpone kot pri klasično armiranih ploščah.

Vplivi prednapetja se lahko pri analizi obravnavajo kot nadomestna obtežba. Lahko pa v programu za analizo prednapetih konstrukcij modeliramo kar konstrukcijo s prednapetimi kabli. Pri računu je potrebno upoštevati največje dovoljene napetosti v betonu in prednapetih kablih. Prav tako je potrebno upoštevati izgube sile prednapetja, ki se pojavijo tekom življenjske dobe konstrukcije.

Prednapetje se izvede s kabli iz visoko trdnega jekla. Kabli, ki so vgrajeni v beton, so lahko predhodno napeti in povezani ali naknadno napeti in povezani ali nepovezani. Sila prednapetja se lahko prenaša s kablov na beton s sprijemnimi napetostmi med jeklom in betonom. Lahko pa kabli potekajo po ceveh in so sidrani s sidri na koncih kablov. Prednapeti kabli lahko potekajo tudi izven konstrukcije, s katero se stikajo le pri deviatorjih in sidriščih.



Slika 6.1 Primer prednapetja enopoljne plošče (prirejeno po BBR VT International Ltd, 3. 4. 2013)

6.1 Minimalne dimenzije prednapetih plošč (prirejeno po Khan, Williams, 1995)

Minimalna statična višina plošče je odvisna od več dejavnikov kot so npr.: trdnost betona, razpon plošče, obtežba plošče; ter tudi od samega konstrukcijskega sistema plošče. Velika prednost prednapetih plošč je manjša statična višina, kot bi bila potrebna pri armiranobetonskih ploščah za prevzem enakih obremenitev pri istih razponih.

Statična višina plošče je določena s projektnim kriterijem mejnega stanja nosilnosti kot tudi mejnega stanja uporabnosti (povesi).

S povečevanjem razpona plošče se povečuje tudi lastna teža plošče, zato razmerje med statično višino plošče in razponom plošče ni linearno. Najbolj praktično je primerjati razmerja *razpon - statična višina plošče* dejanskih projektnih izračunov, kar je prikazano v nadaljevanju.

Minimalne dimenzije prednapetih plošč po Khan, Williams (1995) so prikazane na sliki 6.2. Krivulje so bile dobljene tako, da so bile izračunane minimalne možne statične višine prednapetih plošč za različne kombinacije razponov (6 do 20 m) in obtežb (2,5,5,10 in 15 kN/m^2) za enopoljne plošče pri dolgotrajnem povesu 20 mm. Možno je dobiti tudi drugačne krivulje od prikazanih, npr. za drugačne vrednosti trdnosti betona itd., vendar so prikazane vrednosti mišljene kot minimalne možne. Malo verjetno je, da bi zgradili gladko ploščo z 20 metrskim razponom. Krivulje na sliki 6.2 so bile podaljšane do tega razpona, da prikažejo trend povečevanja statične višine plošče glede na njen razpon.



Slika 6.2 Minimalne dimenzije statične višine prednapete enopoljne plošče za obtežbe 2,5, 5, 10 in 15 kN/m^2 pri razponih 6 do 20 m (Khan, Williams, 1995: str. 76)

Projektne karakteristike, ki so bile uporabljene za račun krivulj na sliki 6.2 so bile naslednje:

- $f_{cu} = 4 \text{ kN/cm}^2$ za beton,
- težišče kablov je 35 mm nad spodnjim robom plošče,

 napetosti mejnega stanja uporabnosti so omejene na 0,23 kN/cm² za natege in 1,33 kN/cm² za tlake.

Preglednica 6.1 prikazuje priporočena razmerja *razpon – statična višina plošče* za različne konstrukcijske sisteme plošč. Največje in najmanjše uporabljene obtežbe so 2,5 in 10 kN/m^2 .

Preglednica 6.1 Razmerja *razpon – statična višina plošče* za različne medetažne konstrukcije (Khan, Williams, 1995: str. 76)

Tip plošče	Razmerje razpon – statična višina plošče
Masivna plošča nosilna v eni smeri	30 do 45
Rebrasta plošča	25 do 35
Masivna plošča nosilna v dveh smereh	35 do 45
Kasetirana plošča	20 do 30
Plošča z nosilci	13 do 33

6.2 Osnovni načini razporeditve kablov za prednapenjanje (prirejeno po Khan, Williams, 1995)

Kabli za prednapenjanje so lahko enakomerno porazdeljeni po širini prednapete plošče ali pa so združeni v gruče, ki so zopet enakomerno razporejene po širini plošče. Slika 6.3 prikazuje tipične razporeditve kablov za prednapenjanje za različne konfiguracije plošč. Sheme od (a) do (c) prikazujejo prednapete plošče nosilne v eni smeri, sheme od (d) do (f) pa prednapete plošče nosilne v dveh smereh.



Slika 6.3 Tipične razporeditve kablov za prednapenjanje (puščice nakazujejo razpone z armiranobetonskimi ojačitvami) (Khan, Williams, 1995: str. 63)

Na sliki 6.3(a) je prednapeta plošča, ki je lahko podprta tudi z betonskimi nosilci ali pa z nosilnimi stenami. Prednapeti kabli so enakomerno razporejeni in potekajo samo v eni smeri. Takšen sistem je primeren za pravokotne prednapete plošče z razmerjem stranic približno 2:1.

Na sliki 6.3(b) je armiranobetonska plošča, vendar se razteza nad prednapetimi nosilci oziroma pasovi prednapetih kablov, ki so lahko tudi znotraj plošče. Takšna konfiguracija je primerna za približno kvadratne plošče, kjer so zaradi prevelikih razponov potrebni prednapeti nosilci.

Slika 6.3(c) je kombinacija (a) in (b), kjer so plošča in nosilci oboji prednapeti. Takšna razporeditev je ustrezna za pravokotne prednapete plošče z razmerjem stranic 1:5 in do kvadratne plošče.

Slika 6.3(d) prikazuje razporeditev prednapetih kablov, kjer je armiranobetonska plošča, ki je nosilna v dveh smereh, »naslonjena« na mrežo prednapetih nosilcev. Takšna konfiguracija je primerna za bolj ali manj pravokotne plošče majhnih razponov (tam do 8 m), kar je še v zmožnostih nosilnosti armiranega betona. Takšne konfiguracije najdemo v kasetiranih ploščah, kjer so samo pasovi prednapetih kablov (nosilci) prednapeti.

Slika 6.3(e) prikazuje razporeditev prednapetih kablov, kjer se plošča razteza v dveh smereh, vendar je prednapeta samo v eni smeri; v drugi smeri se obnaša kot navadna armiranobetonska plošča. Lahko se uporabi takrat, ko je razpon plošče prevelik za armirani beton in je potrebna pomoč prednapetja.

Slika 6.3(f) prikazuje razporeditev kablov prednapete plošče nosilne v dveh smereh, sestavljene iz skoraj kvadratnih panelov. Primerna je za plošče, kjer je potrebna čim manjša statična višina. Takšna konfiguracija se tudi uporablja za kasetirane plošče.

6.3 Osnovne geometrije kablov za prednapenjanje

V prednapetih ploščah lahko kabli za prednapenjanje potekajo v ravnih linijah, lahko so ukrivljeni v obliki plitve parabole ali pa je profil kablov sestavljen iz kratkih parabol ter ravnih linij (Khan, Williams, 1995).

Problem določevanja optimalnega poteka kablov za prednapenjanje se pojavi pri večpoljnih nosilcih ali ploščah. Začetni potek kablov naj bi se določil na podlagi izkušenj in se kasneje iterativno optimaliziral pri projektiranju. Projektiranje takšnih konstrukcijskih elementov je lažje, če je že sam začetni profil kablov za prednapenjanje dober približek končnemu profilu. Dobro izhodišče je, če potek kablov za prednapenjanje sledi momentni liniji zaradi obtežbe lastne teže.

Eden izmed kriterijev mejnega stanja uporabnosti prednapetih konstrukcij je omejitev napetosti v betonu (omejitve so podrobneje opisane v poglavju 6.7). Omejitev dekompresije po SIST EN 1992-1-1:2005 npr. zahteva, da vsi deli povezanih kablov oziroma zaščitnih cevi ležijo najmanj 25 mm globoko v tlačenem betonu. Če pa želimo, da v fazi uporabe ni nateznih napetosti v plošči (v vsakem prerezu konstrukcije je celoten prerez tlačen) moramo to zagotoviti pri največji obtežbi, ki je po SIST EN 1992-1-1:2005 za prednapete konstrukcije redka kombinacija obtežbe. Slika 6.4(a) prikazuje delno prednapet prerez, pri katerem so (v končnem stanju) na spodnjem robu natezne napetosti. Slika 6.4(b) pa prikazuje polno prednapet prerez, ki je v celoti tlačen. Pri polno prednapetem prerezu morajo biti robne napetosti zaradi vplivov projektnih obtežb in vplivov prednapetja manjše ali enake 0 (prirejeno po Saje, 2011):

$$\sigma_{M_{Ed}}^+ + \sigma_{M_S}^{+\,(\text{ali}\,-)} + \,\sigma_P^- \leq 0.$$

Pri tem so:

$$- \sigma_{M_{Ed}}^+ = \frac{M_{Ed}}{W}$$

$$- M_{Ed}$$

W

 $-M_{S}$

Р

projektni upogibni moment zaradi stalne in koristne obtežbe,

odpornostni moment betonskega prereza,

- $\sigma_{M_S}^{+(\text{ali}-)} = \frac{M_S}{W}$ natezne napetost na robu prereza zaradi sekundarnih oziroma parazitnih vplivov,
 - upogibni moment zaradi sekundarnih oziroma parazitnih vplivov kablov,
- $\sigma_{P}^{-} = \frac{M_{P}}{W_{P}} \frac{P}{A} = \frac{-P \cdot e_{P}}{W_{P}} \frac{P}{A}$ tlačne napetosti na robu prereza zaradi sile prednapetja,

sila prednapetja,

- e_p ekscentričnost sile prednapetja,
- A ploščina betonskega prereza,
- *W_p* odpornostni moment betonskega prereza s kabli za prednapenjanje.



Slika 6.4 Napetostno stanje prednapetega prereza zaradi vpliva projektnega upogibnega momenta M_{Ed} , vpliva upogibnega momenta M_s zaradi parazitnih vplivov prednapetja in sile prednapetja *P*

Problem optimaliziranja sile prednapetja bi tako lahko prenesli na problem, koliko obtežbe uravnotežiti. Za različne nadomestne obtežbe prednapetih kablov lahko spreminjamo silo prednapetja ali pa ekscentričnost linije kablov za prednapenjanje. Če so prednapeti kabli v vseh razponih pozicionirani z maksimalno ekscentričnostjo, potem mora biti sila prednapetja različna po razponih, za kar je potrebno različno število kablov za prednapenjanje v vsakem razponu. Lahko pa je sila prednapetja enaka v vseh razponih, ekscentričnost kablov pa se spreminja. Seveda je smiselno uporabiti kombinacijo obeh variant.

Slika 6.5 prikazuje možne profile prednapetih kablov za večjo silo prednapetja v zunanjih razponih (primer (a)), notranjih razponih (primer (b)) in v treh alternativnih razponih (primer (c)).

Geometrije kablov za prednapenjanje in njihove nadomestne obtežbe, ki jih povzročajo, so podrobneje opisane v poglavju 6.5.



Slika 6.5 Ukrivljenosti kablov za prednapenjanje (prirejeno po Khan, Williams, 1995: str. 94)

6.4 Sistemi prednapetja

Glede na način prenosa sile prednapetja na beton ločimo različne sisteme prednapetja. Sila prednapetja se lahko preko napetega kabla prenaša: s sprijemnimi napetostmi med betonom in kablom, preko krajnih sidrišč (to je brez sprijemnih napetosti med betonom in kablom), imamo pa lahko tudi prednapete kable, ki potekajo zunaj prednapete plošče.

Pri adhezijsko prednapetem betonu (ang. bonded pre-tensioned concrete) gre za neposredno sprijemnost jekla z betonom. Sila prednapetja se s prednapetih kablov prenese na beton šele, ko beton doseže zadostno trdnost. Za prednapeto armaturo se zaradi dobre sprijemnosti uporabljajo navite žice, to so vrvi ali spleti vrvi. Sila prednapetja se s kablov za prednapenjanje prenese na beton s sprijemnimi oziroma adhezijskimi napetostmi. Poleg sprijemnih napetosti pa zagotavlja sidranje prednapetih kablov tudi klin, ki nastane zaradi Hoyer-jevega efekta (glej sliko 6.7).



Slika 6.6 Princip adhezijskega prednapenjanja (Bratina, 2012a: str. 1)



Slika 6.7 Hoyer-jev efekt. Puščice kažejo vpliv betona na kabel (prirejeno po Arab, Badie, Manzari, 2011)

Slika 6.6 prikazuje primer principa adhezijskega prednapenjanja. Primer (a) prikazuje prednapeto ploščo tik pred rezanjem kablov, napetosti v plošči so 0. Primer (b) prikazuje prednapeto ploščo tik po rezanju kablov, plošča je v celoti tlačena. Zaradi ekscentričnosti kablov se zgodijo deformacije, plošča se ukrivi navzgor. Primer (c) prikazuje prednapeto

ploščo pod vplivom zunanje obtežbe (v tem primeru plošča ostane v celoti tlačena, prerez takšne plošče je polno prednapet).

Slika 6.7 prikazuje Hoyer-jev efekt oziroma širjenje premera prednapetih kablov na koncih kablov po rezanju. Ko se kabli napnejo, se premer zmanjša zaradi Poisson-ovega efekta. Po rezanju kablov se le-ti vzdolžno skrčijo in zdrsnejo v ploščo. Sila prednapetja na koncih kablov je 0, zato se kabli proti koncih razširijo na njihov začetni premer. Sprememba premera kablov od sredine proti koncem kablov ustvari tlačne napetosti v betonu radialno na prednapete kable, kar deluje kot sidro (prirejeno po Sengupta, Menon, 2013).

Sistem prednapetja brez sprijemnosti (ang. unbonded pre-tensioned concrete) se razlikuje od adhezijskega po tem, da ima vsak kabel popolno svobodo gibanja relativno na beton (Prestressed concrete, 2013). Da to dosežemo, je vsak kabel vstavljen v vgrajeno cev ter premazan z mastjo, ki ne zagotavlja povezave kablov z betonom. V primeru, da je cev naknadno napolnjena z injektirno malto, le-ta zagotavlja povezavo kablov z betonskim prerezom in gre za naknadno napenjanje s kasneje vzpostavljeno povezavo. Sama mast in injektirna malta služita tudi kot protikorozijska zaščita (Novak, 2010). Sila prednapetja se prenese na beton preko sider na koncih kablov. Prednost takšnega sistema prednapetja je, da so lahko kabli zaradi načina vgradnje kablov v betonsko ploščo ukrivljeni, kar vidimo na sliki 6.8.

Slika 6.8 prikazuje primer principa naknadnega prednapenjanja, pri katerem kabli za prednapenjanje prenašajo silo prednapetja na beton preko krajnih sider in ne s sprijemnimi napetostmi z betonom. Primer (a) prikazuje napenjanje kablov s hidravlično opremo. Pred napenjanjem so napetosti v betonu 0. Primer (b) prikazuje vnos napetosti v beton zaradi sile prednapetja. Na zgornjem robu se lahko pojavijo natezne napetosti. Primer (c) prikazuje končno stanje napetosti po nanosu zunanje obtežbe. V tem primeru je tudi prerez plošče polno prednapet.

Zunanji prednapeti kabli so sistem prednapetja brez sprijemnosti. Zunanji nepovezani kabel je kabel, ki je nameščen izven betonskega prereza in je s konstrukcijo povezan le s sidri in deviatorji. Takšen način prednapenjanja se pogosto uporablja pri gradnji mostov (slika 6.9) ali pa za ojačevanje konstrukcij stavb, silosov in rezervoarjev (slika 6.10) (VSL SYSTEMS/CZ/Ltd., 2013).



Slika 6.8 Princip naknadnega prednapenjanja (Bratina, 2012a: str. 1)



Slika 6.9 Zunanji prednapeti kabli pri mostu (VSL SYSTEMS/CZ/Ltd., 13. 3. 2013)



Slika 6.10 Zunanji prednapeti kabli za utrditev rezervoarja (Balvac Ltd., 13. 3. 2013)

6.5 Nadomestna obtežba zaradi prednapetja (prirejeno po Khan, Williams, 1995)

Kot primer profila kablov z različnimi linijami kablov za prednapenjanje je na sliki 6.11(a) prikazan tripoljni nosilec s previsom (konzolo) na eni strani. Obtežba je sestavljena iz dveh točkovnih sil na konzoli in v polju 1-2, ter porazdeljene obtežbe v poljih 2-3 in 3-4. Slika 6.11(b) prikazuje možno linijo prednapetih kablov za takšen več poljni nosilec. Na konzoli in v polju 1-2, kjer je točkovna obtežba, je profil prednapetih kablov sestavljen iz ravnih linij z zaokrožitvami. V poljih 2-3 in 3-4, kjer je obtežba zvezno porazdeljena, je profil kablov za prednapenjanje v obliki parabole $y = Ax^2 + Bx + C$.

Slika 6.11(c) prikazuje nadomestno prečno obtežbo za profil prednapetih kablov s slike 6.11(b). Kabli za prednapenjanje ne morejo biti ostro prepognjeni, ampak morajo biti zaokroženi s kratkimi parabolami, sicer bi profil kablov za prednapenjanje izgledal kot na sliki 6.11(d). Prečna nadomestna obtežba za kabelsko linijo s slike 6.11(d) je prikazana na sliki 6.11(e).



Slika 6.11 Profil kablov za prednapenjanje v več poljnem nosilcu (prirejeno po Khan, Williams, 1995: str. 109)



Slika 6.12 Osnovni profili kablov za prednapenjanje (Khan, Williams, 1995: str. 109)

Profil prednapetih kablov bi lahko razdelili na tri osnovne elemente prikazane na sliki 6.12 ravno linijo, trikotnik in parabolo. Da bi bolje razumeli kako se obnaša prednapeti kabel, je najbolje, da si ga predstavljamo kot vrv napeto med dve fiksni točki, ki predstavljata sidrni glavi. V primeru, da na vrv ne deluje nobena obtežba in če bi bila le-ta breztežna, bi dobili dve horizontalni sili v končnih fiksnih točkah, kar prikazuje slika 6.12(a). Če obtežimo zdaj to vrv nekje v polju s točkovno obtežbo, se bo povesila v trikotno obliko, kot je prikazano na sliki 6.12(b). Če bi obtežili vrv s porazdeljeno obtežbo, bi se vrv deformirala v obliki parabole kot prikazuje slika 6.12(c). V vseh primerih dobimo horizontalno silo v končnih fiksnih točkah, v zadnjih dveh primerih (b) in (c) pa tudi vertikalni sili. Prav tako so lahko obtežbe trikotne oblike, ki povzročajo kubično obliko momentne linije $y = Ax^3$, vendar se profili kablov kubične oblike ne uporabljajo pogosto, saj je običajno oblika kvadratne parabole zadostna.

Iz zgornje analogije je videti, da je obtežni vzorec povezan s profilom prednapetih kablov (to je za statično določene konstrukcije). Vpliv horizontalnih kablov za prednapenjanje ne povzroča prečne sile na betonski element. Prednapeti kabli v trikotni obliki povzročajo tudi prečno silo. Kabli za prednapenjanje v obliki parabole pa povzročajo poleg prečne sile tudi porazdeljeno obtežbo. Poleg tega vsak profil prednapetih kablov povzroča osno silo vzdolž betonskega elementa. Pri statično nedoločenih konstrukcijah dobimo dodatne notranje sile zaradi sekundarnih vplivov prednapetja.

Vpliv kablov za prednapenjanje (za statično določene konstrukcije) si lahko predstavljamo kot vsiljen upogibni moment ali pa kot porazdeljeno prečno obtežbo (poleg vsiljene prečne in osne sile v sidriščih). V izračunih se učinek prednapetja lahko upošteva na naslednja dva načina (slika 6.13):

- kot osno in prečno silo v sidriščih ter upogibni momenti vzdolž betonskega elementa,
 ki je posledica sile prednapetja in njene ekscentričnosti (slika 6.13(b)),
- kot osno in prečno silo v sidriščih ter nadomestno porazdeljeno prečno obtežbo vzdolž betonskega elementa (slika 6.13(c)). Nadomestna porazdeljena prečna obtežba bo seveda dala diagram upogibnega momenta prikazanega na sliki 6.13(b).

V kolikor so prednapeti kabli na koncih betonskega elementa (v sidriščih) horizontalni, ne povzročajo prečne sile v sidriščih (to je seveda le pri statično določenih konstrukcijah).



Slika 6.13 Nadomestne obtežbe za prednapet kabel v obliki kvadratne parabole za statično določeno konstrukcijo (prirejeno po Khan, Williams, 1995: str. 111)

Pri varianti na sliki 6.13(b), kjer vpliv prednapetih kablov predstavljajo osna in prečna sila ter upogibni momenti, lahko v poljubni točki *x* določimo upogibni moment M_y prostoležečega nosilca. Naj bo y_m ordinata prednapetih kablov v sredini razpona merjena od središča prereza, potem je $y = Ax^2 + y_m$ ekscentričnost prednapetih kablov. Upogibni moment je:

$$M_{\gamma} = P \cdot y = P \cdot (Ax^2 + y_m).$$

Ta upogibni moment lahko superponiramo z upogibnimi momenti, ki nam jih povzroča projektna obtežba.

Pri varianti na sliki 6.13(c), kjer vpliv prednapetih kablov predstavljajo osna in prečna sila ter nadomestna porazdeljena prečna obtežba, naj bo ekscentričnost kablov (e) na sredini razpona prostoležečega nosilca. Za statično ravnotežje mora veljati, da je upogibni moment v sredini razpona zaradi ekscentričnosti sile prednapetja, ekvivalenten upogibnemu momentu zaradi porazdeljene prečne obtežbe w_e :

$$M = P \cdot e = \frac{w_e \cdot L^2}{8}$$
$$w_e = \frac{8Pe}{L^2}.$$

Nadomestna prečna obtežba na sliki 6.13(c) deluje navzgor in tako uravnoteži del projektnih obtežb. Obe zgornji varianti sta pravilni in se lahko uporabita pri analizi prednapetega statično določenega konstrukcijskega elementa.

V statično nedoločenih konstrukcijah, ekscentričnost kablov za prednapenjanje povzroči takšno deformiranje konstrukcije, da se v splošnem pojavijo reakcije v podporah. Reakcije, ki nastopijo v podporah, povzročajo sekundarne oziroma parazitne vplive prednapetja. Obremenitve (upogibni moment in prečna sila), ki so posledica teh reakcij, pa so vsiljene ali parazitne obremenitve (Novak, 2010). Za lažjo predstavo je to ponazorjeno na sliki 6.14 za dvopoljni nosilec.



Slika 6.14 Sekundarni oziroma parazitni vplivi prednapetja pri statično nedoločenih konstrukcijah (Khan, Williams, 1995: str. 113)

Slika 6.14(b) prikazuje prednapeti nosilec, pri katerem je srednja podpora sproščena, nosilec pa se pomakne za δ navzgor. Na sliki 6.14(c) so prikazane potrebne reakcije v podporah, da se ne zgodi pomik nosilca za δ . Posledica teh reakcij je upogibni moment (ki predstavlja parazitno obremenitev) prikazan na sliki 6.14(e). Končni upogibni momenti so prikazani na sliki 6.14(f), ki so vsota primarnih momentov (slika 6.14(d)) in upogibnih momentov zaradi parazitnih obremenitev. Primarni moment je seveda za horizontalne prednapete kable $M = -P \cdot e$, kjer je *e* ekscentričnost prednapetih kablov, *P* pa sila prednapetja.

Možno je določiti tudi takšen profil prednapetih kablov, da zaradi prednapetja ne dobimo dodatnih reakcij. Takšno linijo kablov imenujemo konkordantna linija kablov (Saje, 2011).

6.6 Izgube sile prednapetja pri prednapetih ploščah po SIST EN 1992-1-1:2005

Izgube sile prednapetja so dejansko padci nateznih napetosti v kablih za prednapenjanje.

Izgube niso samo trenutne, trajajo vso življenjsko dobo prednapete plošče. Časovno jih tako lahko razdelimo na kratkotrajne oziroma trenutne izgube sile prednapetja $\Delta P_i(x)$:

- padec sile prednapetja zaradi zdrsa v sidrni glavi ΔP_{sl} ,
- padec sile prednapetja zaradi trenja $\Delta P_{\mu}(x)$,
- padec sile prednapetja zaradi kratkotrajne relaksacije jekla ΔP_r ,
- padec sile prednapetja zaradi elastične deformacije betona ΔP_{el} ,

ter časovno odvisne izgube sile prednapetja $\Delta P_{c+s+r}(x)$, ki so posledica lezenja in krčenja betona ter dolgotrajne relaksacije prednapetega jekla.

Začetna sila prednapetja $P_{m0}(x)$ (v času $t = t_0$), ki na oddaljenosti x od poteznega kabla deluje na beton takoj po napenjanju in sidranju (pri naknadnem napenjanju) oziroma po prenosu sile prednapetja na beton (pri predhodnem napenjanju), se dobi tako, da se od napenjalne sile P_{max} odštejejo trenutne začetne izgube $\Delta P_i(x)$:

$$P_{m0}(x) = P_{max} - \Delta P_i(x). \tag{33}$$

Za določitev srednje vrednosti sile prednapetja $P_{m,t}(x)$ v času $t > t_0$, je potrebno upoštevati še časovno odvisne izgube prednapetja $\Delta P_{c+s+r}(x)$:

$$P_{m,t}(x) = P_{m0}(x) - \Delta P_{c+s+r}(x),$$

$$P_{m,t}(x) = P_{max} - \Delta P_i(x) - \Delta P_{c+s+r}(x).$$
(34)

V nadaljevanju tega poglavja so opisane izgube sile prednapetja po standardu SIST EN 1992-1-1:2005.

OPOMBA: Pri toplotni negi se izgube zaradi krčenja betona in relaksacije jekla spremenijo in jih je treba ustrezno oceniti (glej t. 3.1.4, SIST EN 1992-1-1:2005).

6.6.1 Trenutne izgube sile prednapetja $\Delta P_i(x)$

 Padec sile prednapetja zaradi zdrsa v sidrni glavi ∆P_{sl} (t. 5.10.5.3, SIST EN 1992-1-1:2005)

V računu je treba upoštevati izgube, ki se med postopkom sidranja po napenjanju pojavijo v sidrnih glavah, in izgube zaradi deformacij sidrišč.

Velikost izgub sile prednapetja v sidrnih glavah so podane v ustreznem evropskem tehničnem soglasju, ki je podatek proizvajalca. Evropsko tehnično soglasje izda Evropska organizacija za tehnična soglasja in ima časovno omejeno veljavnost.

• Padec sile prednapetja zaradi trenja $\Delta P_{\mu}(x)$ (t. 5.10.5.2, SIST EN 1992-1-1:2005)

Izgube zaradi trenja $\Delta P_{\mu}(x)$ v naknadno napetih kablih se lahko ocenijo z izrazom:

$$\Delta P_{\mu}(x) = P_{max} \left(1 - e^{-\mu(\theta + kx)} \right). \tag{35}$$

Vrednosti μ in k se načeloma vzame iz ustreznega evropskega tehničnega soglasja, če pa jih tam ni moč dobiti, se za koeficient nenamerne spremembe smeri notranjih kablov upošteva vrednost iz intervala 0,005/m < k < 0,01/m, za koeficient trenja μ pa vrednosti podane v preglednici 5.1, t. 5.10.5.2, SIST EN 1992-1-1:2005.

Kjer so:

- θ vsota horizontalnih in vertikalnih kotov sprememb smeri kablov (ne glede na smer in predznak) do razdalje x,
 μ koeficient trenja med kablom in cevjo,
 k koeficient nenamerne spremembe smeri notranjih kablov na enoto dolžine,
 x oddaljenost obravnavanega mesta od napenjalne glave.
- Padec sile prednapetja zaradi kratkotrajne relaksacije jekla ΔP_r (prirejeno po t. 3.3.2, SIST EN 1992-1-1:2005)

Padec prednapetja zaradi relaksacije se lahko dobi iz certifikatov proizvajalcev, ki temeljijo na kontroli proizvodnje ali pa ga je treba kot razmerje med padcem napetosti in začetno napetostjo prednapetja v odstotkih določiti z uporabo enega izmed ustreznih izrazov. V standardu SIST EN 1992-1-1:2005 so v ta namen podani izrazi (3.28) do (3.30). Prvotnim vrednostim relaksacije se po Lopatič-u (2013) bistveno bolje približamo z uporabo izrazov:

Razred 1:
$$\frac{\Delta \sigma_{pr}}{\sigma_{pi}} = 37,23 \rho_{1000} e^{4,63\mu} \left(\frac{t}{1000}\right)^{0,75(1-\mu)} 10^{-5}$$
 za žice in vrvi za prednapenjanje, (36)

$$\frac{\text{Razred}}{2:} \quad \frac{\Delta \sigma_{pr}}{\sigma_{pi}} = 8,26\rho_{1000}e^{6,74\mu} \left(\frac{t}{1000}\right)^{0,75(1-\mu)} 10^{-5} \qquad \text{za kable za prednapenjanje z} \\ \text{nizko relaksacijo,}$$
(37)

$$\frac{\text{Razred}}{3:} \quad \frac{\Delta \sigma_{pr}}{\sigma_{pi}} = 8,37 \rho_{1000} e^{6,70\mu} \left(\frac{t}{1000}\right)^{0,75(1-\mu)} 10^{-5} \qquad \text{za vroče valjane in obdelane} \qquad (38)$$

Pri tem je *t* čas v urah. Pri predhodnem prednapenjanju je σ_{pi} največja natezna napetost kabla, zmanjšana za takojšnje izgube, ki se izvršijo med postopkom napenjanja. Pri naknadnem prednapenjanju pa je σ_{pi} absolutna vrednost začetnega prednapetja, $\sigma_{pi} = \sigma_{pm0}$. Izraz (36) velja za žice in vrvi z normalno relaksacijo (razred 1), izraz (37) velja za kable za prednapenjanje z nizko relaksacijo (razred 2), izraz (38) pa za vroče valjane in obdelane palice (razred 3).

Kadar se izguba zaradi relaksacije računa za različne časovne intervale (faze) in kadar se zahteva večja natančnost, je treba upoštevati napotke iz dodatka D, SIST EN 1992-1-1:2005.

Učinek toplotne obdelave na izgubo prednapetja zaradi relaksacije jekla za prednapenjanje upoštevamo tako, da času po napenjanju *t* v izrazih ((36), (37) in (38)) dodamo ustrezen čas t_{eq} (t. 10.3.2.2, SIST EN 1992-1-1:2005):

$$t_{eq} = \frac{1,14^{T_{max}-20}}{T_{max}-20} \sum_{i=1}^{n} (T_{(\Delta t_i)} - 20) \Delta t_i.$$
(39)

Kjer so:

- $-\Delta\sigma_{pr}$ absolutna vrednost izgube prednapetja zaradi relaksacije,
- $\mu = \sigma_{pi}/f_{pk}$ raven začetne napetosti,
- f_{pk} karakteristična natezna trdnost jekla za prednapenjanje,

- ρ_{1000} delež padca napetosti zaradi relaksacije v prvih 1000 urah pri temperaturi T = 20 °C (v %),

- t_{ea} ustrezen dodatni čas (v urah),
- $T_{(\Delta t_i)}$ temperatura (v °C) v časovnem intervalu Δt_i ,
- T_{max} najvišja temperatura (v °C) med toplotno obdelavo.
- Padec sile prednapetja zaradi elastične deformacije betona ΔP_{el} (t. 5.10.5.1, SIST EN 1992-1-1:2005)

Za padec sile prednapetja ΔP_{el} zaradi zaporednega napenjanja kablov se lahko privzame srednja vrednost padca sile prednapetja v vsakem kablu, ki je določena z izrazom:

$$\Delta P_{el} = A_p \cdot E_p \cdot \sum \left[\frac{j \cdot \Delta \sigma_c(t)}{E_{cm}(t)} \right].$$
(40)

Kjer so:

$\begin{array}{rcl} x, & & & \\ & & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & & \\ & & & $	_	A_p	ploščina prečnega prereza vseh prednapetih kablov na razdalji
$ E_p$ modul elastičnosti prednapetega jekla, $ j = (n-1)/(2n)$ koeficient, ki je odvisen od števila enakih zaporedno napet kablov n (kot približek za j se lahko vzame kar $j = 0,5$, p spremembah, ki so posledice stalnih vplivov, ki nastopijo p napetju obravnavanega kabla, pa se upošteva $j = 1,0$), $ \Delta \sigma_c$ sprememba napetosti betona na mestu težišča kablov, modul elastičnosti betona.			х,
$-j = (n-1)/(2n)$ koeficient, ki je odvisen od števila enakih zaporedno napet kablov n (kot približek za j se lahko vzame kar $j = 0,5$, g spremembah, ki so posledice stalnih vplivov, ki nastopijo g napetju obravnavanega kabla, pa se upošteva $j = 1,0$), $-\Delta\sigma_c$ sprememba napetosti betona na mestu težišča kablov, modul elastičnosti betona.	_	E_p	modul elastičnosti prednapetega jekla,
kablov n (kot približek za j se lahko vzame kar $j = 0.5$, gspremembah, ki so posledice stalnih vplivov, ki nastopijo gnapetju obravnavanega kabla, pa se upošteva $j = 1,0$),- $\Delta \sigma_c$ - E_{cm} modul elastičnosti betona.	_	j = (n-1)/(2n)	koeficient, ki je odvisen od števila enakih zaporedno napetih
spremembah, ki so posledice stalnih vplivov, ki nastopijo p napetju obravnavanega kabla, pa se upošteva $j = 1,0$), - $\Delta \sigma_c$ sprememba napetosti betona na mestu težišča kablov, - E_{cm} modul elastičnosti betona.			kablov n (kot približek za j se lahko vzame kar $j = 0,5$, pri
napetju obravnavanega kabla, pa se upošteva $j = 1,0$),- $\Delta \sigma_c$ sprememba napetosti betona na mestu težišča kablov,- E_{cm} modul elastičnosti betona.			spremembah, ki so posledice stalnih vplivov, ki nastopijo po
$ \Delta \sigma_c$ sprememba napetosti betona na mestu težišča kablov, $ E_{cm}$ modul elastičnosti betona.			napetju obravnavanega kabla, pa se upošteva $j = 1,0$),
$- E_{cm}$ modul elastičnosti betona.	_	$\Delta \sigma_c$	sprememba napetosti betona na mestu težišča kablov,
	_	E _{cm}	modul elastičnosti betona.

6.6.2 Padec sile prednapetja zaradi časovno odvisnih izgub sile prednapetja ΔP_{c+s+r} (t. 5.10.6, SIST EN 1992-1-1:2005)

Časovno odvisne padce sile prednapetja ΔP_{c+s+r} na mestu *x*, zaradi vseh treh reoloških vplivov pri delovanju trajne obtežbe, določimo z izrazom:

$$\Delta P_{c+s+r} = A_p \Delta \sigma_{p,c+s+r} = A_p \frac{\varepsilon_{cs} E_p + 0.8\Delta \sigma_{pr} + \frac{E_p}{E_{cm}} \phi(t, t_0) \sigma_{c,QP}}{1 + \frac{E_p}{E_{cm}} \frac{A_p}{A_c} \left(1 + \frac{A_c}{I_c} z_{cp}^2\right) \left[1 + 0.8\phi(t, t_0)\right]}.$$
(41)

Kjer so:

- $\Delta \sigma_{p,c+s+r}$ absolutna vrednost spremembe napetosti v kablih na razdalji *x* v času *t* zaradi lezenja, krčenja in relaksacije,
- ε_{cs} absolutna vrednost ocenjene deformacije krčenja betona,
- *E_p* modul elastičnosti prednapetega jekla,
- E_{cm} modul elastičnosti betona,
- $\begin{array}{ll} & \Delta\sigma_{pr} & \text{absolutna vrednost spremembe napetosti v kablih na mestu } x \text{ v} \\ & \check{\text{casu }} t \text{ zaradi relaksacije prednapetega jekla, ki je določena za } \\ & \text{napetost v kablih zaradi začetnega prednapetja in navidezno } \\ & \text{stalnega vpliva } \sigma_p = \sigma_p(G + P_{m0} + \psi_2 \cdot Q), \end{array}$
- $-\phi(t,t_0)$ količnik lezenja v času *t* zaradi obtežbe, ki je nastopila v času t_0 ,
- $\sigma_{c,QP}$ napetost betona ob kablih zaradi lastne teže, začetnega prednapetja in drugih ustreznih navidezno stalnih vplivov,

_	A_p	ploščina prečnega	prereza vse	eh prednapetih	kablov na	mestu
		х,				

- *A_c* ploščina betonskega prereza,
- I_c upogibni vztrajnostni moment betonskega prereza,
- z_{cp} oddaljenost težišča kablov od težišča betonskega prereza.

6.7 Dovoljene napetosti v betonu po SIST EN 1992-1-1:2005

Napetost betona σ_c v času napenjanja ali sprostitve sidrišč *t* je zaradi nevarnosti vzdolžnih razpok omejena na:

$$\sigma_c \le 0.6 f_{ck}(t), \tag{42}$$

kjer je $f_{ck}(t)$ karakteristična tlačna trdost betona v času napenjanja, določena z izrazom:

$$f_{ck}(t) = f_{cm}(t) - 8 \text{ MPa} \qquad za \ 3 < t < 28 \text{ dni},$$

$$f_{ck}(t) = f_{ck}(28 \text{ dni}) = f_{ck} \qquad za \ t \ge 28 \text{ dni}.$$
(43)

Pri tem je $f_{cm}(t)$ srednja vrednost tlačne trdnosti »t« dni starega betona. Če se z ukrepi (povečanje krovnega sloja armature v tlačni coni ali objetje tlačne cone s stremensko armaturo) lahko zagotovi ali pa z eksperimenti ali izkušnjami lahko dokaže, da je nastanek vzdolžnih razpok preprečen, se napetost betona predhodno prednapetih elementov v času vnosa prednapetja lahko poveča na $0.7f_{ck}(t)$ po slovenskem nacionalnem dodatku.

Pri navidezno stalnih kombinacijah vplivov pa napetost betona σ_c ne sme trajno preseči vrednosti:

$$\sigma_c \le 0.45 f_{ck} (t), \tag{44}$$

sicer je potrebno lezenje betona obravnavati po nelinearni teoriji lezenja.

6.8 Problem preboja pri prednapetih ploščah

V nekaterih primerih se navpična komponenta V_{pd} , ki je posledica nagnjenih prednapetih kablov, ki prečkajo kontrolni prerez, lahko upošteva kot ugoden učinek (slika 6.15). Za določitev armature proti preboju se v računskem dokazu preboja lahko upoštevajo le navpične komponente sile v tistih prednapetih kablih, ki potekajo znotraj razdalje 0,5*d* od stebra (SIST-EN 1992-1-1, 2005). Sila V_{pd} se lahko odšteje od reakcije v stebru V_{Ed} . V

primeru porušitve plošče na preboj lahko prednapeti kabli še zmeraj prenašajo delež strižnih obremenitev kot kabelski sistem (Ritz, in sod., 1985).



Slika 6.15 Vertikalna komponenta V_{pd} , ki je posledica prednapetih kablov, ki prečkajo kontrolni prerez in prednapeti kabli, ki potekajo znotraj razdalje 0,5*d* od stebra (prirejeno po Kallage, 1993: str. 193)

7 ZAKLJUČEK DIPLOMSKE NALOGE

V sklopu diplomske naloge smo se posvetili modeliranju plošč na stebrih in nosilcih z metodo končnih elementov, analizirali pa smo jih v programu SAFE. Podrobneje smo obravnavali problem preboja stebrov skozi ploščo po standardu SIST EN 1992-1-1:2005. Naredili smo analize preboja treh stebrov fiktivne armiranobetonske konstrukcije s »peš« računom, rezultate pa smo primerjali z rezultati dobljenimi s programom SAFE. V zadnjem delu diplomske naloge smo se teoretično posvetili prednapetim ploščam na stebrih.

V poglavju 3 smo z metodo končnih elementov v programu SAFE analizirali dve različni medetažni konstrukciji, ki sta bili podprti s stebri in nosilci. Podatke o medetažnih konstrukcijah smo povzeli iz priročnikov programa SAFE. Dobljene rezultate z analizo v programu SAFE smo primerjali z rezultati, ki jih podajata priročnika obravnavanih konstrukcij. Za obe medetažni konstrukciji smo poskušali najti ustrezen način za podajanje karakteristik prečnih prerezov nosilcev (upogibni vztrajnostni moment, torzijski vztrajnostni moment in strižni prerez), ki bi zadovoljivo opisale obnašanje nosilcev oziroma medetažne konstrukcije. Nosilce smo pri tem modelirali z linijskimi končnimi elementi za brane ali prostorske nosilce, upoštevali pa smo jih z različnimi ekscentričnostmi. Skladno z izbranimi linijskimi končnimi elementi za nosilce (za brane ali prostorske nosilce) smo modelirali plošče s ploskovnimi končnimi elementi za plošče ali lupine. Rezultati mojih analiz so se delno ujemali z rezultati analiz, ki jih podajata priročnika obravnavanih konstrukcij. Ugotovili pa smo, da se dobljene statične višine modeliranih nosilcev v računskem modelu iz karakteristike prečnega prereza nosilcev (upogibnega vztrajnostnega momenta), ki je opisana v priročniku, ne skladajo s podanimi geometrijami prečnih prerezov nosilcev v priročniku. Za navodila, kako v splošnem postopati pri takšnih primerih, pa bi bilo potrebno izvesti dodatne analize, ki presegajo okvir te diplomske naloge.

Standard SIST EN 1992-1-1:2005 podaja v t. 6.4 napotke za račun preboja stebrov skozi ploščo. V poglavju 4 diplomske naloge je narejen povzetek standarda SIST EN 1992-1-1:2005 za kontrolo preboja plošč na stebrih za primer zvezno razporejene obtežbe. Prav tako so narejene računske kontrole preboja po standardu SIST EN 1992-1-1:2005 v poglavju 5. Standard SIST EN 1992-1-1:2005 je bilo potrebno za obravnavano vsebino diplomske naloge podrobneje preučiti. Omeniti velja napako v standardu SIST EN 1992-1-1:2005 na sliki 6.12: b) ter prav tako ekvivalentno napako v priročniku Priročnik za projektiranje gradbenih konstrukcij po Evrokod standardih na sliki 2-36, kjer je dodatni kontrolni obseg definiran s polmerom r_{cont} . To je v kontradikciji z definicijami kontrolnega radija r_{cont} na slikah 6.17 in 6.18 standarda SIST EN 1992-1-1:2005 ter slikah 2-40 in 2-41 priročnika Priročnik za projektiranje gradbenih konstrukcij po Evrokod standardik po Evrokod standardih. V diplomski nalogi je bila napaka upoštevana in je na sliki 4.4 izveden ustrezen popravek: polmer r_{cont} je izbrisan. Kot je vidno v poglavju 4 preverjamo prebojno strižno nosilnost plošče (brez strižne armature) v enem ali dveh osnovnih kontrolnih prerezih. V standardu SIST EN 1992-1-1:2005 je na

strani 99 napisano: »Strižno odpornost je treba preveriti ob robu stebra in v osnovnem kontrolnem obsegu u_1 .« ter na strani 101: »Kontrolni prerez je prerez, ki sledi kontrolnemu obsegu in se razprostira preko statične višine *d*.« Na sliki 6.18 standarda SIST EN 1992-1-1:2005 (to je slika 4.7 v diplomski nalogi) vidimo, da sta osnovna kontrolna prereza 2. Ista napaka je storjena tudi v priročniku Priročnik za projektiranje gradbenih konstrukcij po Evrokod standardih na strani 2-56. Zaradi takšnih kontradikcij in napak se je razumevanje standarda SIST EN 1992-1-1:2005 glede preboja izkazalo za zahtevno. Z bolj točnimi definicijami in bolj pregledno urejeno strukturo vsebine poglavja bi projektantom olajšali delo, prav tako pa bi se verjetnost možnosti za storjene napake zmanjšala.

Kot že omenjeno smo v poglavju 5 naredili »peš« račun preboja notranjega, robnega in vogalnega stebra fiktivne armiranobetonske plošče. Ker strižna nosilnost plošče brez strižne armature ni bila za nobenega od kontroliranih stebrov zadostna, smo določili še potrebno strižno armaturo proti preboju stebra skozi ploščo. Rezultate »peš« računa smo primerjali z rezultati, ki jih je izračunal program SAFE. SAFE v sklopu računa preboja poda količnik preboja (ang. punching shear ratio), s katerim izrazi razmerje med projektno vrednostjo strižne napetosti v_{Ed} in projektno vrednostjo prebojne strižne odpornosti plošče (brez strižne armature) $v_{Rd.c.}$ V kolikor je ta količnik več kot 1, je potrebno zagotoviti ustrezno strižno armaturo proti preboju. SAFE na takšen način pregledno in enostavno projektantu predstavi nosilnost plošče. Poleg tega preveri strižno nosilnost proti preboju in javi opozorilo, če je le ta premajhna. Ugotovili smo, da so količniki preboja, ki jih je izračunal SAFE za obravnavano konstrukcijo na varni strani, vendar je pri izračunu storil nekaj napak. Reakcije v stebrih je zmanjšal, kar po standardih EN 1992-1-1:2004 in SIST EN 1992-1-1:2005 ni dovoljeno. Potrebno upogibno armaturo za izračun projektne vrednosti prebojne strižne odpornosti plošče je določil na poenostavljen način, ki ni v skladu s standardoma EN 1992-1-1:2004 in SIST EN 1992-1-1:2005. Podatki, ki jih poda v zvezi s potrebnim armiranjem proti preboju pa niso zadostni.

SAFE se je pri izračunih, ki so bili narejeni za diplomsko nalogo, izkazal za uporabniku prijazen program. Delo s programom je enostavno in hitro, vendar bi sama enostavnost programa lahko povzročala težave pri projektiranju večjih in bolj zahtevnih objektov. Pri analizi preboja je program sicer podal rezultate, ki so na varni strani, vendar bi bilo potrebno za projektiranje dejanskih plošč na stebrih (po standardu EN 1992-1-1) popraviti algoritme za izračun preboja, saj so ponekod vrednosti rezultatov tudi dvakrat (ali trikrat) večje od rezultatov izračunanih s »peš« računom. Na primer toliko večje količine armature, kot jih je izračunal SAFE od »peš« računa pri naši konstrukciji, so lahko za investitorja neekonomične. Za uporabo v namene učnih procesov fakultete pa lahko program ocenimo kot zadovoljiv.

VIRI

Beg, D. (ur.), Pogačnik, A. (ur.). 2009. Priročnik za projektiranje gradbenih konstrukcij po Evrokod standardih. Ljubljana, Inženirska zbornica Slovenije: str. 2-5 do 2-60, 2-85.

Bletzinger, K.-U. 2001. Theory of Plates, Part II: Plates in bending. Munchen, Technische Universitat Munchen: str. 9, 45, 46.

CSI Analysis Reference Manual. 2008. Berkeley, Computers and Structures, Inc.: 148 str.

Example 08. 2012. Software Verification, Computers and Structures, Inc.: 1-8 str.

Example 09. 2012. Software Verification, Computers and Structures, Inc.: 1-8 str.

Example Eurocode 2-04 RC-PN-001. 2013. Software Verification, Computers and Structures, Inc.: 4 str.

Kallage, M. R. 1993. Punching Shear Strenght of Continuous Post-tensioned Concrete Flat Plate. Ottawa, University of Ottawa, Faculty of Engineering: 193 f.

Key Features and Terminology. 2009. Berkeley, Computers and Structures, Inc.: str. 39, 40.

Khan, S., Williams, M. 1995. Post-tensioned Concrete Floors. Eastbourne, Antony Rowe Ltd: str. 61-64, 74-77, 93-94, 108-113.

Lopatič, J. 2013. Betonske konstrukcije I - predavanja. Študijsko gradivo. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo: f. 25, 26.

Moy, S. S. J. 1996. Plastic Methods for Steel and Concrete Structures. London, Macmillan Press Ltd: 206 str.

Post-Tensioned Concrete Design Manual. 2012. Berkeley, Computers and Structures, Inc.: str. 19, 23-32, 39, 40, 228.

Reinforced Concrete Design Manual. 2010. Berkeley, Computers and Structures, Inc.: str. 155, 157.

Ritz, P., Matt, P., Tellenbach, C., Schlub, P., Aeberhard, H. U. 1985. Post-Tensioned Slabs. Berne, VSL INTERNATIONAL LTD. Tehnično poročilo 4.2: 9.

Saje, F. 2011. Masivne konstrukcije II. Študijsko gradivo. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo: f. 10-13, 26, 30-32, 45.

Standardi:

SIST EN 1992-1-1:2005. Evrokod 2: Projektiranje betonskih konstrukcij - 1-1. del: Splošna pravila in pravila za stavbe.

Elektronski viri:

Arab, A. A., Badie, S. S., Manzari, M. T. 2011. A methodological approach for finite element modeling of pretensioned concrete memebers at the release of pretensioning. Engineering Structures 33, 6: 1918-1929.

http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S014102961100099X (Pridobljeno 13. 3. 2013.)

ARE - Structural Systems. 2013. <u>http://test.classconnection.s3.amazonaws.com/168/flashcards/70168/png/screen_shot_2011</u> <u>-04-06_at_1.07.13_pm.png</u> (Pridobljeno 10. 11. 2013.)

Balvac Ltd. 2013. Post Tensioning – Filter Bed Strenghtening, Flint WwTw. <u>http://www.balvac.co.uk/upload/news/Filter Bed Strengthening Flint.pdf</u> (Pridobljeno 13. 3. 2013.)

Bartol, J. 2007. Problem striga pri ploščah na stebrih. Diplomska naloga. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo, Konstrukcijska smer (samozaložba J. Bartol): 61 str.

http://drugg.fgg.uni-lj.si/492/1/GRV_0282_Bartol.pdf (Pridobljeno 28. 11. 2013.)

BBR VT International Ltd. 2013. Post-tensioning. <u>http://www.bbrnetwork.com/index.php?id=87&no_cache=1&cid=311&did=15&sechash=a30af</u> <u>dc9</u> (Pridobljeno 3. 4. 2013.)

Bratina, S. 2012a. Prednapeta votla plošča. Študijsko gradivo. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo: f 1, 9.

http://www.fgg.uni-

lj.si/kmlk/Sebastjan/masivne%20konstrukcije%20II/10.vaja prednapeta votla plo%C5%A1% C4%8Da.pdf (Pridobljeno 23. 3. 2013.)

Bratina, S. 2012b. Račun mejne nosilnosti AB plošč po metodi porušnih linij. Študijsko gradivo. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo: f. 1, 9. <u>http://www.fgg.uni-</u>lj.si/kmlk/Sebastjan/masivne%20konstrukcije%20II/8.vaja metoda porusnih linij.pdf

<u>lj.si/kmlk/Sebastjan/masivne%20konstrukcije%20II/8.vaja metoda porusnih lir</u> (Pridobljeno 28. 11. 2013.)

Caprani, C. 2013. Punching Shear. <u>http://www.colincaprani.com/files/notes/Punching%20shear.pdf</u> (Pridobljeno 8. 9. 2013.)

Charleson, A. 2013. <u>http://www.nexus.globalquakemodel.org/gem-building-taxonomy/overview/glossary/flat-slab-plate-or-waffle-slab--lfls</u> (Pridobljeno 10. 11. 2013.)

Cirak, F. 2013. Finite Element Formulation for Plates. <u>http://www-g.eng.cam.ac.uk/csml/teaching/4d9/4D9_handout3.pdf</u> (Pridobljeno 18. 11. 2013.)

Dujc, J., Brank, B. 2006. Račun mejne nosilnosti armiranobetonskih plošč = Limit load analysis of reinforced concrete plates. Gradbeni vestnik 55, 5: 126-132. <u>http://drugg.fgg.uni-lj.si/4452/1/Racun GV Brank k.pdf</u> (Pridobljeno 21. 11. 2013.)

Flat slabs. 2013. http://www.concretecentre.com/technical_information/building_solutions/frame_elements/sla bs/flat_slab.aspx (Pridobljeno 10. 11. 2013.)

Finite element method. 2013. http://en.wikipedia.org/wiki/Finite element method (Pridobljeno 17. 11. 2013.)

Finite element method in structural mechanics. 2013. <u>http://en.wikipedia.org/wiki/Finite element method in structural mechanics</u> (Pridobljeno 18. 11. 2013.)

Kirchhoff–Love plate theory. 2013. http://en.wikipedia.org/wiki/Kirchhoff%E2%80%93Love plate theory (Pridobljeno 12. 11. 2013.)

Mindlin-Reissner plate theory. 2013. http://en.wikipedia.org/wiki/Mindlin%E2%80%93Reissner plate theory (Pridobljeno 12. 11. 2013.)

Novak, G. 2010. Analiza prednapetih betonskih plošč na objektu »Emonika«. Diplomska naloga. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo, Konstrukcijska smer (samozaložba G. Novak): 3 str.

http://drugg.fgg.uni-lj.si/3218/1/GRU 3134 Novak Gregor Emonika.pdf (Pridobljeno 28. 11. 2013.)

Pukšič, D. 2013. Analiza in dimenzioniranje plošče na stebrih. Diplomska naloga. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo, Konstrukcijska smer (samozaložba D. Pukšič): 7 str.

http://drugg.fgg.uni-lj.si/4367/1/BG1024 Puksic.pdf

(Pridobljeno 28. 11. 2013.)

Reddy, J. N. 2012. Nonlinear finite element analysis with applications to solid and structural mechanics. Istanbul: 3 str.

http://www.ironix-conferences.com/COURSE%20BROCHURE NONLINEAR.pdf (Pridobljeno 18. 11. 2013.)

Ribbed slabs. 2013. http://www.kasetkalip.com/7.pdf (Pridobljeno 10. 11. 2013.)

SFGate. 2013. https://courses.cit.cornell.edu/arch264/notes/concrete-prop-systems.html (Pridobljeno 10. 11. 2013.)

VSL SYSTEMS/CZ/Ltd. 2013. Post-Tensioning System. http://en.vsl.cz/post-tensioning/1-post-tensioning-system/ (Pridobljeno 13. 3. 2013.)

Žinkovič, U. 2013. Metoda končnih elementov. Seminar. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za matematiko in fiziko (samozaložba U. Žinkovič): 1 str. <u>http://mafija.fmf.uni-lj.si/seminar/files/2012 2013/ZunkovicUros Seminar FEM v4.pdf</u> (Pridobljeno 23. 11. 2013.)

Prestressed concrete. 2013. http://en.wikipedia.org/wiki/Prestressed_concrete (Pridobljeno 13. 3. 2013.)

Concrete slab. 2013. http://en.wikipedia.org/wiki/Concrete slab (Pridobljeno 8. 11. 2013.)

Hollow-core slab. 2013.

http://en.wikipedia.org/wiki/Hollow-core slab (Pridobljeno 8. 11. 2013.)

WiseGEEK. 2013.

http://www.wisegeek.com/what-is-a-waffle-slab.htm (Pridobljeno 10. 11. 2013.)

Waffle slab. 2013. http://www.dictionaryofconstruction.com/definition/waffle-slab.html (Pridobljeno 10. 11. 2013.)

Weck, O., Kim, Y. 2004. Finite Element Method. http://web.mit.edu/16.810/www/16.810 L4 CAE.pdf (Pridobljeno 12. 11. 2013.)

Quora. 2013. http://www.quora.com/Civil-Engineers/Mushroom-Flat-Slabs (Pridobljeno 10. 11. 2013.)

Various types of slabs. 2013. http://www.ce.memphis.edu/6136/PDF_notes/F_slabs.pdf (Pridobljeno 8. 11. 2013.)

Answers. 2013. http://wiki.answers.com/Q/What_are_the_5_types_of_concrete_slabs#slide3 (Pridobljeno 8. 11. 2013.)

Ostali viri:

Bletzinger, K.-U. 2001. Theory of Plates, Part I: Plane Stress / Plane Strain. Munchen, Technische Universitat Munchen: str. 1-49.

Bletzinger, K.-U. 2001. Theory of Plates, Part III: Finite elements for plates in bending. Munchen, Technische Universitat Munchen: str. 1-37.

Finite Element Templates for Plate Bending. 2013. <u>http://www.colorado.edu/engineering/CAS/courses.d/AFEM.d/AFEM.Ch26.d/AFEM.Ch26.pdf</u> (Pridobljeno 23. 11. 2013.)

MKE Praktikum za ABAQUS. 2013. http://lace.uni-mb.si/Num_meth_konst/Praktikum/1%20-%20Uvod.pdf (Pridobljeno 23. 11. 2013.)