Univerza v Ljubljani Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo

Jamova cesta 2 1000 Ljubljana, Slovenija http://www3.fgg.uni-lj.si/

DRUGG – Digitalni repozitorij UL FGG http://drugg.fgg.uni-lj.si/

To je izvirna različica zaključnega dela.

Prosimo, da se pri navajanju sklicujte na bibliografske podatke, kot je navedeno:

Babič, A. 2013. Upogibne preiskave in modeliranje lameliranega stekla. Diplomska naloga. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo. (mentor Žarnić, R., somentor Antolinc, D.): 86 str.



Jamova cesta 2 SI – 1000 Ljubljana, Slovenia http://www3.fgg.uni-lj.si/en/

DRUGG – The Digital Repository http://drugg.fgg.uni-lj.si/

This is original version of final thesis.

When citing, please refer to the publisher's bibliographic information as follows:

Babič, A. 2013. Upogibne preiskave in modeliranje lameliranega stekla. B.Sc. Thesis. Ljubljana, University of Ljubljana, Faculty of civil and geodetic engineering. (supervisor Žarnić, R., co-supervisor Antolinc, D.): 86 pp.



Jamova 2 1000 Ljubljana, Slovenija telefon (01) 47 68 500 faks (01) 42 50 681 fgg@fgg.uni-lj.si

UNIVERZITETNI ŠTUDIJ GRADBENIŠTVA KONSTRUKCIJSKA SMER

Kandidat:

ANŽE BABIČ

UPOGIBNE PREISKAVE IN MODELIRANJE LAMELIRANEGA STEKLA

Diplomska naloga št.: 3314/KS

BENDING TESTS AND MODELLING OF LAMINATED GLASS

Graduation thesis No.: 3314/KS

Mentor: prof. dr. Roko Žarnić **Predsednik komisije:** izr. prof. dr. Janko Logar

Somentor: asist. David Antolinc

Član komisije: prof. dr. Janez Žmavc

Ljubljana, 26. 06. 2013

POPRAVKI

Stran z napako	Vrstica z napako	Namesto	Naj bo

IZJAVE

Podpisani Anže Babič izjavljam, da sem avtor diplomskega dela z naslovom »Upogibne preiskave in modeliranje lameliranega stekla«.

Izjavljam, da je elektronska različica v vsem enaka tiskani različici.

Izjavljam, da dovoljujem objavo elektronske različice v repozitoriju UL FGG.

Ljubljana, 9. 6. 2013

Anže Babič

IZJAVE O PREGLEDU NALOGE

Nalogo so si ogledali:

BIBLIOGRAFSKO – DOKUMENTACIJSKA STRAN IN IZVLEČEK

UDK:	666.155(043.2)		
Avtor:	Anže Babič		
Mentor:	prof. dr. Roko Žarnić, univ. dipl. inž. grad.		
Somentor:	asist. David Antolinc, univ. dipl. inž. grad.		
Naslov:	Upogibne preiskave in modeliranje lameliranega stekla		
Tip dokumenta:	diplomska naloga – univerzitetni študij		
Obseg in oprema:	86 str., 38 pregl., 20 sl., 54 graf., 85 en.		
Ključne besede:	Lamelirano steklo, toplotno obdelano steklo, štiritočkovni		
	upogibni test, EVA, PVB, metoda z efektivno višino, Newmarkov		
	model		

Izvleček

V diplomski nalogi so predstavljeni rezultati štiritočkovnega upogibnega preizkusa, ki je bil izveden na petnajstih preizkušancih iz toplotno obdelanega lameliranega stekla. Laminate sta sestavljali dve stekleni lameli z vmesno povezovalno folijo, za katero sta bila uporabljena dva različna materiala, polimera PVB in EVA SAFE. Prikazana je analiza vpliva vrste polimerne povezovalne plasti na obnašanje lameliranega stekla pred porušitvijo prve lamele, v postkritičnem območju in po porušitvi druge lamele. Poleg tega je prikazana primerjava eksperimentalnih ugotovitev z obstoječimi računskimi modeli, ki zajemajo analitični Newmarkov model, Zenkertovo metodo z efektivnim vztrajnostnim momentom, metodi z efektivno višino WB in EET ter numerični model na osnovi tridimenzionalnih končnih elementov, izdelan v programu SAP 2000, v15.0.0. Ultimate. V nadaljevanju je predstavljena študija vpliva polimerne folije na pomike in napetosti različnih konstrukcij, ki jih eksperimentalno nismo preizkusili. Prikazano je, katere konstrukcije so občutljivejše na različne polimerne folije in kje je sovprežno delovanje najmočnejše. Hkrati se je izvedla primerjava metod, pri čemer je bil poudarek na napetostih in pomikih, ki jih z različnimi metodami določimo po celotnih površinah konstrukcij.

BIBLIOGRAPHIC – DOCUMENTALISTIC INFORMATION AND ABSTRACT

UDC:	666.155(043.2)
Author:	Anže Babič
Supervisor:	Prof. Roko Žarnić, Ph.D.
Co-advisor	Assist. David Antolinc, B.Sc.
Title:	Bending tests and modelling of laminated glass
Document type:	Graduation Thesis – University studies
Scope and tools:	86 p., 38 tab., 20 fig., 54 graph., 85 eq.
Keywords:	Laminated glass, heat-strengthened glass, four point bending
	test, EVA, PVB, Effective thickness method, Newmark's model

Abstract

In this graduation thesis, results of a four point bending test are introduced. Fifteen subjects made of heat-strengthened laminated glass were tested. They consisted of two glass plies connected with an interlayer, for which two different polymers PVB and EVA SAFE were used. The analysis of the influence of polymer type on the behaviour of laminted glass was carried out separetly for elastic region, post-critical region and for the region of total failure of both glass plies. Also, a comparisson between experimental and numerical results is introduced. Numerical results were obtained with the analytical Newmark's model, Zenkert's effective moment of inertia method, WB and EET effective thickness methods and finite element method in SAP 2000, v15.0.0. Ultimate. Furthermore, a study of interlayer type's influence on stresses and displacements was carried out. It is shown which types of glass constructions are more affected by the change of interlayer and which ones have the strongest composite behaviour. In addition, a comparison of methods was made, in which stresses and displacements were tested throughout the construction surfaces.

ZAHVALA

Rad bi se zahvalil mentorju prof. dr. Roku Žarniću in somentorju asist. Davidu Antolincu za vso pomoč in usmerjanje pri izdelavi diplomske naloge.

Za pomoč v laboratoriju se zahvaljujem tudi g. Franciju Čeponu.

Prav posebna zahvala pa gre moji družini in vsem bližnjim, ki so me tekom študija tako in drugače podpirali, me vzpodbujali in mi stali ob strani.

KAZALO VSEBINE

Izjave		III
Izjave	o pregledu naloge	IV
Bibliog	grafsko – dokumentacijska stran in izvleček	V
Bibliog	graphic – documentalistic information and abstract	VI
Zahval	la	VII
1	UVOD	1
2	STEKLO	4
2.1	Vrste stekla in kemijska sestava	4
2.2	Fizikalne lastnosti in omejitve v uporabi	4
2.3	Utrjevanje stekla	5
2.3.1	Kaljeno steklo	5
2.3.2	Delno kaljeno steklo	6
3	LAMELIRANO STEKLO	7
3.1	Opis in značilnosti	7
3.2	Vzajemno delovanje plasti pri lameliranem steklu	7
3.3	Polimeri v vlogi povezovalnih strižnih plasti	9
3.3.1	PVB	9
3.3.2	EVA	9
3.3.3	Ostali materiali	
4	MODELIRANJE LAMELIRANEGA STEKLA	
4.1	Newmarkov model	11
4.2	Zenkertov model z efektivnim vztrajnostnim momentom	13
4.3	Wölfel-Bennisonova metoda z efektivno višino	
4.4	Metoda razširjene efektivne višine (EN Enhanced effective thickness method	<i>d</i> ali <i>EET</i>) 15
4.4.1	Uporaba EET pri linijskih konstrukcijah	15
4.4.2	Uporaba EET pri ploskovnih konstrukcijah	16
5	ŠTIRITOČKOVNI UPOGIBNI PREIZKUS	
5.1	Preizkušanci	
5.2	Priprava	
5.3	Protokol obremenjevanja	19
5.4	Rezultati	21

5.4.1	Elastično območje	21
5.4.2	Porušitev prve lamele	22
5.4.3	Postkritično območje	26
5.4.4	Dokončna porušitev	27
6	RAČUNSKO MODELIRANJE ŠTIRITOČKOVNEGA PREIZKUSA	29
6.1	Določitev parametrov	29
6.1.1	Togostni parametri	29
6.1.2	Geometrijski parametri	30
6.2	Newmarkov model	31
6.3	Metode z efektivno višino	33
6.3.1	Zenkertova metoda	33
6.3.2	Wölfel-Bennisonova metoda (WB)	33
6.3.3	Metoda razširjene efektivne višine (EET)	34
6.3.4	Metoda razširjene efektivne višine za ploskovne konstrukcije (EET 2D)	35
6.3.5	Uporaba efektivne višine	36
6.4	Model na osnovi končnih elementov	37
6.4.1	Razlike od metod z efektivnimi višinami	37
6.4.2	Linijski model	37
6.4.3	Ploskovni model	
6.4.4	Prostorski model	
6.5	Primerjava rezultatov računskih metod z eksperimentalnimi rezultati	40
7	ANALIZA MODELOV NA RAZLIČNIH KONSTRUKCIJAH	44
7.1	Obravnavane konstrukcije	44
7.2	Uporabljene metode	46
7.2.1	Newmarkov model	46
7.2.2	Metode z efektivno višino	47
7.2.3	Model na osnovi tridimenzionalnih končnih elementov	48
7.3	Rezultati	49
7.3.1	Vpliv povezovalne folije	49
7.3.1.1	Poves	49
7.3.1.2	Vzdolžni pomik	50
7.3.1.3	Osne sile v lamelah	52
7.3.1.4	Površinske napetosti	54
7.3.1.5	Napetosti po višini	56
7.3.2	Primerjava metod pri linijskih konstrukcijah	58

7.3.2.1	Primerjava največjih prečnih pomikov (povesov) in napetosti	58
7.3.2.2	Primerjava prečnih pomikov vzdolž panelov	61
7.3.2.3	Primerjava napetosti vzdolž panelov	64
7.3.3	Primerjava metod pri ploskovnih konstrukcijah	69
8	ZAKLJUČKI	80
VIRI		85

KAZALO PREGLEDNIC

Preglednica 1: Kemijska sestava stekla [1]	4
Preglednica 2: Fizikalne lastnosti stekla [1]	5
Preglednica 3: Strižni moduli polimera PVB pri različnih temperaturah in trajanju obremo	enitve
(v MPa) [11]	9
Preglednica 4: Strižni moduli polimera EVA pri različnih temperaturah in trajanju obrem	enitve
(v MPa) [13]	
Preglednica 5: Primerjava folij EVA in PVB [14, 15]	10
Preglednica 6: Pomiki, sile, deformacije in napetosti ob porušitvi	
Preglednica 7: Sile in pomiki v postkritičnem območju (Pmax je sila ob porušitvi prve la	mele,
Prez sila ob porušitvi druge lamele, urez maksimalni pomik v postkritičn	em
območju)	
Preglednica 8: Togostni parametri, uporabljeni pri modeliranju	
Preglednica 9: Geometrijski parametri, uporabljeni pri modeliranju	
Preglednica 10: Rezultati Zenkertove metode za prostoležeč nosilec z dvema točkovnima	silama33
Preglednica 11: Efektivne višine prostoležečega nosilca z dvema točkovnima silama, izpe	eljane iz
Zenkertove metode	
Preglednica 12: Rezultati Wölfel-Bennisonove metode pri prostoležečem nosilcu z dvema	a
točkovnima silama	
Preglednica 13: Rezultati metode EET za prostoležeč nosilec z dvema točkovnima silama	ι34
Preglednica 14: Rezultati metode EET 2D za prostoležeč nosilec z dvema točkovnima sil	ama36
Preglednica 15: Obravnavane linijske konstrukcije	
Preglednica 16: Obravnavane ploskovne konstrukcije	45
Preglednica 17: Poteki obtežbe in upogibnih momentov obravnavanih konstrukcij, ki jih	
uporabimo v Newmarkovem postopku	46
Preglednica 18: Efektivne višine različnih konstrukcij za določitev povesov	47
Preglednica 19: Efektivne višine različnih konstrukcij za določitev napetosti	47
Preglednica 20: Legenda tipov linijskih konstrukcij (po preglednici 15)	
Preglednica 21: Legenda tipov ploskovnih konstrukcij (po preglednici 16)	69
Preglednica 22: Relativni prečni pomiki prostoležeče plošče (konstrukcija e) s folijo EVA	. 70
Preglednica 23: Relativni prečni pomiki prostoležeče plošče (konstrukcija e) s folijo PVE	70
Preglednica 24: Relativni prečni pomiki točkovno podprte plošče (konstrukcija f) s folijo	EVA71
Preglednica 25: Relativni prečni pomiki točkovno podprte plošče (konstrukcija f) s folijo	PVB71
Preglednica 26: Relativni prečni pomiki delno vpete plošče (konstrukcija g) s folijo EVA	72
Preglednica 27: Relativni prečni pomiki delno vpete plošče (konstrukcija g) s folijo PVB	73

Preglednica 28:	Relativne površinske napetosti prostoležeče plošče (konstrukcija e) s folijo EVA	
	v smeri x	.74
Preglednica 29:	Relativne površinske napetosti prostoležeče plošče (konstrukcija e) s folijo PVB	
	v smeri x	.74
Preglednica 30:	Relativne površinske napetosti točkovno podprte plošče (konstrukcija f) s folijo	
	EVA v smeri x	.75
Preglednica 31:	Relativne površinske napetosti točkovno podprte plošče (konstrukcija f) s folijo	
	PVB v smeri x	.75
Preglednica 32:	Relativne površinske napetosti delno vpete plošče (konstrukcija g) s folijo EVA	
	v smeri x	.76
Preglednica 33:	Relativne površinske napetosti delno vpete plošče (konstrukcija g) s folijo PVB	
	v smeri x	.77
Preglednica 34:	Relativne površinske napetosti delno vpete plošče (konstrukcija g) s folijo EVA	
	v smeri y	.78
Preglednica 35:	Relativne površinske napetosti delno vpete plošče (konstrukcija g) s folijo PVB	
	v smeri y	.79
Preglednica 36:	Ugotovljene prednosti folije EVA v primerjavi s folijo PVB	.80
Preglednica 37:	Ustreznost uporabe različnih metod pri linijskih konstrukcijah	.83
Preglednica 38:	Odstopanja metode EET od MKE pri različnih ploskovnih konstrukcijah	84

KAZALO SLIK

Slika 1: S	Steklena hiša Carla Santambrogia v Milanu [3]	Ĺ
Slika 2: Z	Zaostale napetosti v kaljenem steklu [1]	5
Slika 3: U	Jpogibno obremenjena kompozitna konstrukcija s popolno strižno povezavo; a) vzdolžni	
Z	zamik lamel, b) razpored napetosti po višini	3
Slika 4: U	Jpogibno obremenjena kompozitna konstrukcija brez strižne povezave; a) vzdolžni zamik	
1	amel, b) razpored napetosti po višini	3
Slika 5: U	Jpogibno obremenjena kompozitna konstrukcija z realno strižno povezavo; a) vzdolžni	
Z	zamik lamel, b) razpored napetosti po višini	3
Slika 6: S	Shema obremenjevanja in položaj induktivnih merilcev pomikov LVDT18	3
Slika 7: T	۲loris preizkušanca in položaj elektro-uporovnih lističev SG19)
Slika 8: P	Preizkušanec med obremenjevanjem)
Slika 9: P	Primerjava napetosti pri različno razpokanih panelih z enakimi pomiki na sredini;	
8	a) model nerazpokanega nosilca, b) model nosilca z manjšim območjem razpok,	
C	c) model nosilca z večjim območjem razpok, d) potek napetosti, e) potek povesov23	3
Slika 10:	Primerjava napetosti pri različno razpokanih panelih z enakimi pomiki na sredini;	
	a) model nosilca z manjšim območjem razpok, b) model nosilca z večjim območjem	
	razpok, c) potek napetosti, d) potek povesov27	7
Slika 11:	Dokončna porušitev panela; a) porušna linija panela EVA, b) fragmenti stekla, ki so	
	odstopili od panela PVB	3
Slika 12:	Shema modela prostoležečega nosilca z dvema točkovnima silama, ki ga uporabimo v	
	Newmarkovi metodi	L
Slika 13:	Shema modela prostoležečega nosilca z dvema točkovnima silama, ki ga uporabimo v	
	metodi EET	ł
Slika 14:	Shema modela prostoležečega nosilca z dvema točkovnima silama, ki ga uporabimo v	
	metodi EET za ploskovne elemente	5
Slika 15:	Model enoplastnega homogenega prostoležečega nosilca z dvema točkovnima silama36	5
Slika 16:	Modeliranje prereza kompozitne konstrukcije z linijskimi končnimi elementi; a) prečni	
	prerez modela, b) razpored napetosti pri upogibni obremenitvi	7
Slika 17:	Modeliranje prereza kompozitne konstrukcije s ploskovnimi končnimi elementi	3
Slika 18:	Tridimenzionalni model upogibno obremenjenega prostoležečega nosilca iz končnih	
	elementov; a) mreža končnih elementov, b) deformacijska linija c) površinske napetosti	
	pri obtežbi 1 kN, d) napetosti po višini na sredini razpona pri obtežbi 1 kN)
Slika 19:	Model konzole na osnovi 3D končnih elementov	3
Slika 20:	Model prostoležeče plošče na osnovi 3D končnih elementov	3

KAZALO GRAFIKONOV

Grafikon 1: Merjene deformacije v odvisnosti od časa pri preizkušancu 15	20
Grafikon 2: Merjene deformacije in vsiljeni pomiki v odvisnosti od časa pri preizkušancu 13,	
kjer je hitrost obremenjevanja v skladu z zahtevami standarda [19]	21
Grafikon 3: Sila v odvisnosti od pomikov v elastičnem območju	22
Grafikon 4: Napetosti v odvisnosti od pomikov v elastičnem območju	22
Grafikon 5: Porušna napetost v odvisnosti od širine razpokanega območja	25
Grafikon 6: Sila v odvisnosti od pomikov postkritičnem območju	26
Grafikon 7: Strižni modul v odvisnosti od temperature pri času obremenjevanja 10 sekund	30
Grafikon 8: Primerjava računskih metod z eksperimentalnimi rezultati – povesi med	
štiritočkovnim preizkusom na panelih EVA	40
Grafikon 9: Primerjava računskih metod z eksperimentalnimi rezultati – povesi med	
štiritočkovnim preizkusom na panelih PVB	41
Grafikon 10: Primerjava računskih metod z eksperimentalnimi rezultati – napetosti med	
štiritočkovnim preizkusom na panelih EVA	41
Grafikon 11: Primerjava računskih metod z eksperimentalnimi rezultati – napetosti med	
štiritočkovnim preizkusom na panelih PVB	42
Grafikon 12: Poves prostoležečega nosilca (konstrukcija a)	49
Grafikon 13: Poves konzole s silo (konstrukcija b)	49
Grafikon 14: Poves konzole s porazdeljeno obtežbo (konstrukcija c)	50
Grafikon 15: Poves vpetega nosilca (konstrukcija d)	50
Grafikon 16: Vzdolžni pomiki lamel prostoležečega nosilca (konstrukcija a)	51
Grafikon 17: Vzdolžni pomiki lamel konzole s silo (konstrukcija b)	51
Grafikon 18: Vzdolžni pomiki lamel konzole s porazdeljeno obtežbo (konstrukcija c)	51
Grafikon 19: Vzdolžni pomiki lamel vpetega nosilca (konstrukcija d)	52
Grafikon 20: Osne sile v lamelah prostoležečega nosilca (konstrukcija a)	53
Grafikon 21: Osne sile v lamelah konzole s silo (konstrukcija b)	53
Grafikon 22: Osne sile v lamelah konzole s porazdeljeno obtežbo (konstrukcija c)	53
Grafikon 23: Osne sile v lamelah vpetega nosilca (konstrukcija d)	54
Grafikon 24: Površinske napetosti prostoležečega nosilca (konstrukcija a)	54
Grafikon 25: Površinske napetosti konzole s silo (konstrukcija b)	55
Grafikon 26: Površinske napetosti konzole s porazdeljeno obtežbo (konstrukcija c)	55
Grafikon 27: Površinske napetosti vpetega nosilca (konstrukcija d)	55
Grafikon 28: Razpored napetosti po višini prostoležečega nosilca (konstrukcija a)	56
Grafikon 29: Razpored napetosti po višini konzole s silo (konstrukcija b)	57
Grafikon 30: Razpored napetosti po višini konzole s porazdeljeno obtežbo (konstrukcija c)	57

Grafikon 31:	Razpored napetosti po višini vpetega nosilca (konstrukcija d)	.57
Grafikon 32:	Primerjava metod – največji povesi panelov EVA pri različnih tipih konstrukcij	.59
Grafikon 33:	Primerjava metod – največji povesi panelov PVB pri različnih tipih konstrukcij	.59
Grafikon 34:	Primerjava metod – največje napetosti panelov EVA pri različnih tipih konstrukcij	.60
Grafikon 35:	Primerjava metod – največje napetosti panelov PVB pri različnih tipih konstrukcij	.60
Grafikon 36:	Primerjava metod – prečni pomiki vrtljivo podprtih panelov EVA z enakomerno	
	porazdeljeno obtežbo (konstrukcija a)	.61
Grafikon 37:	Primerjava metod – prečni pomiki vrtljivo podprtih panelov PVB z enakomerno	
	porazdeljeno obtežbo (konstrukcija a)	.61
Grafikon 38:	Primerjava metod – prečni pomiki na enem robu vpetih panelov EVA s točkovno	
	silo na prostem robu (konstrukcija b)	.62
Grafikon 39:	Primerjava metod – prečni pomiki na enem robu vpetih panelov PVB s točkovno	
	silo na prostem robu (konstrukcija b)	.62
Grafikon 40:	Primerjava metod – prečni pomiki na enem robu vpetih panelov EVA z	
	enakomerno porazdeljeno obtežbo (konstrukcija c)	.63
Grafikon 41:	Primerjava metod – prečni pomiki na enem robu vpetih panelov PVB z	
	enakomerno porazdeljeno obtežbo (konstrukcija c)	.63
Grafikon 42:	Primerjava metod – prečni pomiki na dveh robovih vpetih panelov EVA z	
	enakomerno porazdeljeno obtežbo (konstrukcija d)	.64
Grafikon 43:	Primerjava metod – prečni pomiki na dveh robovih vpetih panelov PVB z	
	enakomerno porazdeljeno obtežbo (konstrukcija d)	.64
Grafikon 44:	Primerjava metod – površinske napetosti vrtljivo podprtih panelov EVA z	
	enakomerno porazdeljeno obtežbo (konstrukcija a)	.65
Grafikon 45:	Primerjava metod – površinske napetosti prostoležeče podprtih panelov PVB z	
	enakomerno porazdeljeno obtežbo (konstrukcija a)	.65
Grafikon 46:	Primerjava metod – površinske napetosti na enem robu vpetih panelov EVA s	
	točkovno silo na prostem robu (konstrukcija b)	.66
Grafikon 47:	Primerjava metod – površinske napetosti na enem robu vpetih panelov PVB s	
	točkovno silo na prostem robu (konstrukcija b)	.67
Grafikon 48:	Primerjava metod – površinske napetosti na enem robu vpetih panelov EVA z	
	enakomerno porazdeljeno obtežbo (konstrukcija c)	.67
Grafikon 49:	Primerjava metod – površinske napetosti na enem robu vpetih panelov PVB z	
	enakomerno porazdeljeno obtežbo (konstrukcija c)	.67
Grafikon 50:	Primerjava metod – površinske napetosti na dveh robovih vpetih panelov EVA z	
	enakomerno porazdeljeno obtežbo (konstrukcija d)	.68
Grafikon 51:	Primerjava metod – površinske napetosti na dveh robovih vpetih panelov PVB z	
	enakomerno porazdeljeno obtežbo (konstrukcija d)	.68

1 UVOD

Steklo je v gradbeništvu prisotno že od rimskih časov, vendar zgolj kot material za polnilne elemente, kot so okna in vrata. Vzrok temu ni majhna nosilnost, temveč krhkost materiala, ki kot tak ni bil primeren za nosilne elemente. Danes gradbene konstrukcije projektiramo tako, da napovemo pojav porušitve in ga opišemo s čim manj parametri, kot so geometrijske lastnosti in trdnost materiala. Pri steklu je taka poenostavitev veliko bolj vprašljiva kot pri jeklu ali betonu, saj je njegova porušitev kompleksnejša in je ne moremo opisati zgolj s trdnostjo. Odvisna je od mnogo nepredvidljivih dejavnikov, med katerimi sta najpomembnejša število in velikost mikrorazpok [1, 2].

Od prejšnjega stoletja naprej se pogled na steklo spreminja. Iščejo se novi načini uporabe in manipulacije z lastnostmi stekla ter možnosti povezovanja z drugimi materiali. Posledično danes že lahko opazimo konstrukcije, kjer steklo nastopa v vlogi nosilnih elementov. Med ukrepi, s katerimi steklo utrdimo in naredimo primernejše za vgradnjo v nosilne konstrukcije, je kaljenje oziroma toplotna obdelava, s katero povečamo nosilnost stekla tako, da mu vsilimo zaostale napetosti. V pogosti rabi je tudi lamelirano steklo, v katerem zlepimo več steklenih plošč. Na lastnosti takih elementov imajo velik vpliv tudi prozorni polimerni materiali, ki jih vgradimo med steklene lamele. V ta namen se stalno iščejo in razvijajo novi polimeri, ki bi povezovalno funkcijo opravljali bolje – predvsem z vidika boljše nosilnosti.



Slika 1: Steklena hiša Carla Santambrogia v Milanu [3]

V tem diplomskem delu se poslužujemo učinkovite kombinacije omenjenih dveh ukrepov. Predstavljamo upogibne preiskave toplotno obdelanega lameliranega stekla, ki smo jih opravili na 15 preizkušancih. Pri tem smo za vmesno povezovalno folijo uporabili dva različna materiala, tradicionalni PVB in novejši EVA. Raziskali smo nosilnost laminatov, njihovo togost pred porušitvijo in v postkritičnem območju ter analizirali dejavnike, ki vplivajo na te lastnosti.

Vzporedno z modifikacijo starih in iskanjem novih materialov poteka razvoj računskih modelov, ki bi kompleksnejše konstrukcije opisovali na preprost način, a kljub temu upoštevali njihove mehanske zakonitosti. Tudi če nekatere metode danes uporabljamo le za eksperimentalne potrebe, lahko ob hitrem razvoju materialov postanejo vsakdanja praksa v projektiranju.

Zgodovina modeliranja lameliranih konstrukcij sega v leto 1925, ko je Timoshenko razvil teorijo kompozitnih nosilcev, s katero je opisal dvoslojen nosilec iz različnih materialov. Za vsako plast posebej je uporabil Bernoullijevo teorijo nosilcev in izenačil prečne pomike obeh slojev. Newmark je leta 1951 predstavil model za nosilec iz dveh plasti z elastično povezavo. Pri tem je zanemaril razmik in trenje med plastmi, ki ju je kasneje v svojem delu upošteval Adekola. V zadnjem času je matematičnih modelov vse več in so vse bolj kompleksni. Nekatere lahko uporabimo tudi pri analizi lameliranega stekla [4].

Pogosto uporabljene so tudi t. i. metode z efektivno višino, kjer kompozitno konstrukcijo modeliramo kot enoslojno, pri tem pa uporabimo nadomestno, efektivno, višino prereza. Taka filozofija modeliranja je bila prisotna že pred desetletji. Leta 1987 je Wölfel razvil analizo sendvič konstrukcij iz linearno elastičnih plasti, ki jo je leta 2009 dopolnil Bennison, pri čemer se je osredotočil na lamelirane konstrukcije iz stekla. Zenkert je leta 1997 predstavil efektivni vztrajnostni moment za sendvič konstrukcije. Zadnje opaznejše delo med metodami z efektivnimi višinami je energijski pristop [5, 6], s katerim sta Galuppi in Royer-Carfagni predstavila nove izraze, v katerih sta upoštevala robne pogoje in razporeditev obtežbe, ki so bili prej pogosto zanemarjeni. V [6] sta prikazala tudi primerjavo efektivnih višin, ki so pridobljene z različnimi metodami, a je nista podprla z eksperimentalnimi dognanji.

V tem delu uporabimo računske modele, ki jih je smiselno aplicirati na lamelirano steklo. Te metode zajemajo Newmarkov analitični model, Zenkertovo metodo sendvič konstrukcij, Wölfel-Bennisonovo metodo, metodo EET za linijske in ploskovne elemente ter metodo na osnovi končnih elementov v programu SAP 2000, v15.0.0. Ultimate. Z njimi določimo odziv tipa konstrukcije, ki smo ga uporabili v upogibnih preiskavah in dobljene rezultate primerjamo z eksperimentalni ugotovitvami.

Vse računske metode pa moramo uporabljati pravilno in razumeti, kje so njihove omejitve. Ker porušitev upogibno obremenjenega stekla ni odvisna le od napetosti v eni točki, moramo poznati dogajanje v celotni konstrukciji. V ta namen raziščemo tudi obnašanje različnih tipov konstrukcij iz lameliranega stekla, ki jih predhodno nismo preizkusili eksperimentalno. Izvedemo študijo odziva po njihovih celotnih površinah in prečnih prerezih ter ugotavljamo, ali poenostavljene konstrukcije iz ene same plasti sploh lahko predstavljajo kompozite.

V tej smeri teče tudi razvoj Evrokod standardov na področju stekla, ki je usklajeno s strateškim planom CEN^1 in $EOTA^2$. Priprava standardov poteka v okviru delovne skupine CEN TC 250 WG3, v kateri ima svojega delegata tudi Slovenija, tj. prof. dr. Roka Žarnića [7]. Trenutno je v pripravi novi evropski standard, ki v času pisanja te diplomske naloge še ni bil javno objavljen. Že prejšnji predstandard [8], ki ni bil potrjen, pa je predvideval kontrolo efektivne napetosti, tj. kombinacije napetosti po celotni površini.

¹ Evropski komite za standardizacijo (EN European Committee for Standardization)

² Evropska organizacija za tehnične odobritve (EN *European Organisation for Technical Approvals*)

2 STEKLO

2.1 Vrste stekla in kemijska sestava

Steklo je material z izredno dobrimi optičnimi lastnostmi, ki so odvisne od debeline, kemijske sestave in dodatnih plasti, zaradi česar ima nenadomestljivo mesto v gradbeništvu. Njegova osnova je kremen. Poznamo več vrst stekla. V gradbeni industriji so najpogosteje uporabljena natrij-kalcijeva stekla (EN *soda-lime glass* ali *SLSG*). Sestavljena so iz nepravilne mreže silicija in kisika z vmesnimi alkalnimi delci – natrijevimi (soda) in kalcijevimi (apno) oksidi, ki znižujejo tališče in ovirajo kristalizacijo. Poznamo tudi borosilikatna stekla, v katerih sta soda in apno zamenjana z borovim oksidom. Ta stekla so odpornejša proti temperaturnim spremembam, kislinam in hidrolizi. Med drugim se uporabljajo za protipožarna stekla [1, 9].

Ime	Kemijska oznaka	Natrij-kalcijeva stekla	Borosilikatna stekla
Kremen	SiO ₂	69-74	70-87
Apno	CaO	5-14	-
Soda	Na ₂ O	10-16	0-8
Borov oksid	B_2O_3	-	7-15
Kalijev oksid	K ₂ O	-	0-8
Magnezijev oksid	MgO	0-6	-
Aluminijev oksid	Al_2O_3	0-3	0-8
Drugo	/	0-5	0-8

Preglednica 1: Kemijska sestava stekla [1]

2.2 Fizikalne lastnosti in omejitve v uporabi

V gradbeništvu je steklo večinoma uporabljeno za izdelavo nenosilnih elementov, kot so okna in vrata. V zadnjih šestdesetih letih se uporablja tudi za izdelavo nosilnih konstrukcij, a kljub izredno visoki natezni trdnosti steklenih vlaken, ki znaša okoli 3 GPa, niti približno v taki meri kot beton ali jeklo. Razlog je njegova zgradba. Kot pri ostalih krhkih materialih se namreč na površini stekla običajno nahaja več mikrorazpok, ki jih ne moremo opaziti s prostim očesom. Na teh mestih med obremenjevanjem pride do koncentracij napetosti, kar povzroči širjenje razpok do kritične vrednosti in posledično nekontrolirano in naključno razširitev razpok po celotnem elementu. To pomeni hipno porušitev konstrukcije pri mnogo manjših napetostih, tj. od 20 do 50 MPa pri toplotno neobdelanem steklu [1].

Mikrorazpoke se povečujejo z večanjem in daljšanjem obremenitve, neugodno nanjo vplivajo tudi vremenski pojavi. Kritična mesta so velikokrat robovi, kjer je težje zagotoviti brezhibno površino brez razpok. Zato je dobro brušenje robov lahko ključno za nosilnost cele konstrukcije. Zaradi vseh teh

dejavnikov dejanske natezne trdnosti stekla ne moremo pojmovati kot materialno lastnost, temveč kot funkcijo več parametrov, kot so zgodovina obremenitve, velikost elementa, stanje na površini in robovih, vremenski vplivi ter zaostale napetosti, ki so prisotne pri utrjenem steklu. Prej omenjena natezna trdnost 3 GPa je torej značilna le za steklena vlakna, ne moremo pa je doseči pri večjih elementih. Lažje se ji približamo v notranjosti elementa, kjer ni razpok. Ta pojav izkoristimo pri kaljenem steklu.

Tlačna trdnost stekla je večja od natezne in je prav tako odvisna od razpok. Pri tlačnih napetostih se mikrorazpoke sicer ne povečujejo, vendar pri vitkih steklenih elementih tlak povzroči uklon, zaradi katerega se pojavijo natezne deformacije in napetosti. Podobno se zgodi na mestu vnosa sile, kjer zaradi posledic triosnega napetostnega stanja pravokotno s tlakom dobimo nateg. Zaključimo lahko, da se steklo vedno poruši zaradi nateznih napetosti.

Količina	Natrij-kalcijeva stekla	Borosilikatna stekla
Gostota [kg/m ³]	2500	2200-2500
Trdota po Knoopu [GPa]	6	4,5-6
Elastični modul [MPa]	70000	60000-70000
Poissonov količnik [-]	0,20-0,24	0,2
Koeficient temp. Raztezka [10 ⁻⁶ /K]	9	3,1-6

Preglednica 2: Fizikalne lastnosti stekla [1]

2.3 Utrjevanje stekla

2.3.1 Kaljeno steklo

Kaljeno steklo izdelamo s postopkom segrevanja (do približno 650 °C) in hitrega ohlajanja. Na ta način se površina hitreje ohladi in strdi kot notranjost, kar ustvari zaostale napetosti – tlake na površini in natege v notranjosti elementov (slika 2). S tem zapremo mikrorazpoke, ki so prisotne na površini toplotno neobdelanega stekla in povečamo nosilnost konstrukcije, saj mora natezna ali upogibna obremenitev najprej razbremeniti tlačeno površino (izenačiti zaostale napetosti), preden začne povečevati mikrorazpoke. Tako je dejanska nosilnost kaljenega stekla f_k enaka:

$$f_{\rm k} = f_{\rm a} + \sigma_{\rm z},\tag{2.1}$$

kjer sta:

 f_a ... nosilnost neobdelanega stekla in

 σ_z ... tlačne zaostale napetosti na površini, ustvarjene s postopkom toplotne obdelave.

Napetosti σ_z dosežejo od 80 do 170 MPa, natezne zaostale napetosti v notranjosti prereza pa dosti manjše vrednosti. Ker tam nimamo razpok, nam dodatni nategi, ustvarjeni zaradi kaljenja, ne povzročajo težav [1].

Ker so kaljena stekla stalno obremenjena z zaostalimi napetostmi, shranjujejo veliko energije. Ta se sprosti ob porušitvi ravnotežja v katerem koli prerezu, zaradi česar se razpoke hipno razširijo po celotnem elementu. Mreža razpok je zato bolj gosta, drobci stekla pa manjši. Ker ob morebitni porušitvi drobnejše razbitine predstavljajo manjšo nevarnost za ljudi, taka stekla imenujemo tudi varnostna stekla, kar pa ne smemo razumeti narobe. Treba se je namreč zavedati, da tudi zelo majhni kosi stekla lahko povzročijo poškodbe. Porušitev ravnotežja povzročimo tudi z vrtanjem lukenj, rezanjem in ostalo obdelavo, zato moramo vse to opraviti pred kaljenjem.

Poleg termičnega poznamo tudi kemijsko kaljenje, kjer sodo na površini zamenjamo s kalijevimi oksidi. Ti so večji in ustvarjajo tlačne napetosti. Posledično se v notranjosti razvijejo natezne napetosti, vendar mnogo manjše kot pri termičnem kaljenju, saj je tlačna cona zelo tanka. S tem je shranjene energije manj in obdelava stekla je mogoča tudi po kemijskem kaljenju [1].

2.3.2 Delno kaljeno steklo

Toplotno obdelano steklo ali delno kaljeno steklo je kompromis med navadnim steklom, ki dosega manjše trdnosti, in kaljenim steklom, ki ima zaradi gostejše mreže razpok slabšo postkritično nosilnost. Tako s počasnejšim ohlajanjem na površini dosežemo zaostale napetosti σ_z , ki se gibljejo med 40 in 80 MPa, po porušitvi pa prenašamo večje obremenitve kot s kaljenim steklom.



Slika 2: Zaostale napetosti v kaljenem steklu [1]

3 LAMELIRANO STEKLO

3.1 Opis in značilnosti

Lamelirano steklo je sestavljeno iz dveh ali več plasti stekla, ki jih povezuje prozorna polimerna folija. Plasti stekla imajo lahko enake ali različne debeline. Prednosti takega stekla so v postkritičnem obnašanju. Steklo se zaradi svoje krhke narave po porušitvi razbije na več manjših kosov, ki so lahko nevarni za ljudi v okolici. S povezovanjem v laminat ti fragmenti ostanejo pritrjeni na povezovalno plast. Učinkovitost takega delovanja je odvisna od količine in velikosti fragmentov. Manjši kot je delec, večja je verjetnost, da bo odstopil od laminata. S stopnjo toplotne obdelave narašča število manjših kosov, torej je v tem pogledu najmanj ugodno kaljeno steklo. Poleg stekla na postkritično obnašanje močno vpliva tudi polimerna folija. V zadnjem času je materialov, ki jih uporabljajo pri proizvodnji lameliranega stekla, vse več. Eden od teh je etilen vinil acetat (EVA). Najpogosteje uporabljen material pa še vedno ostaja polivinil butiralom (PVB) [1].

3.2 Vzajemno delovanje plasti pri lameliranem steklu

Lamelirano steklo je kompozitna konstrukcija. Naloga steklenih plošč je odpor zunanji obtežbi, medtem ko je funkcija polimerne folije povezovanje teh steklenih plasti. Boljša kot je povezava, bolj se panel obnaša kot monolitna konstrukcija. Podobno vlogo, kot jo ima stojina pri jeklenem nosilcu, ima polimerna plast pri steklenem laminatu. Razlika je v tem, da jeklena stojina nudi popolno strižno vez med pasnicama, medtem ko polimer glede na boljšo ali slabšo strižno togost različno prenaša strižne napetosti. Če je strižni modul ničeln, povezave med steklenima ploščama ni, zato se nosilec obnaša kot dve lameli, ki sta položeni eden na drugega. Če je strižni modul zelo visok, panel na obremenitev odreagira kot monolitni nosilec, torej kot en sam kos stekla, ki ima debelino enako vsoti debelin posameznih kosov. Dejansko stanje pa je vedno nekje vmes in je odvisno od strižne togosti. Zato je pri projektiranju ključna pravilna izbira strižnega modula. Ker je ta v pogojih, katerim so konstrukcije podvrženi v naravi, spremenljiv, je potrebno pazljivo izbrati temperaturo in trajanje obtežbe ter posledično strižni modul.



Slika 3: Upogibno obremenjena kompozitna konstrukcija s popolno strižno povezavo; a) vzdolžni zamik lamel, b) razpored napetosti po višini



Slika 4: Upogibno obremenjena kompozitna konstrukcija brez strižne povezave; a) vzdolžni zamik lamel, b) razpored napetosti po višini



Slika 5: Upogibno obremenjena kompozitna konstrukcija z realno strižno povezavo; a) vzdolžni zamik lamel, b) razpored napetosti po višini

3.3 Polimeri v vlogi povezovalnih strižnih plasti

3.3.1 PVB

Polivinil butiralom je viskoelastičen polimer, ki ima v normalnih pogojih izredno spremenljivo togost. Ta je zelo odvisna od temperature in trajanja obtežbe, nekoliko manj tudi od starosti materiala in velikosti obtežbe (v preglednici 3 so podane vrednosti strižnega modula G pri različnih temperaturah T in trajanjih obremenitve t). S tem se spreminja tudi elastični modul E, saj velja zveza:

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} [10], \tag{3.1}$$

kjer je:

 ν ... koeficient prečne kontrakcije oziroma poissonov količnik, ki je veliko bolj stabilen parameter. Njegovo vrednost podamo v preglednici 5, kjer je prikazana primerjava s folijo EVA.

PVB v lameliranem steklu nastopi kot folija nominalne debeline 0,38 mm. Eno povezovalno plast ponavadi tvorijo 2 ali 4 plasti, kar pomeni, da je celotna debelina polimera 0,76 mm ali 1,52 mm. V primerih krivljenega stekla ali toplotno obdelanega stekla, kjer na površini lahko opazimo nepravilnosti, pa včasih uporabimo tudi 6 plasti [1].

t[s] T[°C]	10	60	300	600	1200	2400	3600
4,4	45,23	24,07	24,07	18,36	18,36	12,82	10,24
15,6	7,31	3,35	1,53	1,13	0,79	0,59	0,50
28,3	0,60	0,49	0,41	0,37	0,35	0,28	0,32
38,9	0,46	0,37	0,32	0,32	0,31	0,28	0,31
51,1	0,31	0,27	0,22	0,20	0,18	0,17	0,14

Preglednica 3: Strižni moduli polimera PVB pri različnih temperaturah in trajanju obremenitve (v MPa) [11]

3.3.2 EVA

Etilen vinil acetat (EVA) je polimer, ki ga v steklarstvu največkrat najdemo pod komercialnim imenom EVA SAFE. V primerjavi s PVB je odpornejši proti vlagi, vročini in ultravijoličnemu sevanju. Ima tudi stabilnejše togostne karakteristike in nasploh večjo togost pri normalnih pogojih. Odvisnost strižnega modula od temperature T in trajanja obtežbe t je podana v preglednici 4, vrednost poissonovega količnika, ki je v območju uporabe bolj ali manj konstantna, pa v preglednici 5. Elastični modul določimo s poznavanjem teh dveh parametrov in pomočjo zveze (3.1).

Nominalna debelina ene folije je 0,40 mm, kar pomeni, da se v praksi srečamo s plastjo EVA SAFE debeline 0,80 mm ali 1,60 mm [1, 12].

t[s] T[°C]	3	60	600	3600
25	5,2	4,6	4,3	4,0
30	4,6	4,3	3,9	3,8
40	3,7	3,4	3,1	2,8

Preglednica 4: Strižni moduli polimera EVA pri različnih temperaturah in trajanju obremenitve (v MPa) [13]

Preglednica 5: Primerjava folij EVA in PVB [14, 15]

	EVA	PVB
Gostota [g/cm ³]	0,97	1,07
Poissonov količnik	0,32	0,50
Temperatura lepljenja [°C]	≤ 100	140
Prepustnost vidne svetlobe [%]	≥ 85	≥ 88
Prepustnost UV žarkov [%]	2	1
Absorpcija vode (v 24 urah pri 23°C) [%]	0,1	3,6
Natezna trdnost [MPa]	29	34
Dostopnost različnih barv	Odlična	Dobra
Oprijem s steklom	Odlična	Solidna
Delo z materialom	Pri sobni temperaturi	Pod nadzorovanimi pogoji
Cena	Solidna	Visoka
Število kvalificiranih dobaviteljev	Visoko	Nizko

3.3.3 Ostali materiali

Razvoj polimerov, ki jih uporabljamo v lameliranem steklu, gre v smeri večje togosti in trdnosti ter boljše odpornosti pred spremenljivimi vplivi, kot je temperatura. Med bolj uveljavljenimi je SentryGlass Plus, ki ga odlikuje velika togost, vendar je tak laminat izjemno težaven za izdelavo [1].

4 MODELIRANJE LAMELIRANEGA STEKLA

4.1 Newmarkov model

Model je prvi izdelal Newmark leta 1951. Namen metode je točnejša analiza sovprežnih nosilcev, kjer sta beton in jeklo povezana s strižnimi vezmi. Pri izpeljavi modela je Newmark uporabil predpostavke:

- strižna povezava med plastema je neprekinjena,
- vzdolžni zamik na mestu strižne povezave je sorazmeren z obtežbo,
- razpored napetosti v betonu in jeklu je linearen in
- povesa betonskega in jeklenega dela sta enaka v vseh točkah sovprežnega nosilca [6].

Model lahko uporabimo pri analizi kompozitnih konstrukcij iz dveh upogibnih elementov in zelo tanke vmesne plasti, ki zagotavlja strižno povezavo med njima. Torej ga lahko prenesemo tudi na lamelirano steklo. Če upoštevamo, da je avtor zanemaril razmik in trenje med plastmi, ki ju v lameliranem steklu tudi sicer ne pričakujemo, je uporaba metode še toliko bolj upravičena.

Newmarkova diferencialna enačba za izračun povesov w(x) se glasi:

$$w^{\prime\prime\prime\prime}(x) - \alpha^2 w^{\prime\prime}(x) + \alpha^2 \frac{M(x)}{EI_{\text{tot}}} + \frac{p(x)}{E(I_1 + I_2)} = 0, \tag{4.1}$$

kjer so:

$$\alpha^2 = \frac{KI_{\text{tot}}}{EA^*(I_1 + I_2)},\tag{4.2}$$

$$K = \frac{Gb}{t},\tag{4.3}$$

$$A^* = \frac{A_1 A_2}{A_1 + A_2},\tag{4.4}$$

$$A_i = h_i b; \ i \in \{1, 2\}, \tag{4.5}$$

$$I_i = \frac{h_i^3 b}{12}; \ i \in \{1, 2\},\tag{4.6}$$

$$I_{tot} = I_1 + I_2 + A^* H^2$$
 in (4.7)

$$H = 0.5(h_1 + h_2) + t. (4.8)$$

Pri tem so:

M(x) ... upogibni moment,

 $p(x) \dots$ prečna obtežba,

G ... strižni modul povezovalne plasti,

E ... elastični modul lamel,

t ... debelina povezovalne plasti,

 h_i ... debelini *i*-te lamele,

b ... širina laminata,

 A_i ... površini prečnega prereza *i*-te lamele,

H ... razdalja med težiščema lamel,

 $I_i \dots$ geometrijski vztrajnostni moment posamezne lamele in

 I_{tot} ... geometrijski vztrajnostni moment laminata ob upoštevanju popolne strižne povezave.

Ker je poves w(x) odvisen od upogibnega momenta, je model točen le za statično določene konstrukcije. V statično nedoločenih je namreč upogibni moment odvisen od pomikov, ki so zaenkrat še neznanka. V teh primerih za določitev poteka momentov konstrukcijo poenostavimo tako, da vse plasti zamenjamo z eno samo. Tako dobimo monolitni nosilec, kjer višina prereza pri določanju notranjih statičnih količin ni pomembna. Ko določimo potek momentov, spet upoštevamo slojevitost prereza [6].

Galuppi in Royer-Carfagni v [6] na osnovi Newmarkovega modela predstavita enačbi za izračun vzdolžnih pomikov zgornje (u_1) in spodnje (u_2) plošče:

$$EA_1 u_1''(x) = \frac{G \cdot b}{t} (u_1(x) - u_2(x) + w'(x)H)$$
in (4.9)

$$EA_2 u_2''(x) = -\frac{G \cdot b}{t} (u_1(x) - u_2(x) + w'(x)H).$$
(4.10)

Če velja

$$A_1 = A_2, \tag{4.11}$$

potem sta pomika u_1 in u_2 nasprotno enaka:

$$u_1(x) = -u_2(x). (4.12)$$

Robni pogoji, ki jih določimo za vsak primer podpiranja in obtežbe posebej, morajo ustrezati enačbam¹:

$$\left[(E(I_1 + I_2)w'''(x) - \frac{Gb}{t}(u_1(x) - u_2(x) + w'(x)H)H)\delta w(x) \right]_0^L = [V]_0^L,$$
(4.13)

$$[E(I_1 + I_2)w''(x)\delta w'(x)]_0^L = [M]_0^L,$$
(4.14)

$$[EA_1u_1'(x)\delta u_1(x)]_0^L = [H]_0^L, (4.15)$$

$$[EA_2u_2'(x)\delta u_2(x)]_0^L = [H]_0^L.$$
(4.16)

Pri tem so:

H, V in M ... zunanja robna obtežba – osna in prečna sila ter upogibni moment na mestu, kjer je koordinata x enaka 0 oziroma L, in

 δw , δu_i in $\delta w'$... vrednosti nič v točkah, v katerih so pomiki w, u_i oziroma w' preprečeni, sicer pa poljubne funkcije koordinate x.

¹ Enačbe (4.13) do (4.16) povzamemo iz [6], kjer se pojavijo napake, zato jih popravimo.

Ob poznanih vzdolžnih pomikih lahko določimo osne sile v lamelah

$$N_i = EA_i u'_i; \ i \in \{1, 2\},\tag{4.17}$$

nato pa tudi površinske napetosti

$$\sigma_i = \frac{N_i}{A_i} \pm \frac{M_i}{W_i}; \ i \in \{1, 2\}.$$
(4.18)

Pri tem je:

 W_i ... odpornostni moment *i*-te lamele, določen z enačbo

$$W_i = \frac{h^2 b}{6}$$
in (4.19)

 M_i ... upogibni moment, ki ga izračunamo z enačbo

$$M_i = E I_i w_i^{\prime\prime}. \tag{4.20}$$

4.2 Zenkertov model z efektivnim vztrajnostnim momentom

Teorijo sendvič konstrukcij je leta 1997 predstavil Zenkert. Lahko jo uporabimo tudi za primer lameliranih steklenih konstrukcij, kot je predstavljeno v [1]. Metoda izvira iz ideje, da lahko določimo vztrajnostni moment sendvič konstrukcije in ga uporabimo v enoplastni konstrukciji kot efektivni vztrajnostni moment $I_{z,eff}$. Pri tem se poslužujemo enačb

$$I_{\rm s} = b(h_1 z_1^2 + h_2 z_2^2), \tag{4.21}$$

$$\alpha = \frac{I_1 + I_2}{I_5},\tag{4.22}$$

$$\beta = \frac{t}{Gb(z_1 + z_2)^2} \frac{EI_s}{L_{LT}^2},\tag{4.23}$$

$$I_{z,\text{eff}} = I_s \frac{\alpha \beta \pi^2 + \alpha + 1}{1 + \pi^2 \beta}.$$
(4.24)

Pri tem so:

Is ... del geometrijskega vztrajnostnega momenta, ki je posledica premika lamel izven težišča prereza,

 $z_i \dots$ razdalja od težišča *i*-te lamele do težišča celotnega prereza in

 $L_{\rm LT}$...uklonska dolžina enoplastne konstrukcije.

Ostale količine so opisane že v predstavitvi Newmarkovega postopka.

4.3 Wölfel-Bennisonova metoda z efektivno višino

Wölfel je leta 1987 predstavil metodo, ki je uporabna za sendvič konstrukcije na splošno. Kot je opisano v [6], je definiral izraz za izračun togosti prereza B_s^* :

$$B_{\rm s}^* = EI_1 + EI_2 + \frac{1}{1+\kappa}B_{\rm s},\tag{4.25}$$

kjer sta

$$\kappa = \beta B_{\rm s} \frac{\chi}{GbtL^2} \,\text{in} \tag{4.26}$$

$$B_{\rm s} = EA^*H^2. \tag{4.27}$$

Pri tem so:

- L ... dolžina konstrukcije,
- χ ... strižni koeficient povezovalne plasti in
- β ... koeficient obtežbe.

 $E, G, I_1, I_2, A^*, b, t$ in H so iste količine kot v Newmarkovem modelu, definirane v poglavju 4.1.

Bennison je uporabil izraze (4.25) do (4.27) in z enačbo (4.28) definiral novo količino Γ , ki predstavlja stopnjo strižne povezave med steklenima ploščama

$$\Gamma = \frac{1}{1+\kappa} = \frac{1}{1+\beta\frac{\chi B_S}{GbtL^2}}; \ 0 \le \Gamma \le 1.$$
(4.28)

S tem vpelje nadomestni vztrajnostni moment I_{eq} :

$$I_{\rm eq} = I_1 + I_2 + \Gamma A^* H^2. \tag{4.29}$$

Iz zgornje enačbe opazimo, da je I_{eq} v primeru, ko je Γ enak 1, enak I_{tot} (vztrajnostnemu momentu monolitne konstrukcije). Ko je Γ enak 0, pa je I_{eq} enak vsoti vztrajnostnih momentov posameznih steklenih plošč (kot v primeru nepovezane slojevite konstrukcije).

Bennison je za koeficient β vstavil vrednost 9,6, ki jo Wölfel predlaga za primer prostoležečega nosilca s porazdeljeno obtežbo, in poenostavil strižni koeficient χ s tem, da je zanemaril upogibno togost posameznih steklenih plošč. Tako χ lahko dobimo z enačbo

$$\chi = \frac{A^2}{(H \cdot b)^2} = \frac{t^2}{H^2}.$$
(4.30)

Z uporabo teh poenostavitev in izrazov (4.31) do (4.33) Bennison enačbo (4.28) preoblikuje v enačbo (4.34), ki je predstavljena v [16].

$$h_{s,1} = \frac{Hh_1}{h_1 + h_2} \tag{4.31}$$

$$h_{\rm s,2} = \frac{Hh_2}{h_1 + h_2} \tag{4.32}$$

$$I_{\rm s} = \frac{h_1 h_2}{h_1 + h_2} H^2 = h_1 h_{\rm s,2}^2 + h_2 h_{\rm s,1}^2 \tag{4.33}$$

$$\Gamma = \frac{1}{1+9,6\frac{EI_{S}t}{GH^{2}L^{2}}}$$
(4.34)

Pri tem so:

 $h_{s,1}$... razdalja težišča lamele 1 do težišča celotnega prereza,

 $h_{s,2}$... razdalja težišča lamele 2 do težišča celotnega prereza in

 $I_{\rm s}$... reduciran (ne upoštevamo širine prereza) del geometrijskega vztrajnostnega momenta prereza lameliranega stekla zaradi premika lamel izven težišča.

Izračunani faktor Γ, kot je opisano v [16], uporabimo pri določitvi efektivnih višin za izračun povesov $h_{ef,w}$ in napetosti $h_{i,ef,\sigma}$

$$h_{\rm ef,w} = \sqrt[3]{h_1^3 + h_2^3 + 12\Gamma I_{\rm s}},\tag{4.35}$$

$$h_{1,\text{ef},\sigma} = \sqrt{\frac{h_{\text{ef},w}^3}{h_1 + 2\Gamma h_{\text{S},2}}},$$
(4.36)

$$h_{2,\text{ef},\sigma} = \sqrt{\frac{h_{\text{ef},w}^3}{h_2 + 2\Gamma h_{\text{s},1}}}.$$
(4.37)

Višino $h_{1,ef,\sigma}$ uporabimo pri računanju napetosti na zunanji strani zgornjega stekla, $h_{2,ef,\sigma}$ pa pri računanju napetosti na zunanji strani spodnjega stekla. Če sta debelini steklenih plošč enaki, velja

$$h_{1,\text{ef},\sigma} = h_{2,\text{ef},\sigma} = h_{\text{ef},\sigma}.$$
(4.38)

4.4 Metoda razširjene efektivne višine (EN Enhanced effective thickness method ali EET)

4.4.1 Uporaba EET pri linijskih konstrukcijah

Podobno kot Bennison v [16] tudi Galuppi in Royer-Carfagni v [6] problem lameliranega stekla prevedeta na problem stopnje strižne povezanosti plošč, s tem pa na iskanje enega samega parametra, ki to povezanost opisuje. Ta parameter je v metodi EET faktor η , ki nastopa v enačbi:

$$\frac{1}{I_{\rm R}} = \frac{\eta}{I_{\rm tot}} + \frac{1-\eta}{I_1+I_2}; \ 0 \le \eta \le 1.$$
(4.39)

Pri tem je:

I_R ... efektivni vztrajnostni moment.

Podobno kot Γ v Bennisonovi metodi, faktor η zavzame vrednost 1 v primeru, ko je strižna povezava popolna (*G* polimerne plasti limitira proti neskončnosti), medtem ko je v primeru nepovezane slojevite konstrukcije (*G* folije je zanemarljiv) enak 0.

Avtorja določita η z energijskim pristopom. Ko deformacijska energija sendvič konstrukcije doseže minimum, η ustreza izrazu

$$\eta = \frac{1}{1 + \frac{EtI_1 + I_2 A_1 A_2}{Gb \ I_{\text{tot}} \ A_1 + A_2} \psi},\tag{4.40}$$

pri čemer so količine na desni strani zgornje enačbe iste kot v Newmarkovem primeru, določene v poglavju 4.1. Nov je le faktor Ψ , ki je odvisen od načina podpiranja in obtežbe. Izračunamo ga z enačbo

$$\Psi = \frac{\int_0^L p(x)g(x) \, dx \, dy}{\int_0^L g'(x)^2 \, dx}.$$
(4.41)

Funkcija g(x) predstavlja reducirane pomike zaradi obtežbe p(x). Pomiki so reducirani, ker jih določimo brez upoštevanja togosti. Pri funkciji p(x) je pomembna le oblika, ne pa tudi velikost, saj se velikosti obtežbe in rezultirajočih pomikov zaradi upoštevanja superpozicije izničita. Ko obtežbo nanesemo, reducirane pomike določimo z integracijo enačbe

$$\frac{d^2g(x)}{dx^2} = -M(x) \tag{4.42}$$

in upoštevanjem robnih pogojev. Zgornja enačba z upoštevanjem

$$w(x) = \frac{g(x)}{EI} \tag{4.43}$$

izhaja iz enačbe upogibnice Bernoullijevega nosilca [10]

$$\frac{d^2 w(x)}{dx^2} = -\frac{M(x)}{EI},$$
(4.44)

v kateri nastopa nepoznana togost prereza EI, ki je v tem delu postopku nepomembna. Vrednosti faktorja Ψ za pogosto uporabljene kostrukcije so podane v [17].

Ko določimo η , lahko izračunamo efektivno višino za določitev pomikov $h_{ef,w}$

$$h_{\rm ef,w} = \sqrt[3]{\frac{1}{h_1^3 + h_2^3 + 12I_{\rm S}} + \frac{1 - \eta}{h_1^3 + h_2^3}}$$
(4.45)

in nato še efektivni višini za izračun napetosti $h_{i,ef,\sigma}$

$$h_{1,\text{ef},\sigma} = \sqrt{\frac{1}{\frac{2\eta h_{\text{S};2}}{h_1^3 + h_2^3 + 12I_{\text{S}}} + \frac{h_1}{h_{\text{ef},w}^3}}},\tag{4.46}$$

$$h_{2,\text{ef},\sigma} = \sqrt{\frac{1}{\frac{2\eta h_{\text{S};1}}{h_1^3 + h_2^3 + 12I_{\text{S}} + \frac{h_2}{h_{\text{ef},w}^3}}}},$$
(4.47)

kjer so I_s , $h_{s;2}$ in $h_{s;2}$ količine, določene z enačbami (4.31) do (4.33). Če sta debelini steklenih plošč enaki, velja

$$h_{1,\mathrm{ef},\sigma} = h_{2,\mathrm{ef},\sigma} = h_{\mathrm{ef},\sigma}.$$
(4.48)

4.4.2 Uporaba EET pri ploskovnih konstrukcijah

Ker z energijskim pristopom lahko obravnavamo tudi ploskovne konstrukcije, Galuppi in Royer-Carfagni določita faktor η tudi za dvodimenzionalne elemente. V tem primeru se enačbi (4.40) in (4.41) prevedeta v:

$$\eta = \frac{1}{1 + \frac{t D_1 + D_2}{G D_{\text{tot}} D_1 h_2^2 + D_2 h_1^2} \psi},$$
(4.49)

$$\Psi = \frac{\int_{\Omega} p(x,y)g(x,y) \, dx \, dy}{\int_{\Omega} \left[g_{,x}(x,y)^2 + g_{,y}(x,y)^2\right] \, dx \, dy},\tag{4.50}$$

kjer so:

 Ω ... območje, nad katerem integriramo (površina plošče),

 $D_i \dots$ togost *i*-te lamele:

$$D_i = \frac{Eh_1^3}{12(1-v^2)} \text{ in }$$
(4.51)

D_{tot} ... togost laminata ob popolni strižni povezavi

$$D_{\text{tot}} = D_1 + D_2 + 12 \frac{D_1 D_2}{D_1 h_2^2 + D_2 h_1^2} H^2.$$
(4.52)

Reducirane pomike g(x, y) dobimo tako, da rešimo diferencialno enačbo

$$\frac{\partial^4 g(x,y)}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 g(x,y)}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 g(x,y)}{\partial y^4} = p(x,y), \tag{4.53}$$

ki z upoštevanjem izraza

$$w(x,y) = \frac{g(x,y)}{D} \tag{4.54}$$

izhaja iz enačbe plošče

$$\frac{\partial^4 w(x,y)}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w(x,y)}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w(x,y)}{\partial y^4} = \frac{p(x,y)}{D} [18].$$
(4.55)

Podobno kot v primeru linijske konstrukcije reducirane pomike g(x, y) izračunamo z integracijo in upoštevanjem robnih pogojev. Efektivne višine izračunamo, kot v primeru linijskih konstrukcij, z enačbami (4.45) do (4.47).

5 ŠTIRITOČKOVNI UPOGIBNI PREIZKUS

5.1 Preizkušanci

V skladu z [19] smo opravili štiritočkovni upogibni test. Preizkušali smo deset steklenih lameliranih panelov dolžine 1100 mm in širine 360 mm. Lamelirano steklo je bilo sestavljeno iz dveh plasti toplotno obdelanega stekla nazivne debeline 10 mm za posamezno lamelo in polimerne povezovalne plasti, pri čemer je bila za pet preizkušancev uporabljena PVB folija debeline 1,52 mm, za preostalih pet pa EVA SAFE folija z debelino 1,6 mm. Dodatno so bile narejene upogibne preiskave še za pet panelov s PVB folijo, ki so imeli manjše nepravilnosti (zračne mehurčke), storjene med proizvodnjo in obdelavo.

5.2 Priprava

Preizkušanci so bili vrtljivo podprti po celotni širini 5 cm od levega oziroma desnega roba, kot je prikazano na sliki 6. Za podpore smo uporabili jeklene valje in jih prekrili z zaščitno gumo.



Slika 6: Shema obremenjevanja in položaj induktivnih merilcev pomikov LVDT

Merilna mesta za deformacije smo določili na sredini spodnjega stekla 10 cm od robov, kot kaže slika 7. Uporabili smo elektro-uporovne lističe (EN *strain gauge* ali *SG*). Merili smo tudi pomike v smeri obremenjevanja, in sicer z induktivnimi merilci (EN *linear variable differential transformer* ali *LVDT*) na sredini panelov 2 cm od robov (slika 6).



Slika 7: Tloris preizkušanca in položaj elektro-uporovnih lističev SG

5.3 Protokol obremenjevanja

Laminate smo obremenjevali na dveh mestih (10 cm levo in desno od sredine), kot kaže slika 7. Valji, prek katerih se je prenašala obremenitev, so potekali vzdolž celotne širine stekla. Tudi ti so bili prekriti z zaščitno gumo.



Slika 8: Preizkušanec med obremenjevanjem
V skladu s standardom [19] smo morali zagotoviti, da se napetosti na spodnjem robu vsako sekundo povečajo za $(2 \pm 0,4)$ N/mm². Ker napetosti niso merjena količina, smo morali vsiljevati pomike in z njimi prek deformacij povezati zahtevane prirastke napetosti. Najprej smo vzeli panel z napako (preizkušanec 15) in mu vsiljevali pomike s hitrostjo 0,33 mm/s. Tako smo dobili povezavo med pomiki in deformacijami, ki je prikazana na grafikonu 1. Želene deformacije so bile

$$\Delta \varepsilon = \frac{\Delta \sigma}{E} = \frac{2^{N}/_{mm^{2}}}{7 \cdot 10^{4} N/_{mm^{2}}} = 2,857 \cdot 10^{-5},$$
(5.1)

mi pa smo pri prvem testu tak prirastek deformacij dobili že v 1,4 sekunde¹.



Grafikon 1: Merjene deformacije v odvisnosti od časa pri preizkušancu 15

S pomočjo podatkov, dobljenih pri prvem testu (preizkušanec 15), smo nato povezali deformacije s pomiki. Prirastek pomikov je v času, ko so se deformacije povečale za 2,857 \cdot 10⁻⁵, znašal 0,48mm. Po zahtevah standarda moramo vsako sekundo vsiliti tak pomik. Ker je taka hitrost obremenjevanja relativno visoka, smo najprej na še enem poškodovanem panelu (preizkušanec 14) uporabili hitrost 0,45 mm/s. Obremenjevanje je potekalo brez problemov, zato smo pri naslednjem laminatu že vsiljevali pomik 0,48 mm na sekundo (na grafikonu 2 je primer preizkušanca 13, kjer obremenjevanje poteka po zahtevah [19]). S tem smo dosegli, da so napetosti rasle povprečno 2 $\frac{N/mm^2}{s}$.

¹ Interval smo odčitali 30 sekund po začetku testa, ko je bila krivulja $\varepsilon(t)$ že linearna.



Grafikon 2: Merjene deformacije in vsiljeni pomiki v odvisnosti od časa pri preizkušancu 13, kjer je hitrost obremenjevanja v skladu z zahtevami standarda [19]

5.4 Rezultati

5.4.1 Elastično območje

Odvisnost med pomiki in silami, ki je prikazana na grafikonu 3, je skoraj linearna. V nadaljevanju na grafikonih 8 in 9 pokažemo, da dejansko pride do manjše ukrivljenosti. Dobro je opazna razlika v togosti med paneli EVA in PVB. Ne le, da so preizkušanci s folijo EVA bolj togi, ampak je pri njih togost tudi mnogo bolj konstantna, saj se krivulje skoraj prekrivajo. Njihovi nakloni se gibljejo med 0,650 kN/mm in 0,671 kN/mm. Bolj razpršene so linije, ki ponazarjajo odvisnost med silami in pomiki plošč s plastjo PVB. Njihovi nakloni so med 0,345 kN/mm in 0,431 kN/mm. Pri projektiranju to ni dobrodošlo, saj ne vemo, kako se bo dani laminat obnašal v naravi. Opazimo lahko tudi, da pomiki najhitreje naraščajo pri dveh poškodovanih laminatih (11 in 15). Ostali poškodovani preizkušanci ne zaostajajo v togosti, ampak so njihove krivulje razvrščene med krivulje brezhibnih panelov PVB (6 do 10).

Napetosti, ki so prikazane na grafikonu 4, določimo iz merjenih nateznih deformacij ε z enačbo

$$\sigma = E\varepsilon. \tag{5.2}$$

Z vsiljevanjem pomikov njihove vrednosti hitreje rastejo pri panelih EVA (krivulje 1 do 5), kar je posledica večje togosti, vendar se od panelov PVB razlikujejo manj kot na grafikonu 3. Prav tako je na grafikonu 4 manjša razlika v raztrosu rezultatov, ki je sicer spet večji pri panelih PVB. Nakloni krivulj EVA so med 5,40 MPa/mm in 5,61 MPa/mm, pri krivuljah PVB pa se gibljejo med 4,07 MPa/mm in 4,49 MPa/mm.



Grafikon 3: Sila v odvisnosti od pomikov v elastičnem območju



Grafikon 4: Napetosti v odvisnosti od pomikov v elastičnem območju

5.4.2 Porušitev prve lamele

Porušitev je bila, kot smo pričakovali, krhka. V nekaterih panelih sta počili obe stekleni lameli istočasno, v drugih se je sprva razbila le spodnja lamela. Pojav razložimo s pomočjo slike 9, ki

prikazuje potek napetosti treh različnih nosilcev. Vsem nosilcem so vsiljeni enaki pomiki, in sicer pomiki, pri katerih nerazpokan nosilec (zelena barva), obremenjen s silo P_1 , doseže natezno trdnost. Ko spodnja lamela poči, se na sredini ustvari pas razpok. Pri tem nerazpokan del počene lamele učinkuje kot ojačitev nepoškodovane lamele. Če je razpokano območje široko (modra barva), enake pomike dobimo s silo P_3 , ki je manjša od P_1 , manjše pa so tudi napetosti na sredini. Če je pas razpok zelo ozek (rdeča barva), dane pomike dosežemo pri sili P_2 , ki je prav tako manjša od P_1 , a zaradi oblike deformacijske linije na sredini povzroči večje napetosti, ki prekoračijo kritično vrednost. Če se ob porušitvi spodnje lamele torej hipoma ustvari dovolj velik pas razpok, nategi zgornje lamele na sredini ne dosežejo kritične vrednosti in steklo ostane nepoškodovano. V tem primeru moramo za odpoved nepoškodovane lamele povečati pomike, kar je prikazano v nadaljevanju v grafikonu 6.



Slika 9: Primerjava napetosti pri različno razpokanih panelih z enakimi pomiki na sredini; a) model nerazpokanega nosilca, b) model nosilca z manjšim območjem razpok, c) model nosilca z večjim območjem razpok, d) potek napetosti, e) potek povesov

V preglednici 6 so prikazane vrednosti ob porušitvi. Pomiki, sile in deformacije so merjene količine, medtem ko so največje napetosti določene iz deformacij z zvezo (5.2). Merilna mesta so opisana v poglavju 5.2.

Povprečna porušna sila v laminatih EVA znaša 6,3 kN, pri čemer so razlike med preizkušanci majhne (med paneli 2, 3, 4 in 5 so manjše od 20 odstotkov). Izstopa le panel EVA 1, ki se v primerjavi z najmanj nosilnim panelom poruši pri 50-odstotno manjši sili. Povprečna porušna sila v preizkušancih s folijo PVB je občutno manjša in znaša okoli 4,5 kN, poleg tega pa tudi močno variira. Preizkušanec 13, ki se je izkazal kot najbolj nosilen, je prenesel več kot stoodstotno večjo silo kot najšibkejši panel (preizkušanec 10). Opazimo tudi, da paneli z napako (preizkušanci 11 do 15) v nosilnosti ne zaostajajo za brezhibnimi paneli (6 do 10), ampak v nekaterih primerih (preizkušanci 13, 14 in 15) prenesejo še večje sile. Seveda ne moremo reči, da so v splošnem poškodovani laminati močnejši (gre za naključje na našem majhnem vzorcu), lahko le sklepamo, da manjše napake v vmesnem sloju ne vplivajo veliko na nosilnost.

Vpliv, ki ga imata foliji EVA SAFE in PVB na nosilnost panela, je razviden tudi v preglednici 7. Opazimo, da paneli EVA prenesejo več kot 3-kratno silo, ki poruši eno samo lamelo, medtem ko je ta faktor pri laminatih PVB v nekaterih primerih celo manjši od 2. To pomeni, da lamelirano steklo s povezovalno folijo iz PVB včasih nosi celo manj kot dve nepovezani stekleni lameli. Z vidika nosilnosti v teh primerih povezovanje s folijo ni smiselno.

Porušna napetost ni odvisna od vrste laminata, temveč od stekla. Zato dosegamo podobne vrednosti (od 45 do 65 MPa) pri obeh tipih panelov z izjemo dveh preizkušancev PVB, kjer največje napetosti ne presežejo 40 MPa. Glede na to, da naj bi bili paneli izdelani iz istega stekla, pa je razpon rezultatov presenetljivo velik. Znaša namreč 37 MPa oziroma več kot 50 odstotkov največje vrednosti.

Preizkušanec	Pomik [mm]	Sila [kN]	Deformacije [10 ⁻⁵]	Napetosti [MPa]
EVA 1	12,22	7,99	95,8	67,0
EVA 2	9,03	5,89	72,7	50,9
EVA 3	9,62	6,39	75,2	52,7
EVA 4	9,14	5,94	71,6	50,1
EVA 5	8,20	5,34	63,7	44,6
PVB 6	12,89	4,61	76,3	53,4
PVB 7	10,96	3,99	65,2	45,6
PVB 8	7,98	3,42	51,2	35,8
PVB 9	11,12	3,82	64,9	45,4
PVB 10	7,48	2,70	44,1	30,8
PVB11	14,52	4,52	82,3	57,6
PVB 12	11,36	3,62	64,5	45,1
PVB 13	15,90	6,02	95,6	66,9
PVB 14	14,84	5,75	90,5	63,4
PVB 15	13,18	4,94	79,1	55,3

Preglednica 6: Pomiki, sile, deformacije in napetosti ob porušitvi

Velika odstopanja v porušnih napetostih so posledica kaotičnih pojavov, kot sta razporeditvi zaostalih napetosti in mikrorazpok po stekleni površini. Različne zaostale napetosti potrjuje tudi grafikon 5. Čeprav je razpršenost točk na grafikonu velika, lahko sklepamo, da porušitev pri večji napetosti povzroči širše razporejene razpoke. Le-te pa so posledica večjih zaostalih napetosti. Namreč, ko ploščo obremenjujemo, se največje napetosti razvijejo na sredini in padajo proti robovoma. Tudi če je na določenem pasu na sredini panela prekoračena natezna trdnost, ki bi jo steklo imelo brez predhodne obdelave, zaradi zaostalih napetosti steklo ne poči. Ko prekoračimo tudi rezervo, ki je enaka zaostali napetosti, nastopi porušitev, razpoke pa se razširijo po celotnem območju, kjer smo prekoračili prvotno trdnost (neobdelanega stekla). Višje kot so torej zaostale napetosti, večja sta širina razpokanega pasu in napetost ob porušitvi.



Grafikon 5: Porušna napetost v odvisnosti od širine razpokanega območja

5.4.3 Postkritično območje

Postkritično območje smo dosegli le pri sedmih preizkušancih. V drugih primerih sta obe lameli počili istočasno. Na podlagi podatkov iz preglednice 7 in grafikona 6 sklepamo, da po porušitvi spodnjega stekla povezovalna folija ne vpliva na nosilnost zgornjega, saj absolutna vrednost rezidualne porušne sile P_{rez} pri obeh tipih laminatov variira okoli 2 kN. Največja zabeležena sila sicer pripada panelu s plastjo folije EVA SAFE, vendar gre za majhno razliko, na podlagi katere ne moremo delati zaključkov.

Preglednica 7: Sile in pomiki v postkritičnem območju (P_{max} je sila ob porušitvi prve lamele, P_{rez} sila ob porušitvi druge lamele, u_{rez} maksimalni pomik v postkritičnem območju)

Preizkušanec	P _{max} [kN]	P _{rez} [kN]	$P_{\rm max}/P_{\rm rez}$	<i>u</i> _{rez} [mm]
EVA 1	7,99	2,36	3,39	19,64
EVA 3	6,39	2,08	3,07	16,19
EVA 4	5,94	1,87	3,18	15,38
PVB 8	3,42	1,80	1,9	11,24
PVB 10	2,70	2,00	1,35	12,51
PVB 11	4,52	2,20	2,05	21,25
PVB 12	3,62	2,20	1,65	19,54



Grafikon 6: Sila v odvisnosti od pomikov postkritičnem območju

Za razliko od rezidualnih trdnosti se največji pomiki, ki jih paneli dosegajo v postkritičnem območju u_{rez} , gibljejo v širšem intervalu, tj. med 11 mm in 21 mm. Pojav si razložimo s pomočjo slike 10. Če primerjamo dva enako obremenjena nosilca z različno dolgimi ojačitvami, opazimo, da sta napetosti, ki ju nosilca dosežeta na sredini razpona, enaki, medtem ko sta povesa različna. To pomeni, da pri sili, ki povzroči porušitev (pri nas se giblje okoli 2 kN), dosežemo enake napetosti (natezno trdnost stekla), a različne pomike. Nanje vplivata dolžina nepoškodovanega dela počene lamele, ki deluje kot ojačitev, in vrsta povezovalne folije, saj določa togost ojačanega dela prereza.



Slika 10: Primerjava napetosti pri različno razpokanih panelih z enakimi pomiki na sredini; a) model nosilca z manjšim območjem razpok, b) model nosilca z večjim območjem razpok, c) potek napetosti, d) potek povesov

5.4.4 Dokončna porušitev

Laminati s folijo PVB so po odpovedi obeh steklenih lamel na mestu razpok izgubili vso upogibno togost in se povesili do profila, na katerega smo privarili podpore. Če le-teh ne bi bilo, si predstavljamo, da bi se deformacijska linija približala verižnici. Po odstranitvi iz naprave smo na profilih opazili odpadanje večjih delov razpokanega stekla (do 7 centimetrov).

Paneli s folijo EVA SAFE so imeli boljše rezidualno obnašanje. Po prvi razpoki so hipno padli za približno dva centimetra, nato pa obstali. Deformacijska linija porušene konstrukcije je bila podobna paraboli. Za nadaljnje upogibanje je bila, čeprav minimalna, potrebna dodatna obremenitev. Delci so ostali povezani, odpadlo je malo število drobnih kosov stekla. Zaradi višje rezidualne nosilnosti po porušitvi obeh lamel je uporaba panelov EVA varnejša.



Slika 11: Dokončna porušitev panela; a) porušna linija panela EVA, b) fragmenti stekla, ki so odstopili od panela PVB

6 RAČUNSKO MODELIRANJE ŠTIRITOČKOVNEGA PREIZKUSA

V tem poglavju prikažemo uporabo obravnavanih računskih modelov pri konstrukciji, ki smo jo analizirali eksperimentalno, tj. pri lameliranem steklenem nosilcu, ki je upogibno obremenjen z dvema točkovnima silama.

Najprej izračunamo togostne in geometrijske parametre, ki so enaki v vseh metodah. Nato prikažemo uporabo vsake metode posebej, na koncu pa izračunane vrednosti primerjamo z eksperimentalnimi rezultati.

6.1 Določitev parametrov

6.1.1 Togostni parametri

Togostne parametre stekla in polimerov povzamemo iz preglednic 2, 3, 4 in 5. Karakteristike stekla in vrednosti poissonovega količnika materialov EVA in PVB so v območju naših meritev bolj ali manj konstantne, strižna modula polimerov pa sta manj stabilna, saj sta odvisna od temperature, starosti, trajanja obremenjevanja in velikosti obtežbe. Zato moramo določiti vrednosti, ki so značilne za pogoje naše preiskave. Ta je potekala pri temperaturi 25 °C, uporabili smo nove preizkušance, obremenjevanje pa je trajalo okoli 20 sekund. Pri določanju strižnega modula folije PVB uporabimo podatke iz preiskave [11]. S polinomsko interpolacijo določimo strižni modul pri ustrezni temperaturi 25 °C (na grafikonu 7 vidimo, da razporeditev vrednosti iz preiskave [11] zahteva polinomsko interpolacijo višje stopnje), z linearno interpolacijo nato še vrednost modula za čas obremenjevanja 20 sekund. Pri iskanju modulov folije EVA se poslužujemo podatkov iz preiskave [13], kjer so vrednosti parametra pri 25 °C že podane. Ker strižni modul tega materiala manj variira in se po nastopu obremenitve hitro stabilizira, lahko vzamemo vrednost pri času obremenjevanja 60 sekund. Z enačbo (3.1) nato določimo še elastični modul.

Material	Elastični modul [MPa]	Strižni modul [MPa]	Poissonov količnik [-]
Steklo	70000	29000	0,22
EVA	12	4,60	0,32
PVB	2,6	0,86	0,50

Preglednica 8: Togostni parametri, uporabljeni pri modeliranju



Grafikon 7: Strižni modul v odvisnosti od temperature pri času obremenjevanja 10 sekund

6.1.2 Geometrijski parametri

Dimenzije laminatov h_1 , h_2 , b, L in t smo določili z meritvami. Ostale količine izračunamo z enačbami (4.5) do (4.8), (4.31) do (4.33), (4.51) in (4.52).

Količina	EVA	PVB
<i>h</i> ₁ [mm]	10	10
<i>h</i> ₂ [mm]	10	10
<i>b</i> [mm]	360	360
<i>L</i> [mm]	1000	1000
<i>t</i> [mm]	1,6	1,52
$A_1 [{\rm mm}^2]$	3600	3600
$A_2 [{\rm mm}^2]$	3600	3600
$I_1 [{\rm mm}^4]$	30000	30000
$I_2 [{\rm mm}^4]$	30000	30000
<i>h</i> _{s,1} [mm]	5,8	5,76
h _{s,2} [mm]	5,8	5,76
<i>H</i> [mm]	11,6	11,52
$I_{\rm s} [{\rm mm}^3]$	673	664
$I_{\rm tot} [\rm mm^4]$	302208	298879
D ₁ [kNmm]	6130	6130
D ₂ [kNmm]	6130	6130
D _{tot} [kNmm]	61751	61071

Preglednica 9: Geometrijski parametri, uporabljeni pri modeliranju

6.2 Newmarkov model

Metoda zahteva reševanje diferencialnih enačb (4.1), (4.9) in (4.10). Ker velja zveza (4.12), se lotimo le reševanja enačb (4.1) in (4.9), s katerima izračunamo poteka prečnih in vzdolžnih pomikov, tj. w(x) in $u_1(x)$, ki ga od tu naprej zapisujemo kar u(x). Najprej moramo določiti funkciji obtežbe in upogibnih momentov. Ker obtežba vzdolž konstrukcije ni zvezna funkcija, ločimo model na pet območij tako, da jo kot zvezno zapišemo na vsakem od območij:

- območje I: $x \in \left(0, \frac{2}{5}L \frac{a}{2}\right)$
- območje II: $x \in \left(\frac{2}{5}L \frac{a}{2}, \frac{2}{5}L + \frac{a}{2}\right)$
- območje III: $x \in \left(\frac{2}{5}L + \frac{a}{2}, \frac{3}{5}L \frac{a}{2}\right)$
- območje IV: $x \in \left(\frac{3}{5}L \frac{a}{2}, \frac{3}{5}L + \frac{a}{2}\right)$
- območje V: $x \in \left(\frac{3}{5}L + \frac{a}{2}, L\right)$



Slika 12: Shema modela prostoležečega nosilca z dvema točkovnima silama, ki ga uporabimo v Newmarkovi metodi

Obtežba na območjih II in IV znaša P/2a, na območjih I, III in V pa je enaka 0. Parameter *a* pomeni dolžino, na kateri deluje obtežba. Gre za majhno vrednost, saj želimo modelirati točkovno obtežbo¹.

Določimo upogibne momente M(x), ki se prav tako razlikujejo po območjih:

Potek momentov na območju I je

$$M(x) = 0.5Px,\tag{6.1}$$

na območju II

$$M(x) = 0.5Px - \frac{0.5P(x - 0.4L + \frac{a}{2})^2}{2a},$$
(6.2)

na območju III

$$M(x) = 0,2PL,\tag{6.3}$$

¹ Za a si izberemo 1 mm.

na območju IV

$$M(x) = 0.2PL - \frac{0.5P\left(x - 0.6L + \frac{a}{2}\right)^2}{2a}$$
(6.4)

in na območju V

$$M(x) = 0.5P(L - x).$$
(6.5)

Z uvedbo petih območij dobimo sistem petih diferencialnih enačb (eno za vsako od območij), pet neznanih funkcij povesov $w_{I}(x)$, $w_{II}(x)$, $w_{III}(x)$, $w_{IV}(x)$, $w_{V}(x)$ in pet neznanih funkcij vzdolžnih pomikov $u_{I}(x)$, $u_{II}(x)$, $u_{III}(x)$, $u_{V}(x)$, $u_{V}(x)$. V skladu z enačbami (4.13) do (4.16) določimo še robne pogoje sistema. Ti so:

• ničelne vrednosti funkcij ob podporah:

$$w_{\rm I} = w_{\rm V} = 0 \tag{6.6}$$

$$w_{\rm I}'' = w_{\rm V}'' = 0 \tag{6.7}$$

$$u'_{\rm I} = u'_{\rm V} = 0$$
 (6.8)

• enakosti funkcij na mestu stika območij *i* in *j* :

$$w_i = w_j \tag{6.9}$$

$$w_i' = w_j' \tag{6.10}$$

$$w_i'' = w_j'' \tag{6.11}$$

$$w_i''' = w_j'''$$
 (6.12)

$$u_i = u_j \tag{6.10}$$

$$u_i' = u_j' \tag{6.11}$$

Rešitve $w_i(x)$; $i \in \{I, II, III, IV, V\}$, ki jih lahko določimo numerično (v našem primeru s programom Wolfram Mathematica 8.0), združimo tako, da vsaka deluje na svojem območju. Dobimo krivuljo povesa. Metoda vsebuje le linearne diferencialne enačbe, zato je dovoljena superpozicija. To pomeni, da večja sila rezultira v premosorazmerno večjem odzivu. Zanimajo nas povesi na sredini, ki jih prikažemo na grafikonih 8 in 9. Ostale rešitve, tj. funkcije $u_i(x)$; $i \in \{I, II, III, IV, V\}$, vstavimo v enačbo (4.17) in določimo potek osne sile v lamelah, s pomočjo enačbe (4.18) pa še napetosti na površini lamel (grafikona 10 in 11). Tudi tu se poslužujemo superpozicije.

6.3 Metode z efektivno višino

6.3.1 Zenkertova metoda

S poznavanjem uklonske dolžine L_{LT} določimo efektivni vztrajnostni moment $I_{z,eff}$, ki ga Zenkert izpelje z enačbami (4.21) do (4.24).

Preglednica 10: Rezultati Zenkertove metode za prostoležeč nosilec z dvema točkovnima silama

	EVA	PVB
$L_{\rm LT}$ [mm]	1000	1000
α	0,248	0,2512
β	0,122	0,6186
$I_{\rm z,eff} [\rm mm^4]$	169958	93626

Iz $I_{z,eff}$ pridobimo stopnjo strižne povezave, kot jo je v [16] definiral Bennison. Pri tem uporabimo enačbo (4.29) in upoštevamo, da je ekvivalentni vztrajnostni moment I_{eq} , uporabljen v Bennisonovem modelu, enak Zenkertovemu efektivnemu vztrajnostnemu momentu $I_{z,eff}$.

$$\Gamma = \frac{I_{z,\text{eff}} - I_1 - I_2}{A_1 A_2} \frac{A_1 + A_2}{H^2}$$
(6.12)

Efektivne višine prereza lahko sedaj določimo s pomočjo enačb (4.35), (4.36) in (6.12) ter parametrov iz preglednic 8 in 9.

Preglednica 11: Efektivne višine prostoležečega nosilca z dvema točkovnima silama, izpeljane iz Zenkertove metode

	EVA	PVB
Г	0,4540	0,1408
$h_{\mathrm{ef},w}$ [mm]	17,83	14,62
$h_{{ m ef},\sigma}$ [mm]	19,27	16,39

6.3.2 Wölfel-Bennisonova metoda (WB)

Z uporabo enačb (4.34) do (4.36) ter podatkov iz preglednic 8 in 9 določimo vrednosti količin v spodnji preglednici.

Preglednica 12: Rezultati Wölfel-Bennisonove metode pri prostoležečem nosilcu z dvema točkovnima silama

	EVA	PVB
Г	0,4610	0,1440
$h_{\mathrm{ef},w}$ [mm]	17,89	14,65
$h_{\rm ef,\sigma}$ [mm]	19,32	16,42

6.3.3 Metoda razširjene efektivne višine (EET)

Za določitev efektivnih višin najprej določimo faktor Ψ . Ker našega primera obteževanja ni v vnaprej pripravljenimi tabeli [17], ga moramo izračunati prek poteka obtežbe p(x) in reduciranih pomikov g(x) z enačbo (4.41). V ta namen modeliramo štiritočkovni test – prostoležeči nosilec, ki ga obremenimo s točkovnima silama na dveh oziroma treh petinah razpona.



Slika 13: Shema modela prostoležečega nosilca z dvema točkovnima silama, ki ga uporabimo v metodi EET

Obtežba p(x) rezultira v upogibnih momentih M(x) in reduciranih pomikih g(x), ki jih opišemo z naslednjimi izrazi:

$$p(x) = \begin{cases} P/2; \ x = \frac{2}{5}l \\ P/2; \ x = \frac{3}{5}l \\ 0; \ sicer \end{cases}$$
(6.13)

$$M(x) = \begin{cases} 0,5Px; \ x \in \left(0,\frac{2}{5}L\right) \\ 0,2PL; \ x \in \left(\frac{2}{5}L,\frac{3}{5}L\right) \\ 0,5P(L-x); \ x \in \left(\frac{3}{5}L,L\right) \end{cases}$$
(6.14)

$$g(x) = \begin{cases} -\frac{x^3}{6} + \frac{3}{25}L^2x; \ x \in \left(0, \frac{2}{5}L\right) \\ -\frac{1}{5}Lx^2 + \frac{1}{5}L^2x - \frac{4}{375}L^3; \ x \in \left(\frac{2}{5}L, \frac{3}{5}L\right) \\ \frac{x^3}{6} - \frac{1}{2}Lx^2 + \frac{19}{50}L^2x - \frac{7}{150}L^3; \ x \in \left(\frac{3}{5}L, L\right) \end{cases}$$
(6.15)

Z enačbami (4.40), (4.41), (4.45) in (4.46) ter podatki iz preglednic 8 in 9 nato izvrednotimo količine v spodnji preglednici.

Preglednica 13: Rezultati metode EET za prostoležeč nosilec z dvema točkovnima silama

	EVA	PVB
Ψ	$9,915 \cdot 10^{-6}$	9,915 · 10 ⁻⁶
η	0,8067	0,4482
$h_{{ m ef},w}$ [mm]	17,82	14,61
$h_{\mathrm{ef},\sigma}$ [mm]	19,26	16,39

6.3.4 Metoda razširjene efektivne višine za ploskovne konstrukcije (EET 2D)

Našo konstrukcijo lahko štejemo med linijske (notranje sile in pomiki se spreminjajo le z vzdolžno koordinato x, ne pa s prečno koordinato y), lahko pa tudi med ploskovne elemente (dve dimenziji sta občutno večji kot tretja). Zato uporabimo še metodo EET za plošče. Način podpiranja in razporeditev obtežbe sta analogna linijskemu modelu, zato pričakujemo, da bo faktor Ψ enak kot prej, a ga kljub temu določimo. Modeliramo ploskovno konstrukcijo z vrtljivimi podporami na krajših robovih in linijsko obtežbo P/2b na dveh in treh petinah razpona (enako kot pri fizičnem modelu).



Slika 14: Shema modela prostoležečega nosilca z dvema točkovnima silama, ki ga uporabimo v metodi EET za ploskovne elemente

$$p(x,y) = p(x) = \begin{cases} P/2b; \ x = \frac{2}{5}l \\ P/2b; \ x = \frac{3}{5}l \\ 0; \ sicer \end{cases}$$
(6.16)

Reducirane pomike g(x, y) pridobimo kot rešitev diferencialne enačbe (4.53).

$$g(x,y) = g(x) = \begin{cases} -\frac{4l^3}{375b} + \frac{18l^2(l-x)}{125b} - \frac{l(l-x)^2}{5b} + \frac{(l-x)^3}{15b} + \frac{8l^2x}{125b} - \frac{x^3}{10b}; \ x \in \left(0, \frac{2}{5}L\right) \\ -\frac{8l^3}{375b} + \frac{18l^2(l-x)}{125b} - \frac{l(l-x)^2}{5b} + \frac{(l-x)^3}{15b} + \frac{18l^2x}{125b} - \frac{lx^2}{5b} + \frac{x^3}{15b}; \ x \in \left(\frac{2}{5}L, \frac{3}{5}L\right) \\ -\frac{4l^3}{375b} + \frac{8l^2(l-x)}{125b} - \frac{(l-x)^3}{10b} + \frac{18l^2x}{125b} - \frac{lx^2}{5b} + \frac{x^3}{15b}; \ x \in \left(\frac{3}{5}L, L\right) \end{cases}$$
(6.17)

Z enačbami (4.45), (4.46), (4.49) in (4.50) ter podatki iz preglednic 8 in 9 izračunamo vrednosti v spodnji preglednici.

	EVA	PVB
Ψ	9,915 · 10 ⁻⁶	$9,915 \cdot 10^{-6}$
η	0,7988	0,4359
$h_{\mathrm{ef},w}$ [mm]	17,71	14,53
$h_{\mathrm{ef},\sigma} [\mathrm{mm}]$	19,17	16,30

Preglednica 14: Rezultati metode EET 2D za prostoležeč nosilec z dvema točkovnima silama

Faktor Ψ je enak kot pri linijskem modelu, kar smo pričakovali. Kljub temu se vrednosti efektivnih višin razlikujejo, kar je posledica različnih modelov (pri ploskovnem modelu npr. upoštevamo prečno kontrakcijo, ki je vključena v togost plošče *D*).

6.3.5 Uporaba efektivne višine

Različne metode nam dajo svoje efektivne višine, ki jih sedaj uporabimo za debelino enoplastne homogene konstrukcije. Modeliramo jo v programu SAP 2000, verzija 15.0.0. Ultimate, in sicer s ploskovnimi končnimi elementi »plate« dimenzij 25/22,5 mm in materialnimi karakteristikami za steklo.

Konstrukcijo dimenzij 1000/360 mm podpremo na enem robu vrtljivo in na drugem pomično. Obtežbo nanesemo točkovno v vsako vozlišče na dveh oziroma treh petinah razpona (s tem simuliramo linijsko obtežbo).



Slika 15: Model enoplastnega homogenega prostoležečega nosilca z dvema točkovnima silama

Rezultati (pomiki in napetosti) metod z efektivnimi višinami so podani v nadaljevanju na grafikonih 8–11, kjer jih primerjamo med sabo, z ostalimi metodami in eksperimentalnimi dognanji.

6.4 Model na osnovi končnih elementov

6.4.1 Razlike od metod z efektivnimi višinami

Medtem ko v metodah z efektivnimi višinami modeliramo enoplastno homogeno konstrukcijo, v modelih v tem poglavju podamo vsako plast posebej in pri tem uporabimo realne višine posameznih plasti. Oznako »metoda končnih elementov« oziroma »MKE« zato omejimo na te modele, čeprav se zavedamo, da se pri obeh vrstah metod poslužujemo istega programskega orodja SAP2000, v15.0.0. Ultimate. Zaradi geometrije konstrukcije, načina podpiranja in razporeditve obtežbe lahko uporabimo linijski, ploskovni ali prostorski model na osnovi končnih elementov.

6.4.2 Linijski model

Model se izkaže kot neprimeren. Program sicer omogoča definiranje plastovitih prerezov (other section properties-section designer), a jih napačno interpretira, kar vidimo pri razporeditvi napetosti po prerezu. Za lažji prikaz smo modelirali prerez z debelo plastjo folije EVA SAFE. Očitno se vidi, da napetosti po celotnem prerezu linearno naraščajo, medtem ko bi morale biti žagaste oblike. Temu primerni so tudi rezultati – napetosti in pomiki – ki so od eksperimentalnih večji za več kot sto odstotkov.



Slika 16: Modeliranje prereza kompozitne konstrukcije z linijskimi končnimi elementi; a) prečni prerez modela, b) razpored napetosti pri upogibni obremenitvi

6.4.3 Ploskovni model

Tudi ploskovni model nam ponuja možnost več plasti v prerezu (»shell-layered/nonlinear«), a prav tako ne daje zadovoljivih rezultatov. Problem pri teh elementih je, da program predvideva stik plasti na robovih, tudi če med njimi modeliramo odprtino (kot pri votlih betonskih ploščah). S tem je vztrajnostni moment občutno večji, saj gre za monolitni prerez z izrezano sredino. Če namesto odprtine med steklo vstavimo plast z nizkim elastičnim modulom (kot na primer foliji EVA SAFE ali PVB), pa je obnašanje podobno, saj program predvideva, da sta robni plasti že povezani, zato polimer ne opravlja več funkcije povezovalne plasti, temveč ima le še vlogo polnila. Posledica nerealno visoke odpornosti so zopet napačni, tokrat preveč optimistični, pomiki in napetosti.

ayer Definition D	ata				Num Int.		Ma	terial	Material	Compone	ent Behavior	
Layer Name	Distance	Thic	kness	Туре	Points	Material	A A	ngle 9	511	\$22	S12	-
eva	0,	1,6		Plate	▼ 2	eva	▼ 0,	Line	ar 💌	Linear	💌 Linear 💌	
zgoraj	5,8		10,	Plate	2	steklo		0, Li	inear	Linear	r Linear	-
eva	0,		1,6	Plate	2	eva		0, Li	inear	Linear	r Linear	
spodaj	-5,8		10,	Plate	2	steklo		0, Li	inear	Linear	r Linear	
												k
Quick Start			•	•			Add	Insert		fodify	Delete	· ·
Quick Start	scted Layer	•	Sec	ction Name-			Add	Insert] <u>[</u>	fodify 1	Delete]
Quick Start	ected Layer introl		Sec	l 💽) Distance		Add	Insert		fodify	Delete]
Quick Start ∫ ✓ Highlight Sel Iransparency Co	acted Layer		Sec Ord	er Layers By Order A) Distance	rde	Add		1	fodifu	Delete]
Quick Start	ected Layer Introl		Sec	er Layers By Order A) Distance scending er Information-		Add	Insert]	fodiře	Delete	_ _
Quick Start ✓ Highlight Sel Transparency Co	scted Layer Introl 🔌		Calc	l Etion Name skupaj ler Layers By Order A culated Laye umber of Lay	Distance scending er Information-		Add	Insert	[<u></u>	(odify)	Delete	
Quick Start ✓ Highlight Sel Transparency Co	scted Layer Introl		Cake	I Skupaj Skupaj Ier Layers By Order A culated Laye umber of Lay otal Section	Distance scending er Information yers Thickness		Add	Insert	<u></u>	<u>fodify</u>	Delete	▼
Quick Start ✓ Highlight Sel Transparency Co	scted Layer Introl		Cake Cake Su	In the second se	v Distance scending er Information- vers Thickness D verlaps	r	Add	Insert		foditu	Delete]
Quick Start ✓ Highlight Sel Transparency Co	scted Layer Introl		Cake Cake Nu Ta Su	International States of Control States of Contro	Distance scending ar Information yers Thickness D verlaps Setween Laver		Add	Insert		fodify	Delete	_]

Slika 17: Modeliranje prereza kompozitne konstrukcije s ploskovnimi končnimi elementi

6.4.4 Prostorski model

Prostorski model je zasnovan s 3D končnimi elementi »solid model-block«, pri čemer so bili za modeliranje stekla uporabljeni končni elementi dimenzij 16,67/18/5 mm, za polimerno plast pa končni elementi dimenzij 16,67/18/1,6 mm. Upoštevamo linearno elastično obnašanje, zato uporabimo podatke iz preglednice 8.



Slika 18: Tridimenzionalni model upogibno obremenjenega prostoležečega nosilca iz končnih elementov; a) mreža končnih elementov, b) deformacijska linija c) površinske napetosti pri obtežbi 1 kN, d) napetosti po višini na sredini razpona pri obtežbi 1 kN

Rezultati se izkažejo kot zelo dobri, saj se ujemajo z našimi pričakovanji. Realnemu odzivu konstrukcije ustreza tako deformacijska linija kot potek napetosti po dolžini. Zadovoljni smo tudi s potekom napetosti po višini, ki je žagaste oblike, kot prikazuje slika 18. Rezultati so primerljivi tudi z ostalimi računskimi metodami (podrobneje v poglavju 6.5).

6.5 Primerjava rezultatov računskih metod z eksperimentalnimi rezultati

V nadaljevanju so primerjani pomiki in napetosti, pridobljeni iz računskih modelov, in eksperimentalni rezultati. Količine, ki jih nismo merili in jih lahko pridobimo le z nekaterimi metodami, analiziramo v nadaljevanju v poglavju 7.3.1. Ker želimo, da so rezultati čim bolj primerljivi, jih odčitamo na istem mestu (v kolikor je to mogoče). Pri Newmarkovem linijskem modelu prečne koordinate y ne moremo izbrati, pri metodah z efektivno višino in pri metodi končnih elementov pa smo modelirali ploskovno oziroma prostorsko konstrukcijo, zato lahko določimo tudi koordinato y. Napetosti tako odčitamo na sredini razpona 10 centimetrov od roba, pomike pa na sredini razpona 22,5 milimetrov od roba (pri metodah z efektivno višino) oziroma 18 milimetrov od roba (pri metodi končnih elementov).



Grafikon 8: Primerjava računskih metod z eksperimentalnimi rezultati – povesi med štiritočkovnim preizkusom na panelih EVA



Grafikon 9: Primerjava računskih metod z eksperimentalnimi rezultati – povesi med štiritočkovnim preizkusom na panelih PVB



Grafikon 10: Primerjava računskih metod z eksperimentalnimi rezultati – napetosti med štiritočkovnim preizkusom na panelih EVA



Grafikon 11: Primerjava računskih metod z eksperimentalnimi rezultati – napetosti med štiritočkovnim preizkusom na panelih PVB

Če primerjamo le računske metode med sabo, dajejo presenetljivo podobne rezultate (krivulje se bolj ali manj prekrivajo). Ko gre za določitev povesov in napetosti za dani primer prostoležečega nosilca z dvema točkovnima silama (štiritočkovni test), so navedene metode torej enakovredne, kljub temu da nekatere (Newmark) zahtevajo dosti več časa in truda kot druge (Wölfel-Bennison).

Če jih primerjamo z eksperimentalnimi meritvami, vidimo, da tako računski pomiki kot napetosti le malo odstopajo (so nekoliko večji), in sicer: pomiki pri EVA od 10 % do 14 %, pri PVB od 0 do 30 %, napetosti pri EVA od 5 % do 12 %, pri PVB od 0 do 20 %. Večji interval odstopanj opazimo pri panelih s plastjo PVB, kar je posledica večjega raztrosa rezultatov meritev.

Večje odstopanje odzivov laminatov PVB lahko pripišemo tudi večji napaki pri določitvi strižnega modula. Le-ta je v vseh metodah glavni parameter. Ker je odvisen od temperature, trajanja obtežbe, velikosti obtežbe in starosti, ga ne moremo določiti popolnoma natančno. Kljub temu ocenjujemo, da so odstopanja modula od realne vrednosti majhna pri materialu EVA, saj je le-ta v območju naših meritev bolj stabilen. Zato sklepamo, da je primerjava z eksperimentalnimi rezultati na grafikonih 8 in 10 verodostojna in da omenjene metode dobro predstavljajo realno konstrukcijo. Ker so odstopanja na grafikonih 9 in 11 podobna kot na grafikonih 8 in 10, lahko posledično kot dobro ocenimo tudi izbiro strižnega modula za folijo PVB.

Opazimo lahko še eno zanimivo razliko med grafikonoma 8 in 10 (pomiki in napetosti pri panelih s folijo EVA) ter 9 in 11 (pomiki in napetosti pri panelih s folijo PVB). Krivulje, ki jih podajo računski modeli, se pri prvih dveh ujemajo z eksperimentalnimi rezultati na začetku (pri majhni obremenitvi), nato pa se odmaknejo. S tem dobro vidimo, da so krivulje meritev konkavne oziroma da z naraščanjem obtežbe prerez postaja bolj tog, saj se pomiki in napetosti povečujejo vse počasneje. Strižni modul, ki ga uporabimo v računskih metodah (ta je za posamezno vrsto panela vedno isti, zato so krivulje računskih metod premice) je torej enak začetnemu modulu, ki se postopoma povečuje. Ravno nasprotno pa je pri grafikonih 9 in 11. Tu so krivulje meritev konveksne, tj. z večanjem obtežbe pomiki in napetosti rastejo hitreje. Medtem ko je na začetku obremenjevanja dejanska togost večja od izračunane (nakloni krivulj meritev so manjši od naklonov premic modelov), pri večji obremenitvi (okoli 2 kN) nekoliko pade, zaradi česar postanejo krivulje vzporedne izračunanim premicam. Razlog, da so nekatere krivulje konkavne in druge konveksne, je v tem, da imajo pri materialu EVA dejavniki, ki povečujejo togost (večja obremenitev), večji vpliv kot dejavniki, ki strižni modul zmanjšujejo (trajanje obtežbe). Pri materialu PVB pa je situacija ravno nasprotna.

Odstopanja pri vseh preizkušenih modelih so torej relativno majhna, zato lahko vse metode označimo kot dobre. Ne moremo pa zanemariti dejstva, da so rezultati pridobljeni na podlagi enega samega primera (prostoležeč nosilec z dvema točkovnima obtežbama). Preden zaključimo, da so vse metode enakovredne, jih moramo primerjati tudi v drugih pogojih.

7 ANALIZA MODELOV NA RAZLIČNIH KONSTRUKCIJAH

Smiselno se je vprašati, kako se posamezne metode odzivajo v primeru različnih robnih pogojev in razporeditve obtežbe, saj se vseh prednosti in pomanjkljivosti ne da identificirati na podlagi ene same konfiguracije robnih pogojev preizkušanca. Izbrali smo sedem tipov konstrukcij, v katerih smo analizirali potek pomikov in napetosti.

7.1 Obravnavane konstrukcije

Štiri konstrukcije so linijske in tri ploskovne. Linijske konstrukcije a, b, c in d so dolge 1000 mm in široke 360 mm, medtem ko ploskovne e, f in g v obeh smereh merijo 1000 mm. V vseh primerih sta stekleni lameli debeli 10 mm, povezovalna plast PVB meri v debelino 1,52 mm, plast EVA pa 1,6 mm. Ker so debeline plasti enake kot v primeru štiritočkovnega preizkusa, so enaki tudi geometrijski parametri, ki nastopajo v obravnavanih metodah in jih razberemo iz preglednice 9. Prav tako obdržimo temperaturo in čas obremenjevanja, zato vzamemo materialne karakteristike, ki smo jih navedli v preglednici 8. Konstrukcije obremenimo z obtežbo P, ki je od primera do primera bodisi točkovna bodisi razporejena po konstrukciji, kar je razvidno iz preglednici 15 in 16.

Konstrukcija	Opis	Skica
a	Prostoležeči nosilec z enakomerno porazdeljeno obtežbo	$\begin{array}{c} \downarrow X \longrightarrow P/L \\ \downarrow $
b	Konzola s silo na prostem robu	L P
c	Konzola z enakomerno porazdeljeno obtežbo	$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$
d	Vpeti nosilec z enakomerno obtežbo	$\begin{array}{c} \downarrow \xrightarrow{X} & P/L \\ \downarrow $

Preglednica 15: Obravnavane linijske konstrukcije

Konstrukcija	Opis	Skica
e	Na vseh štirih robovih vrtljivo podprta plošča z enakomerno porazdeljeno obtežbo	P/(ab)
f	Na vogalih točkovno podprta plošča z enakomerno porazdeljeno obtežbo	P/(ab) $P/(ab)$ P
g	Na nasprotnih robovih nepomično podprta in na enem robu vpeta plošča z enakomerno porazdeljeno obtežbo	P/(ab)

Preglednica 16: Obravnavane ploskovne konstrukcije

7.2 Uporabljene metode

7.2.1 Newmarkov model

Z Newmarkovim modelom lahko ponazorimo dogajanje zgolj v linijskih konstrukcijah, kar v našem primeru pomeni, da lahko modeliramo le nosilce a, b, c in d. Vse konstrukcije so zasnovane tako, da jih ni potrebno ločiti na več polj, zato se sistem enačb iz poglavja 6.2 poenostavi v enačbi (4.1) in (4.9). Pri reševanju uporabimo programsko orodje Wolfram Mathematica 8.0. Določimo poteka obtežbe in upogibnih momentov, ki sta specifična za vsako od konstrukcij.

Preglednica 17: Poteki obtežbe in upogibnih momentov obravnavanih konstrukcij, ki jih uporabimo v Newmarkovem postopku

Konstrukcija	Potek obtežbe	Potek upogibnih momentov
а	P/L	$-\frac{P\cdot x^2}{2L} + \frac{P\cdot x}{2}$
b	0	$P \cdot x - P \cdot L$
с	$^{P}/_{L}$	$\frac{P \cdot x^2}{2L} - \frac{P \cdot L}{2}$
d	P/L	$-\frac{P\cdot x^2}{2L} + \frac{P\cdot x}{2} - \frac{P\cdot L}{12}$

Robni pogoji, ki izhajajo iz splošnih zahtev (enačbe (4.13) do (4.16)), se prav tako razlikujejo od primera do primera. V obravnavanih konstrukcijah se pojavijo naslednji primeri¹:

• členkasto vozlišče v točki *i*:

$$w_i = 0 \tag{7.1}$$

$$E(I_1 + I_2)w'' = M_i (7.2)$$

$$EAu_i' = H_i \tag{7.3}$$

• vpeto vozlišče v točki *i*:

$$w_i = 0 \tag{7.4}$$

$$w_i' = 0$$
 (7.5)

$$u_i = 0 \tag{7.6}$$

• prosti rob v točki *i*:

$$E(I_1 + I_2)w'' = M_i (7.7)$$

$$EAu_i' = H_i \tag{7.8}$$

$$E(I_1 + I_2)w'''(L) - \frac{GbH(2u(L) + Hw'(L))}{t} = V_i$$
(7.9)

¹ Zunanja obtežba H_i , V_i in M_i na desnih straneh enačb (7.1) do (7.9) je v naših primerih povsod enaka 0, razen v primeru konzole s točkovno silo (konstrukcijo b), kjer na desno stran enačbe (7.9) vstavimo silo P.

Kot rešitvi diferencialnih enačb (4.1) in (4.9) pridobimo poteka povesov w(x) in vzdolžnih pomikov u(x). Z enačbo (4.17) izračunamo potek osnih sil, ki jih vstavimo v izraz (4.18), s katerim določimo še napetosti na notranji in zunanji površini lamel.

7.2.2 Metode z efektivno višino

Metodi Zenkert in WB lahko uporabimo le za nosilce, metodo EET pa tudi za plošče. Potek izračuna efektivnih višin je identičen kot v poglavju 6.3, razlika je le pri metodi EET, kjer za določitev faktorja Ψ uporabimo tabelo z vnaprej pripravljenimi vrednostmi [17], ki vsebuje vse obravnavane konstrukcije. Rezultati so podani v spodnjih preglednicah.

	Zenkert		Wölfel-Bennison		EET	
Konstrukcija	EVA	PVB	EVA	PVB	EVA	PVB
a	17,83	14,62	17,89	14,65	17,83	14,61
b	20,18	17,27	17,89	14,65	20,16	17,24
c	20,18	17,27	17,89	14,65	20,02	17,00
d	15,03	13,27	17,89	14,65	14,92	13,19
e	/	/	/	/	16,23	13,70
f	/	/	/	/	17,07	14,13
g	/	/	/	/	17,38	14,31

Preglednica 18: Efektivne višine različnih konstrukcij za določitev povesov

	Zenkert		Wölfel-Bennison		EET	
Konstrukcija	EVA	PVB	EVA	PVB	EVA	PVB
а	19,27	16,39	19,32	16,42	19,27	16,38
b	20,83	18,81	19,32	16,42	20,82	18,79
с	20,83	18,81	19,32	16,42	20,74	18,59
d	16,82	14,95	19,32	16,42	16,71	14,84
e	/	/	/	/	17,95	15,41
f	/	/	/	/	18,67	15,88
g	/	/	/	/	18,92	16,07

Preglednica 19: Efektivne višine različnih konstrukcij za določitev napetosti

Pri določanju pomikov oziroma napetosti uporabimo efektivne višine iz zgornjih dveh preglednic in program SAP 2000, kot je predstavljeno v poglavju 6.3.5. Od primera do primera spreminjamo način podpiranja in obliko ploskovnega modela (v skladu z opisi konstrukcij v poglavju 7.1), povsod uporabimo končne elemente »plate«. V linijskih konstrukcijah so dimenzije končnega elementa 22,5/25 mm, v ploskovnih pa 25/25 mm.

7.2.3 Model na osnovi tridimenzionalnih končnih elementov

Metodo tridimenzionalnih končnih elementov lahko uporabimo za katero koli konstrukcijo (a, b, c, d, e, f in g). Uporabimo končne elemente »solid model-block«.

Pri nosilcih so končni elementi za modeliranje stekla dimenzij 16,67/18/5 mm, za modeliranje polimerne plasti pa dimenzij 16,67/18/1,6 mm (EVA) oziroma 16,67/18/1,52 mm (PVB). Pri konstrukcijah, b, c, d ob mestu vpetja zgostimo mrežo, da preprečimo žagast potek napetosti po dolžini. Vrtljivo podporo modeliramo tako, da preprečimo pomik le spodnjim vozliščem, vpetje pa tako, da prepovemo pomike po celotni višini, kot prikazuje slika 19. Obtežbo podajamo v vozlišča na zgornji površini konstrukcij. V primeru b, kjer želimo modelirati točkovno silo, jo razporedimo po prostem robu, v ostalih konstrukcijah pa po celotni zgornji ploskvi.



Slika 19: Model konzole na osnovi 3D končnih elementov

Steklo pri ploščah (konstrukcije e, f in g) sestavimo iz končnih elementov dimenzij 25/25/5 mm, polimerno plast pa modeliramo s končnimi elementi dimenzij 25/25/1,6 mm (EVA) oziroma 25/25/1,52 mm (PVB). Podpiranje in nanašanje obtežbe potekata enako kot pri linijskih konstrukcijah.



Slika 20: Model prostoležeče plošče na osnovi 3D končnih elementov

7.3 Rezultati

7.3.1 Vpliv povezovalne folije

Vpliv polimerne folije smo analizirali na linijskih konstrukcijah, in sicer z Newmarkovim modelom. Določili smo pomike, osne sile in napetosti vzdolž celotne konstrukcije. Vrednosti smo normirali, tako da so pomiki, osne sile in napetosti vzdolž nosilca podane v razmerju z največjo vrednostjo, dobljeno pri laminatih s folijo PVB, napetosti po višini pa v razmerju z površinskimi vrednostmi.

7.3.1.1 Poves

Pričakovano so si deformacijske linije enakih konstrukcij podobne, medtem ko se velikosti povesov razlikujejo. Pri tem imajo povezovalne folije največji vpliv na poves prostoležečega nosilca, kjer s plastjo EVA dobimo 45 % manjše maksimalne vrednosti kot s plastjo PVB. Pri konzolah je razlika 37 %, pri vpetem nosilcu, kjer je vpliv polimera najmanjši, pa 31 %.



Grafikon 12: Poves prostoležečega nosilca (konstrukcija a)



Grafikon 13: Poves konzole s silo (konstrukcija b)



Grafikon 14: Poves konzole s porazdeljeno obtežbo (konstrukcija c)



Grafikon 15: Poves vpetega nosilca (konstrukcija d)

7.3.1.2 Vzdolžni pomik

Analizirali smo vzdolžne pomike lamel, ki so posledica delovanja polimernih folij. Krivulje EVA in PVB so si podobne po obliki in različne po velikosti. Večje pomike v vseh primerih dobimo z materialom EVA, saj ta bolje povezuje stekleni lameli in s tem omogoča večji vpliv spodnje lamele na zgornjo. Črtkane krivulje so nasprotno-enake neprekinjenim črtam, saj lameli ena na drugo delujeta z enakim strižnim tokom. To obnašanje je posledica zveze (4.11). Grafikona pri simetričnih konstrukcijah (16 in 19) sta si antisimetrična. To spominja na diagram strižnih sil, kar ni čudno, saj prav vzdolžni pomiki povzročajo strižne napetosti.

Največji pomik v primeru prostoležečega nosilca dobimo ob podporah, kar je smiselno, saj od sredine proti robovoma plošči vseskozi vlečeta druga drugo k sebi. Pomik se tako povečuje, a vse počasneje, kar se kaže v manjšem naklonu. Ob podporah razlika znaša 79 %. Na tem mestu so s tem največje tudi medplastne strižne napetosti. Pomiki steklenih lamel pri konzolah (grafikona 17 in 18) naraščajo od mesta vpetja, kjer so preprečeni, proti prostemu robu, kjer odstopanja dosežejo 21 % (obremenitev le

na prostem robu) oziroma 18 % (enakomerna obremenitev vzdolž konstrukcije). Največji vpliv na vzdolžne pomike ima polimerna plast pri vpetem nosilcu, kjer so razlike okoli 200 %. Maksimalne vrednosti se pojavijo 23 cm od robov.



Grafikon 16: Vzdolžni pomiki lamel prostoležečega nosilca (konstrukcija a)



Grafikon 17: Vzdolžni pomiki lamel konzole s silo (konstrukcija b)



Grafikon 18: Vzdolžni pomiki lamel konzole s porazdeljeno obtežbo (konstrukcija c)



Grafikon 19: Vzdolžni pomiki lamel vpetega nosilca (konstrukcija d)

7.3.1.3 Osne sile v lamelah

Zaradi bolj povezanega delovanja (večji strižni modul) je v večini konstrukcij tako v zgornji kot spodnji lameli sila večja v primeru folije EVA, kjer smo bližje monolitnemu prerezu. To je pričakovano, saj je osna sila rezultanta napetosti, ki se v posameznih polovicah monolitnega prereza med seboj ne odštevajo (slika 3). Ravno nasprotno pa se povsem izničijo v primeru dveh ločenih prerezov, katerim so bolj podobni laminati s plastjo PVB. Zato je v teh tudi manjša osna sila. Izjema se zgodi le pri konzoli s porazdeljeno obtežbo, kjer je od polovice razpona sila nekoliko večja pri panelih s plastjo PVB. Očitno tu vzdolžni pomiki naraščajo hitreje kot pri laminatih s folijo EVA, kjer so sicer večji.

Potek osnih sil v lamelah je podoben pričakovanemu poteku napetosti na njihovih zunanjih površinah. Vzdolž simetričnih konstrukcij je simetričen. Pri prostoležečem nosilcu so nategi spodaj in največje vrednosti na sredini razpona. Pri konzolah in vpetem nosilcu so ekstremne vrednosti ob podpori. Pri vpetem nosilcu osne sile zamenjajo predznak 23 cm od robov – kjer so vzdolžni pomiki največji. Na sredini dosegajo 18 % manjše vrednosti kot ob podporah.

Največji vpliv na osne sile ima polimerna folija pri vpetem nosilcu, kjer s plastjo EVA dobimo trikrat večjo vrednost. Pri prostoležečem nosilcu se rezultati razlikujejo za 79 %, pri konzoli s porazdeljeno obtežbo za 41 % in pri točkovno obremenjeni konzoli za 29 %.



Grafikon 20: Osne sile v lamelah prostoležečega nosilca (konstrukcija a)



Grafikon 21: Osne sile v lamelah konzole s silo (konstrukcija b)



Grafikon 22: Osne sile v lamelah konzole s porazdeljeno obtežbo (konstrukcija c)



Grafikon 23: Osne sile v lamelah vpetega nosilca (konstrukcija d)

7.3.1.4 Površinske napetosti

Napetost na površini lamel je vsota napetosti, ki jo prinese ukrivljenost, in napetosti, ki je posledica osnih sil. Večje vrednosti v vseh konstrukcijah dobimo v panelih s folijo PVB, kar kaže na to, da delež zaradi ukrivljenosti presega delež zaradi osnih sil. Zanimiv je potek napetosti pri konzoli s porazdeljeno obtežbo, kjer na zadnji četrtini razpona (ob prostem robu) vrednosti zamenjajo predznak, kar se v primeru enoplastne konzole ne zgodi.

Vrsta folije ima največji vpliv pri prostoležečem nosilcu, kjer se napetosti razlikujejo za 28 %, pri konzolah so odstopanja 18 %, pri vpetem nosilcu pa 22 %.



Grafikon 24: Površinske napetosti prostoležečega nosilca (konstrukcija a)



Grafikon 25: Površinske napetosti konzole s silo (konstrukcija b)



Grafikon 26: Površinske napetosti konzole s porazdeljeno obtežbo (konstrukcija c)



Grafikon 27: Površinske napetosti vpetega nosilca (konstrukcija d)
7.3.1.5 Napetosti po višini

Napetosti po višini smo odčitali na mestih, kjer so v posameznih primerih največje – v primerih konzol in vpetega nosilca na vpetem robu ter v primeru prostoležečega nosilca na sredini razpona. Poleg Newmarkovega modela smo uporabili še metodo tridimenzionalnih končnih elementov in ugotovili, da so rezultati identični.

Lahko primerjamo učinkovitost lameliranega stekla pri različnih konstrukcijah. Manjše kot so napetosti na sredini, boljša je učinkovitost laminata. Strižno povezavo najbolje izkorišča konzola s silo, kjer napetosti ob foliji predstavljajo le 15 (EVA) oziroma 47 (PVB) odstotkov vrednosti na zunanji površini. Če konzolo obremenimo z enakomerno porazdeljeno obtežbo, notranje napetosti dosežejo 27 (EVA) oziroma 58 (PVB) odstotkov zunanjih. Pri prostoležečem nosilcu ob foliji EVA odčitamo podobne deleže, tj. 29 odstotkov zunanjih, medtem ko so notranje napetosti ob plasti PVB dosti večje kot pri konzoli in znašajo 71 odstotkov robnih vrednosti. S tem vidimo, da je vpliv vrste folije odvisen tudi od zasnove konstrukcije. Lameli imata najslabšo povezavo pri vpetem nosilcu, kjer se napetosti ob polimerni plasti povzpnejo do 67 (EVA) oziroma 92 (PVB) odstotkov največjih vrednosti.



Grafikon 28: Razpored napetosti po višini prostoležečega nosilca (konstrukcija a)



Grafikon 29: Razpored napetosti po višini konzole s silo (konstrukcija b)



Grafikon 30: Razpored napetosti po višini konzole s porazdeljeno obtežbo (konstrukcija c)



Grafikon 31: Razpored napetosti po višini vpetega nosilca (konstrukcija d)

7.3.2 Primerjava metod pri linijskih konstrukcijah

V tem poglavju je izvedena primerjava odzivov (napetosti in povesov) linijskih konstrukcij, ki jih določimo z omenjenimi metodami. Rezultate Newmarkovega modela izračunamo analitično ob uporabi programa Wolfram Mathematica 8.0. Pri metodah z efektivno višino uporabimo program SAP 2000, kjer modeliramo enoplastno ploskovno konstrukcijo. Pri metodi končnih elementov se poslužujemo istega programskega orodja, le da je model sestavljen iz tridimenzionalnih končnih elementov z realnimi dimenzijami.

Očitno je, da se učinkovitost metod razlikuje, kar se odraža predvsem v obsegu dobljenih informacij. Največ podatkov dobimo z analitičnim postopkom, ki vključuje Newmarkov model, in sicer povese, vzdolžne pomike, osne sile, momente in prečne sile v posameznih lamelah ter normalne napetosti v kateri koli točki konstrukcije. Metoda tridimenzionalnih končnih elementov nam ponuja iste količine, le da momentov in osnih sil ne moremo kar odčitati. Lahko jih le preračunamo iz napetosti, kar pa je preveč zamudno in ne povsem smiselno, saj so ponavadi že napetosti tisto, kar nas zanima. Metode efektivnih višin vrnejo le povese in napetosti na spodnjem in zgornjem robu, vendar so ravno te količine ključne pri projektiranju.

7.3.2.1 Primerjava največjih prečnih pomikov (povesov) in napetosti

Napetosti smo v primeru prostoležega nosilca odčitavali na polovici razpona na četrtini širine, v ostalih primerih pa na mestu vpetja prav tako na četrtini širine. Povese smo vzdolžno gledano odčitali na mestu največjih vrednosti, ki se pri konzolah pojavijo na prostem robu, pri ostalih dveh konstrukcijah pa na sredini razpona. Prečno gledano smo izbrali mesto, ki je od roba oddaljeno za en končni element, tj. za 22,5 mm (metode z efektivno višino) oziroma 18 mm (MKE). Izjema je Newmarkov model, ki je linijski, zato si prečne koordinate y ne moremo izbrati. Vsi pomiki in napetosti so podani relativno, tj. v razmerju z rezultatom, pridobljenim z Newmarkovim modelom.

Preglednica 20: Legenda tipov linijskih konstrukcij (po preglednici 15)

a	b	
c	d	

Metodi Newmark in MKE pri vseh tipih konstrukcij vrneta skoraj identične prečne pomike. Prav ti metodi ob odsotnosti eksperimentalnih meritev lahko označimo kot najbolj verodostojni, zato je smiselno z njima primerjati metode z efektivnimi višinami. Metodi EET in Zenkert sta skoraj enakovredni, saj razlike med njima znašajo kvečjemu nekaj odstotkov. Metoda Wölfel-Bennison se ostalim rezultatom približa le pri prostoležečem nosilcu s porazdeljeno obtežbo oziroma z dvema točkovnima silama, kot smo pokazali v poglavju 6.5. Pri ostalih konstrukcijah so odstopanja od referenčnih vrednosti zelo velika – pri obeh konzolah dobimo za okoli 30 (EVA) oziroma 50 (PVB) odstotkov večje, medtem ko pri vpetem nosilcu za okoli 40 (EVA) oziroma 25 (PVB) odstotkov manjše pomike.



Grafikon 32: Primerjava metod - največji povesi panelov EVA pri različnih tipih konstrukcij



Grafikon 33: Primerjava metod - največji povesi panelov PVB pri različnih tipih konstrukcij

Dobljene napetosti so bolj presenetljive. Medtem ko so pri prostoležečem nosilcu vsi rezultati skoraj enaki, točnost metod (ujemanje z referenčno vrednostjo) pri ostalih konstrukcijah močno variira. Metoda končnih elementov pri obeh konzolah poda 5–10 odstotkov večje napetosti kot Newmarkov model. Metodi EET in Zenkert, ki podajata skoraj identične rezultate, sta blizu analitično dobljeni vrednosti v primerih konzole s silo in vpetega nosilca, medtem ko je Wölfel-Bennisonova metoda sodeč po spodnjih dveh grafikonih najprimernejša za primer konzole s porazdeljeno obtežbo.



Grafikon 34: Primerjava metod - največje napetosti panelov EVA pri različnih tipih konstrukcij



Grafikon 35: Primerjava metod - največje napetosti panelov PVB pri različnih tipih konstrukcij

Ker se ugotovitve pri primerjavi pomikov in napetosti ne ujemajo, analiziramo potek prečnih pomikov in napetosti po celotni dolžini nosilca.

7.3.2.2 Primerjava prečnih pomikov vzdolž panelov

Pri analizi prostoležečega nosilca deformacijske linije različnih metod sovpadajo v vseh točkah, tako za panele EVA kot PVB. Sklepamo, da so pri tem tipu konstrukcije uporabljene metode enako natančne.



Grafikon 36: Primerjava metod – prečni pomiki vrtljivo podprtih panelov EVA z enakomerno porazdeljeno obtežbo (konstrukcija a)



Grafikon 37: Primerjava metod – prečni pomiki vrtljivo podprtih panelov PVB z enakomerno porazdeljeno obtežbo (konstrukcija a)

Pri konzoli s silo se krivulji metode končnih elementov in Newmarkovega modela prekrivata. Prav tako sta si po celotni dolžini skoraj enaki metodi EET in Zenkert, s katerima na prostem robu izračunamo okoli 3 odstotke večje povese kot z metodama MKE in Newmark. Kot smo videli že v grafikonih 32 in 33, od analitičnih rezultatov najbolj odstopa metoda WB, in sicer vrača za slabih 40 (EVA) oziroma 60 (PVB) odstotkov večje pomike. Vidimo torej, da se od metod z efektivnimi višinami najbolje obnese metoda EET, ki upošteva robne pogoje in obtežbo. Malo slabše rezultate dobimo z metodo Zenkert, ki upošteva le robne pogoje, medtem ko je daleč najslabša metoda WB, kjer ne upoštevamo niti obtežbe niti robnih pogojev.



Grafikon 38: Primerjava metod – prečni pomiki na enem robu vpetih panelov EVA s točkovno silo na prostem robu (konstrukcija b)



Grafikon 39: Primerjava metod – prečni pomiki na enem robu vpetih panelov PVB s točkovno silo na prostem robu (konstrukcija b)

Pri konzoli s porazdeljeno obtežbo Newmarkov model in MKE prav tako proizvedeta skoraj identični krivulji. Do petine razpona ju prekrivata tudi deformacijski liniji metod EET in Zenkert. Od tam naprej se nekoliko hitreje povečujejo povesi, dobljeni z metodama efektivnih višin. Razlike se povečujejo do dveh petin razpona, nato pa povesi naraščajo približno vzporedno. Na prostem robu se metoda razširjene efektivne višine (EET) še nekoliko približa referenčni vrednosti in je od nje odmaknjena za 2 (PVB) oziroma 5 (EVA) odstotkov, rezultati metode Zenkert pa na tem mestu pri obeh panelih odstopajo za okoli 7 odstotkov. Rezultati metode WB se od referenčnega pomika razlikujejo za največ 34 (EVA) oziroma 53 (PVB) odstotkov. Tudi tu vidimo, da je pri metodah z efektivno višino najpomembneje vključiti robne pogoje. Nekoliko manjši vpliv ima porazdelitev obtežbe.



Grafikon 40: Primerjava metod – prečni pomiki na enem robu vpetih panelov EVA z enakomerno porazdeljeno obtežbo (konstrukcija c)



Grafikon 41: Primerjava metod – prečni pomiki na enem robu vpetih panelov PVB z enakomerno porazdeljeno obtežbo (konstrukcija c)

Natančnost metod z efektivnimi višinami je pri vpetem nosilcu podobna prejšnjim primerom. Če primerjamo povese na sredini nosilca, dobimo najslabše rezultate z metodo WB. Tokrat so premajhni, in sicer za 42 (EVA) oziroma 28 (PVB) odstotkov. Z metodo Zenkert se Newmarkovemu modelu in MKE približamo na okoli 3 odstotke, medtem ko z metodo EET pomiki odstopajo za okoli 1 odstotek. Pri obeh metodah so pomiki premajhni.



Grafikon 42: Primerjava metod – prečni pomiki na dveh robovih vpetih panelov EVA z enakomerno porazdeljeno obtežbo (konstrukcija d)



Grafikon 43: Primerjava metod – prečni pomiki na dveh robovih vpetih panelov PVB z enakomerno porazdeljeno obtežbo (konstrukcija d)

7.3.2.3 Primerjava napetosti vzdolž panelov

Zanimajo nas površinske napetosti vzdolž konstrukcij. Pri ploskovnih in prostorskih modelih, kjer imamo možnost izbire prečne koordinate, rezultate odčitamo na četrtini širine. Ker trirazsežni modeli (MKE) zaradi podpiranja in mesta obremenjevanja po višini niso simetrični, lahko pride do razlik med napetostmi na spodnji in zgornji ploskvi. V teh primerih prikažemo vrednosti na obeh ploskvah. Pri vseh ostalih modelih gre za simetrične ploskovne (Zenkert, WB, EET) ali linijske (Newmark) konstrukcije, kjer so napetosti na zgornji in spodnji površini nasprotno enake. Zato se pri teh metodah omejimo na rezultate ene ploskve.

V tridimenzionalnem modelu prostoležečega nosilca podpremo le spodnji rob, saj tako modeliramo členek. S tem konstrukcija po višini ni več simetrična, zaradi česar se na območju 100 mm od podpor napetosti na zgornji in spodnji ploskvi med seboj razlikujeta. Na spodnji strani (kjer prepovemo pomike) so nekoliko večje, na zgornji strani (kjer ni podpor) pa nekoliko manjše. Razlike so opazne pri modelu s folijo EVA, ne pa tudi pri modelu s folijo PVB. Na grafikonu 44 so zato poleg rezultatov, ki smo jih z vsemi obravnavanimi metodami določili na spodnjem robu, prikazane še protiznačne vrednosti napetosti, ki smo jih z MKE izračunali na zgornjem robu. Ostali rezultati se skoraj popolnoma ujemajo, zato sklepamo, da z enoplastnim modelom dobro ponazorimo obnašanje dejanske konstrukcije.



Grafikon 44: Primerjava metod – površinske napetosti vrtljivo podprtih panelov EVA z enakomerno porazdeljeno obtežbo (konstrukcija a)



Grafikon 45: Primerjava metod – površinske napetosti prostoležeče podprtih panelov PVB z enakomerno porazdeljeno obtežbo (konstrukcija a)

V primeru konzol dobimo skoraj popolno ujemanje rezultatov Newmarkovega modela in metode končnih elementov. Do razlik pride proti mestu vpetja, kjer so zaradi numeričnega reševanja vrednosti, dobljene z MKE, večje za 1–3 odstotke. Temu se ne izognemo niti z zgostitvijo mreže končnih elementov. Pri enakomerno obremenjeni konzoli s folijo EVA se odstopanja pojavijo tudi na prostem robu, kjer so na spodnji (neobremenjeni) ploskvi napetosti manjše, na zgornji (kjer deluje sila) pa večje. Zato smo na grafikon 46 poleg napetosti na zgornji ploskvi dodali še protiznačne napetosti, ki jih z MKE izračunamo na spodnji ploskvi.

S primerjanjem krivulj Zenkert, WB in EET opazimo, da je z efektivnimi višinami nemogoče pravilno simulirati potek napetosti po celotni dolžini. Realnemu stanju se lahko približamo v eni ali nekaj točkah, ne pa povsod. Odstopanja so še posebej opazna na delu panela ob prostem robu, kjer rezultati Newmarkovega modela in MKE zamenjajo predznak. K napetosti v poljubni točki lameliranega nosilca namreč prispevajo tako upogibni momenti kot osna sila, ki je v enoplastni konstrukciji ni. V metodah z efektivno višino pa je ključna poenostavitev ravno v modeliranju ene same plasti. Zato se moramo sprijazniti s krivuljo, ki seka realen graf v zgolj eni točki. Ta točka je v primeru metod Zenkert in EET približno na eni tretjini razpona, kjer nas napetosti ponavadi ne zanimajo. Proti podpori se razlika povečuje in na mestu vpetja znaša 5 odstotkov (v primeru točkovne sile) oziroma 15 odstotkov (porazdeljene obtežbe). Z metodo WB smo po celotni dolžini nosilca dobili napačne vrednosti, kar kaže, da metoda deluje na prostoležečem nosilcu, medtem ko bi drugje potrebovala korekcijske faktorje, kot jih imata drugi dve metodi z efektivno višino. Ujemanje z referenčno vrednostjo na mestu vpetja pri panelu EVA (grafikon 48) je zgolj naključje in ga v prihodnjih problemih ne moremo predvidevati.



Grafikon 46: Primerjava metod – površinske napetosti na enem robu vpetih panelov EVA s točkovno silo na prostem robu (konstrukcija b)



Grafikon 47: Primerjava metod – površinske napetosti na enem robu vpetih panelov PVB s točkovno silo na prostem robu (konstrukcija b)



Grafikon 48: Primerjava metod – površinske napetosti na enem robu vpetih panelov EVA z enakomerno porazdeljeno obtežbo (konstrukcija c)



Grafikon 49: Primerjava metod – površinske napetosti na enem robu vpetih panelov PVB z enakomerno porazdeljeno obtežbo (konstrukcija c)

Tudi pri vpetem nosilcu se rezultati MKE in Newmarkove metode po celotni dolžini ujemajo. EET in Zenkert, ki se prekrivata, od njiju odstopata le malo in se z njima večkrat izenačita. Z ozirom na to, da tu uporabimo enoplastno konstrukcijo, sta torej zelo dober približek. Tudi ob samih podporah so razlike skoraj nične. Wölfel-Bennisonova metoda zopet vrne nerealen potek napetosti, saj so absolutne vrednosti mnogo premajhne (za 20 do 30 odstotkov), tako ob vpetju kot na sredini nosilca.



Grafikon 50: Primerjava metod – površinske napetosti na dveh robovih vpetih panelov EVA z enakomerno porazdeljeno obtežbo (konstrukcija d)



Grafikon 51: Primerjava metod – površinske napetosti na dveh robovih vpetih panelov PVB z enakomerno porazdeljeno obtežbo (konstrukcija d)

7.3.3 Primerjava metod pri ploskovnih konstrukcijah

Metodo končnih elementov in metodo EET lahko uporabimo za analiziranje konstrukcij, ki jih zaradi geometrije ali načina podpiranja ne moremo šteti med linijske, temveč med ploskovne. Ostale obravnavane metode se pri tem izkažejo za neprimerne.

V preglednicah 22–35 so prikazana relativna odstopanja povesov in napetosti, dobljenih z metodo EET, od rezultatov metode MKE v posameznih točkah (izraženo v odstotkih). Ker je pomembno, na katerem mestu se pojavi določeno odstopanje, so pod njimi podani tudi deleži maksimalnega povesa oziroma napetosti na plošči. Koordinati x in y tečeta enako, kot je prikazano v preglednici 21. Njuni vrednosti sta tako v levem zgornjem vogalu plošč vedno enaki 0. Ker so prostoležeče in točkovno podprte plošče dvakrat simetrične, so prikazani le rezultati za eno četrtino plošče, v primeru delno vpete plošče, ki je enkrat simetrična, pa rezultati za eno polovico konstrukcije. S sivo barvo poudarimo točke, ki so pri projektiranju relevantne – pri kontroli pomikov se omejimo le na maksimalno vrednost, pri kontroli napetosti pa so pomembne vrednosti po celotni površini, zato poudarimo točke, kjer presegamo 30 % maksimalne napetosti.



Preglednica 21: Legenda tipov ploskovnih konstrukcij (po preglednici 16)

Metoda razširjene efektivne višine se pri napovedovanju pomikov in napetosti ploskovnih konstrukcij izkaže dobro v ekstremnih točkah. Z izjemo rezultatov pri točkovno podprtih ploščah EVA, kjer se pomiki razlikujejo za 10,7 odstotkov, maksimalne vrednosti po metodi EET ne odstopajo več kot 5 odstotkov od rezultatov metode končnih elementov. Z upoštevanjem dejstva, da največja odstopanja dobimo ravno na kvadratnih ploščah [6], je EET dobro orodje za ugotavljanje maksimalnih pomikov in napetosti. Moramo pa se zavedati, da porušitev steklene konstrukcije ni odvisna le od maksimalnih vrednosti, temveč od vrednosti po celotni konstrukciji, kjer so napake tudi večje in v nekaterih primerih presegajo celo 100 %.

y[mm] x[mm]	0	100	200	300	400	500
0	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
U	0	0	0	0	0	0
100	0,0%	-13,9%	-11,4%	-9,6%	-8,6%	-8,3%
100	0	0,12	0,21	0,28	0,32	0,34
200	0,0%	-11,4%	-9,3%	-7,8%	-6,9%	-6,6%
200	0	0,21	0,39	0,52	0,59	0,62
300	0,0%	-9,6%	-7,8%	-6,5%	-5,6%	-5,3%
300	0	0,28	0,52	0,69	0,80	0,83
400	0,0%	-8,6%	-6,9%	-5,6%	-4,8%	-4,6%
400	0	0,32	0,59	0,80	0,92	0,96
500	0,0%	-8,3%	-6,6%	-5,3%	-4,6%	-4,3%
500	0	0,34	0,62	0,83	0,96	1,00

Preglednica 22: Relativni prečni pomiki prostoležeče plošče (konstrukcija e) s folijo EVA

Preglednica 23: Relativni prečni pomiki prostoležeče plošče (konstrukcija e) s folijo PVB

y[mm] x[mm]	0	100	200	300	400	500
0	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
U	0	0	0	0	0	0
100	0,0%	-3,9%	-2,9%	-2,3%	-1,9%	-1,8%
100	0	0,11	0,20	0,27	0,31	0,33
200	0,0%	-2,9%	-2,2%	-1,7%	-1,4%	-1,2%
200	0	0,20	0,38	0,50	0,58	0,61
300	0,0%	-2,3%	-1,7%	-1,2%	-0,9%	-0,8%
300	0	0,27	0,50	0,68	0,79	0,82
400	0,0%	-1,9%	-1,4%	-0,9%	-0,6%	-0,5%
400	0	0,31	0,58	0,79	0,91	0,96
500	0,0%	-1,8%	-1,2%	-0,8%	-0,5%	-0,4%
	0	0,33	0,61	0,82	0,96	1,00

<i>x</i> [mm] <i>y</i> [mm]	0	100	200	300	400	500
0	0,0%	-30,9%	-26,3%	-23,6%	-22,1%	-21,6%
U	0	0,28	0,49	0,64	0,74	0,77
100	-30,9%	-24,2%	-21,1%	-19,1%	-17,9%	-17,5%
100	0,28	0,46	0,61	0,73	0,80	0,83
200	-26,3%	-21,1%	-17,9%	-15,9%	-14,7%	-14,4%
200	0,49	0,61	0,73	0,82	0,87	0,89
300	-23,6%	-19,1%	-15,9%	-13,8%	-12,6%	-12,3%
500	0,64	0,73	0,82	0,89	0,93	0,95
400	-22,1%	-17,9%	-14,7%	-12,6%	-11,4%	-11,1%
400	0,74	0,80	0,87	0,93	0,97	0,99
500	-21,6%	-17,5%	-14,4%	-12,3%	-11,1%	-10,7%
	0,77	0,83	0,89	0,95	0,99	1,00

Preglednica 24: Relativni prečni pomiki točkovno podprte plošče (konstrukcija f) s folijo EVA

Preglednica 25: Relativni prečni pomiki točkovno podprte plošče (konstrukcija f) s folijo PVB

<i>x</i> [mm] <i>y</i> [mm]	0	100	200	300	400	500
0	0,0%	-13,2%	-11,7%	-10,7%	-10,1%	-9,9%
U	0	0,24	0,44	0,59	0,68	0,71
100	-13,2%	-10,5%	-9,2%	-8,4%	-7,9%	-7,8%
100	0,24	0,41	0,57	0,69	0,77	0,79
200	-11,7%	-9,2%	-7,8%	-6,9%	-6,4%	-6,2%
200	0,44	0,57	0,69	0,79	0,85	0,87
300	-10,7%	-8,4%	-6,9%	-5,9%	-5,4%	-5,2%
500	0,59	0,69	0,79	0,87	0,92	0,94
400	-10,1%	-7,9%	-6,4%	-5,4%	-4,8%	-4,6%
400	0,68	0,77	0,85	0,92	0,97	0,98
500	-9,9%	-7,8%	-6,2%	-5,2%	-4,6%	-4,4%
500	0,71	0,79	0,87	0,94	0,98	1,00

y[mm] x[mm]	0	100	200	300	400	500
0	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
U	0	0	0	0	0	0
100	0,0%	-27,6%	-26,6%	-25,7%	-25,2%	-25,0%
	0	0,02	0,04	0,05	0,06	0,06
200	0,0%	-23,6%	-22,4%	-21,5%	-20,9%	-20,8%
200	0	0,06	0,11	0,15	0,17	0,18
200	0,0%	-19,7%	-18,5%	-17,6%	-17,1%	-16,9%
500	0	0,11	0,20	0,27	0,31	0,32
400	0,0%	-16,4%	-15,2%	-14,4%	-13,8%	-13,7%
400	0	0,15	0,28	0,37	0,43	0,45
	0,0%	-13,7%	-12,5%	-11,7%	-11,2%	-11,0%
500	0	0,19	0,35	0,47	0,54	0,57
(00	0,0%	-11,6%	-10,5%	-9,7%	-9,2%	-9,0%
000	0	0,22	0,41	0,55	0,64	0,67
700	0,0%	-10,0%	-9,0%	-8,2%	-7,7%	-7,5%
700	0	0,25	0,46	0,62	0,73	0,76
800	0,0%	-9,0%	-7,9%	-7,1%	-6,6%	-6,4%
800	0	0,27	0,51	0,69	0,80	0,84
000	0,0%	-8,6%	-7,3%	-6,3%	-5,7%	-5,5%
900	0	0,30	0,56	0,75	0,87	0,92
1000	0,0%	-8,9%	-7,0%	-5,7%	-4,9%	-4,7%
1000	0	0,33	0,61	0,82	0,96	1,00

Preglednica 26: Relativni prečni pomiki delno vpete plošče (konstrukcija g) s folijo EVA

y[mm] x[mm]	0	100	200	300	400	500
0	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
U	0	0	0	0	0	0
100	0,0%	-11,2%	-10,5%	-10,0%	-9,6%	-9,5%
100	0	0,02	0,03	0,04	0,05	0,05
200	0,0%	-9,7%	-9,1%	-8,6%	-8,3%	-8,2%
200	0	0,06	0,10	0,14	0,16	0,17
300	0,0%	-8,1%	-7,5%	-7,1%	-6,8%	-6,7%
500	0	0,10	0,19	0,25	0,29	0,30
400	0,0%	-6,5%	-6,1%	-5,7%	-5,4%	-5,3%
400	0	0,14	0,27	0,36	0,42	0,44
500	0,0%	-5,2%	-4,7%	-4,4%	-4,1%	-4,0%
500	0	0,18	0,34	0,46	0,54	0,56
600	0,0%	-3,9%	-3,5%	-3,2%	-2,9%	-2,9%
000	0	0,21	0,40	0,55	0,64	0,67
700	0,0%	-2,8%	-2,4%	-2,1%	-1,8%	-1,8%
700	0	0,24	0,46	0,62	0,72	0,76
800	0,0%	-1,7%	-1,4%	-1,0%	-0,8%	-0,7%
800	0	0,27	0,50	0,69	0,80	0,84
000	0,0%	-0,8%	-0,4%	0,0%	0,2%	0,3%
900	0	0,29	0,55	0,75	0,87	0,92
1000	0,0%	-0,1%	0,4%	0,9%	1,1%	1,2%
1000	0	0,32	0,60	0,82	0,95	1,00

Preglednica 27: Relativni prečni pomiki delno vpete plošče (konstrukcija g) s folijo PVB

<i>x</i> [mm] <i>y</i> [mm]	0	100	200	300	400	500
0	-62,6%	-139%	-98,1%	-101%	-99,9%	-100%
U	0,02	0,02	0,09	0,15	0,19	0,20
100	-106%	-28,4%	-25,4%	-25,2%	-25,8%	-26,1%
100	0,07	0,24	0,34	0,40	0,43	0,44
200	-100%	-21,8%	-16,7%	-13,9%	-12,4%	-11,8%
200	0,12	0,37	0,54	0,62	0,66	0,67
300	-100%	-19,5%	-13,8%	-10,0%	-7,8%	-7,0%
300	0,14	0,46	0,68	0,79	0,84	0,85
400	-100%	-18,5%	-12,5%	-8,5%	-6,1%	-5,3%
400	0,15	0,50	0,76	0,89	0,95	0,96
500	-100%	-18,4%	-12,2%	-8,0%	-5,5%	-4,8%
	0,15	0,52	0,79	0,92	0,98	1,00

Preglednica 28: Relativne površinske napetosti prostoležeče plošče (konstrukcija e) s folijo EVA v smeri x

Preglednica 29: Relativne površinske napetosti prostoležeče plošče (konstrukcija e) s folijo PVB v smeri x

y[mm] x[mm]	0	100	200	300	400	500
0	-69,4%	-151%	-95,7%	-102%	-99,7%	-100%
U	0,03	0,01	0,04	0,06	0,08	0,08
100	-108%	-9,1%	-10,4%	-10,5%	-10,7%	-10,8%
	0,05	0,20	0,29	0,35	0,37	0,38
200	-101%	-7,3%	-5,9%	-4,8%	-4,2%	-4,1%
200	0,07	0,33	0,50	0,59	0,63	0,65
300	-101%	-6,0%	-4,4%	-3,0%	-2,2%	-1,9%
500	0,09	0,41	0,64	0,76	0,82	0,84
400	-100%	-5,7%	-3,8%	-2,2%	-1,3%	-1,0%
400	0,10	0,45	0,72	0,87	0,94	0,96
500	-100%	-5,7%	-3,5%	-2,0%	-1,1%	-0,7%
	0,10	0,47	0,75	0,90	0,98	1,00

x[mm]	0	100	200	300	400	500
0	-102%	-47,2%	-23,9%	-9,8%	-1,3%	1,4%
U	0,68	0,90	0,94	0,98	1,00	1,00
100	-89,8%	-22,4%	-14,7%	-7,5%	-3,0%	-1,5%
100	0,08	0,44	0,71	0,85	0,91	0,93
200	-99,7%	-0,7%	-2,7%	-1,4%	-0,1%	0,4%
200	0,04	0,29	0,54	0,71	0,81	0,84
300	-95,9%	18,8%	9,4%	6,0%	4,8%	4,5%
300	0,03	0,22	0,44	0,61	0,71	0,75
400	-97,8%	32,7%	18,5%	12,0%	9,2%	8,4%
400	0,02	0,19	0,38	0,55	0,65	0,68
500	-96,9%	37,8%	21,9%	14,3%	10,9%	9,9%
500	0,02	0,18	0,37	0,53	0,63	0,66

Preglednica 30: Relativne površinske napetosti točkovno podprte plošče (konstrukcija f) s folijo EVA v smeri x

Preglednica 31: Relativne površinske napetosti točkovno podprte plošče (konstrukcija f) s folijo PVB v smeri x

<i>x</i> [mm] <i>y</i> [mm]	0	100	200	300	400	500
0	-105%	-19,5%	-12,3%	-6,3%	-2,8%	-1,8%
0	0,37	0,57	0,79	0,91	0,98	1,00
100	-84,4%	-12,1%	-6,6%	-3,6%	-1,8%	-1,2%
100	0,05	0,37	0,63	0,79	0,87	0,90
200	-101%	-1,7%	-1,4%	-0,3%	0,3%	0,6%
200	0,04	0,28	0,52	0,68	0,78	0,81
200	-97,5%	5,3%	3,6%	3,1%	3,0%	3,0%
300	0,03	0,24	0,45	0,61	0,70	0,73
400	-98,4%	10,1%	7,1%	5,8%	5,2%	5,0%
400	0,03	0,22	0,41	0,56	0,65	0,68
700	-97,8%	11,7%	8,4%	6,8%	6,0%	5,8%
500	0,03	0,21	0,40	0,55	0,64	0,67

<i>x</i> [mm] <i>x</i> [mm]	0	100	200	300	400	500
0	-101%	-33,9%	-23,5%	-20,3%	-19,0%	-18,8%
U	-0,08	-0,14	-0,22	-0,28	-0,32	-0,33
100	21,9%	106,3%	44,0%	50,7%	54,1%	54,1%
100	0,00	0,00	-0,03	-0,04	-0,06	-0,06
200	-106%	-28,3%	-31,8%	-36,8%	-40,4%	-41,7%
200	0,03	0,10	0,14	0,16	0,16	0,16
300	-101%	-23,5%	-22,1%	-22,1%	-22,3%	-22,5%
500	0,05	0,19	0,28	0,32	0,35	0,35
400	-100%	-20,4%	-17,8%	-16,5%	-16,0%	-15,7%
400	0,07	0,25	0,39	0,47	0,51	0,52
500	-100%	-18,2%	-15,1%	-13,4%	-12,4%	-12,2%
500	0,08	0,30	0,48	0,58	0,64	0,66
600	-100%	-17,0%	-13,6%	-11,6%	-10,4%	-10,1%
000	0,09	0,34	0,55	0,68	0,75	0,77
700	-99,8%	-16,4%	-12,7%	-10,5%	-9,1%	-8,6%
700	0,10	0,37	0,61	0,76	0,84	0,87
800	-99,9%	-16,5%	-12,5%	-9,5%	-7,8%	-7,2%
800	0,10	0,40	0,66	0,82	0,91	0,94
000	-98,7%	-18,3%	-12,2%	-8,1%	-5,6%	-4,8%
900	0,11	0,44	0,70	0,87	0,96	0,98
1000	-101%	-23,0%	-11,7%	-4,9%	-1,3%	0,0%
1000	0,18	0,49	0,75	0,90	0,97	1,00

Preglednica 32: Relativne površinske napetosti delno vpete plošče (konstrukcija g) s folijo EVA v smeri x

<i>x</i> [mm] <i>y</i> [mm]	0	100	200	300	400	500
0	-102%	-24,7%	-17,2%	-14,8%	-13,9%	-13,5%
U	-0,04	-0,13	-0,21	-0,27	-0,30	-0,32
100	-45,5%	-42,5%	-5,4%	0,3%	2,6%	3,7%
100	0,00	-0,01	-0,04	-0,07	-0,08	-0,09
200	-109%	-11,6%	-13,6%	-15,6%	-17,1%	-17,9%
200	0,02	0,09	0,11	0,12	0,12	0,12
200	-102%	-10,7%	-10,2%	-9,9%	-9,7%	-9,7%
300	0,03	0,16	0,25	0,29	0,31	0,31
400	-101%	-9,4%	-8,4%	-7,5%	-7,0%	-6,9%
	0,05	0,22	0,36	0,43	0,47	0,48
500	-100%	-8,3%	-7,0%	-6,0%	-5,4%	-5,2%
	0,05	0,27	0,45	0,55	0,61	0,62
600	-100%	-7,2%	-5,9%	-4,8%	-4,2%	-3,9%
	0,06	0,31	0,52	0,65	0,72	0,74
=00	-99,7%	-6,4%	-5,0%	-3,8%	-3,1%	-2,8%
700	0,06	0,34	0,57	0,72	0,81	0,83
800	-99,9%	-5,6%	-4,1%	-2,7%	-1,9%	-1,7%
800	0,07	0,36	0,62	0,78	0,88	0,91
000	-99,5%	-5,6%	-3,2%	-1,5%	-0,3%	0,0%
900	0,07	0,38	0,65	0,83	0,93	0,96
1000	-101%	-5,4%	-2,5%	0,4%	1,7%	2,3%
1000	0,12	0,41	0,69	0,87	0,97	1,00

Preglednica 33: Relativne površinske napetosti delno vpete plošče (konstrukcija g) s folijo PVB v smeri x

<i>x</i> [mm] <i>x</i> [mm]	0	100	200	300	400	500
0	-100%	-19,2%	-9,1%	-6,0%	-4,8%	-4,5%
U	0,24	0,43	0,68	0,86	0,96	1,00
100	-99,6%	-32,3%	-11,0%	-4,6%	-2,4%	-1,8%
100	0,11	0,21	0,32	0,41	0,47	0,49
200	-99,6%	-49,4%	-6,0%	12,1%	18,3%	19,5%
200	0,07	0,07	0,09	0,11	0,13	0,14
200	-99,7%	2391%	13,4%	-20,4%	-32,4%	-36,8%
300	0,04	0,00	-0,03	-0,04	-0,05	-0,05
400	-99,7%	40,9%	10,7%	4,3%	2,2%	1,5%
	0,02	-0,04	-0,09	-0,12	-0,14	-0,14
500	-99,5%	21,7%	13,8%	12,0%	11,8%	11,7%
	0,00	-0,06	-0,12	-0,15	-0,18	-0,18
600	-99,8%	15,8%	16,9%	18,2%	18,7%	18,9%
	-0,01	-0,07	-0,12	-0,16	-0,18	-0,19
700	-99,7%	12,4%	20,4%	23,4%	24,9%	25,2%
700	-0,02	-0,07	-0,11	-0,14	-0,16	-0,17
800	-99,7%	14,3%	25,9%	29,6%	31,6%	31,9%
800	-0,03	-0,06	-0,09	-0,11	-0,13	-0,13
000	-99,6%	42,7%	34,9%	37,2%	39,0%	40,8%
900	-0,03	-0,03	-0,05	-0,06	-0,07	-0,07
1000	-123%	-98,9%	-99,4%	-99,6%	-99,7%	-99,8%
1000	-0,01	0,00	-0,01	-0,01	-0,01	-0,01

Preglednica 34: Relativne površinske napetosti delno vpete plošče (konstrukcija g) s folijo EVA v smeri y

<i>x</i> [mm] <i>y</i> [mm]	0	100	200	300	400	500
0	-100%	-9,3%	-2,4%	-0,4%	0,5%	0,7%
U	0,13	0,40	0,66	0,85	0,96	1,00
100	-99,2%	-25,2%	-11,6%	-7,3%	-5,6%	-5,2%
100	0,07	0,20	0,33	0,44	0,51	0,53
200	-99,4%	-46,7%	-18,9%	-7,8%	-3,8%	-2,9%
200	0,05	0,07	0,11	0,14	0,17	0,18
200	-99,6%	-9680%	67,8%	22,9%	8,5%	4,5%
500	0,03	0,00	-0,02	-0,03	-0,03	-0,03
400	-99,7%	48,4%	14,7%	7,2%	4,7%	3,9%
	0,02	-0,04	-0,09	-0,12	-0,14	-0,15
500	-99,9%	26,1%	10,9%	7,4%	6,1%	5,9%
	0,01	-0,06	-0,13	-0,17	-0,20	-0,20
600	-100%	17,9%	10,4%	8,4%	7,8%	7,6%
	0,01	-0,07	-0,14	-0,18	-0,21	-0,22
700	-96,9%	14,1%	10,2%	9,4%	9,3%	9,2%
700	0,00	-0,07	-0,13	-0,17	-0,20	-0,20
800	-98,9%	11,1%	10,2%	10,5%	10,5%	10,8%
800	-0,01	-0,06	-0,11	-0,14	-0,16	-0,16
000	-98,9%	13,9%	11,2%	11,7%	12,3%	12,5%
900	-0,01	-0,04	-0,07	-0,08	-0,09	-0,10
1000	-19,5%	-99,1%	-99,6%	-99,7%	-99,8%	-99,8%
1000	0,00	-0,01	-0,01	-0,01	-0,01	-0,01

Preglednica 35: Relativne površinske napetosti delno vpete plošče (konstrukcija g) s folijo PVB v smeri y

8 ZAKLJUČKI

Poleg večje togosti imajo paneli s polimerom EVA manjši razpon togosti in so posledično bolj predvidljivi v postopku projektiranja. Tudi v modeliranju, kjer je izbira pravilnega strižnega modula ključnega pomena, je bolj dobrodošla uporaba folije EVA. Ob pomanjkljivih podatkih in izredno spremenljivih lastnostih materiala PVB je določitev strižnega modula v točno določenih pogojih namreč kompleksnejša (v našem primeru smo uporabili polinomsko interpolacijo višje stopnje).

Tudi dejavniki, kot so temperatura, trajanje obtežbe, velikost obtežbe in starost, imajo pri različnih polimerih različno težo. V našem primeru se pri enaki hitrosti obremenjevanja panelu s folijo EVA togost povečuje, panelu s plastjo PVB pa zmanjšuje.

Lamele v upogibno obremenjenem lameliranem steklu, ki je simetrično po višini, se porušijo hkrati ali pa najprej poči spodnje, natezno obremenjeno steklo, z nadaljnjim obremenjevanjem pa še zgornje, tlačno obremenjeno steklo. Pojava ne moremo napovedati vnaprej, saj je porušitev stekla odvisna tudi od razporeditve zaostalih napetosti, ki je kaotična. Tako paneli le v nekaterih primerih dosežejo postkritično območje. Obnašanje v njem je odvisno od ojačitev, ki jih predstavljajo nepoškodovani deli počene lamele. Ojačitve so močnejše, če so daljše in je med lamelami močnejši polimer. Zato je bolje, če imamo bolj togo povezovalno folijo (v našem primeru EVA) in manjše območje razpok (daljše ojačitve). Na širino razpokanega pasu ne moremo vplivati, saj je odvisna od razporeditve zaostalih napetosti. Z ojačitvami konstrukciji zmanjšamo pomike, medtem ko na nosilnost zgornje lamele ne vplivamo.

Očitna prednost panelov EVA je tudi v tem, da po dokončni porušitvi ne izgubijo vse togosti, temveč obdržijo obliko, podobno paraboli. Ker fragmenti stekla, ki so manjši kot v primeru panelov PVB, ne padajo na tla, so ti paneli bolj varni, saj predstavljajo manjšo nevarnost za ljudi pod konstrukcijo.

		EVA	PVB
	Določljivost	\checkmark	
	Raztros	1	
Strizni modul lolije	Velikost	\checkmark	
	Vpliv zunanjih dejavnikov	\checkmark	
X7-1:	Postkritična nosilnost panela		
v pliv v postkritičnem območju	Pomiki panela	 ✓ 	
Valiv no dokončni nomšitvi	Porušna linija panela	 ✓ 	
ν ρην ρο ασκοπείη ροι ασιτική	Fragmenti odpadlega stekla	\checkmark	

Preglednica 36: Ugotovljene prednosti folije EVA v primerjavi s folijo PVB

Izbira povezovalnega polimera ne vpliva na porušne napetosti, saj so le-te odvisne od samega stekla, ki je v obeh vrstah laminatov enako. Nasprotno so največje dosežene sile (sile ob porušitvi natezne lamele) pri drugačnih panelih različne, saj so odvisne od razporeditve napetosti po višini, ki je bolj ugodna pri laminatih s folijo EVA. Porušna sila intaktnega laminata teoretično lahko doseže 2-kratno do 4-kratno vrednost sile ob porušitvi posamezne lamele. V primeru folije EVA smo povprečno dosegali okoli 3-krat večjo silo, pri preizkušancih s folijo PVB pa v nekaterih primerih nismo uspeli nanesti niti 2-kratne vrednosti porušne sile monolitnega stekla s polovično debelino. Tudi raztros vrednosti maksimalnih sil je večji, če uporabimo plast PVB, kar je logična posledica večjega razpona togosti materiala.



Grafikon 52: Sile ob porušitvi prve lamele in njihov raztros

Napetosti na površini upogibno obremenjenega lameliranega nosilca so posledica ukrivljenosti in osnih sil, ki izvirajo iz sovprežnega delovanja. Slednje niso zanemarljive. Zaradi njihovega vpliva se lahko zgodi tudi, da napetosti v konzoli ob prostem robu zamenjajo predznak, kar za primer enoplastne konstrukcije ni značilno. Medtem ko je ukrivljenost večja pri manj togih laminatih, je osna sila skoraj vedno večja pri laminatih z večjim vztrajnostnim momentom. Ker ima na skupno napetost večji vpliv ukrivljenost, je bolj obremenjen laminat, ki vsebuje polimer z manjšim strižnim modulom.

Primerjava eksperimenta z računskimi modeli pokaže, da so odstopanja doseženih napetosti in povesov pri določeni obremenitvi večja pri panelih PVB. Razlog za to je v oceni strižnega modula, ki je boljša pri materialu EVA, saj je le-ta mnogo bolj stabilen. Vrednosti ocene strižnega modula in njene napake vplivajo na izračun efektivne višine. Ker na napetosti vpliva kvadrat, na pomike pa kub efektivne višine, so napake računsko določenih povesov večje kot napake izračunanih napetosti. Pri

večjih silah sicer dobimo večja odstopanja, nas pa zanima predvsem, kaj se dogaja v območju uporabe, tj. pri silah, pri katerih se paneli še ne porušijo. V tem območju poteka tudi projektiranje konstrukcij. Ker je minimalna porušna sila znašala 2,7 kN, na grafikonih 53 in 54 prikažemo odstopanja reprezentativnih krivulj eksperimentalnih rezultatov (povprečne vrednosti) od izračunov Newmarkovega postopka do te obremenitve.



Grafikon 53: Primerjava razlik med eksperimentalno in računsko določenimi napetostmi



Grafikon 54: Primerjava razlik med eksperimentalno in računsko določenimi prečnimi pomiki

Analitična Newmarkova metoda in 3D model na osnovi končnih elementov tipa »solid model-block« v programu SAP 2000 pri vseh obravnavanih tipih konstrukcij dajeta skoraj identične rezultate in se ujemata z eksperimentalnimi rezultati štiritočkovnega testa. Z ozirom na to in ob dejstvu, da predpostavke, uporabljene v Newmarkovem modelu, držijo za primer lameliranega stekla,

ocenjujemo, da metodi predstavljata kredibilni orodji za analizo tovrstnih konstrukcij. Pri uporabi teh dveh metod je posebno pozornost potrebno nameniti robnim pogojem. V primeru Newmarkovega modela to pomeni zapis dodatnih enačb v sistemu diferencialnih enačb (podrobneje v poglavju 7.2.1), v primeru MKE pa pravilno podpiranje vozlišč (podrobneje v poglavju 7.2.3).

Način podpiranja in obremenjevanja konstrukcije vpliva na napetosti po višini. Najbolj ugodno se napetosti razporedijo pri konzoli s silo, sledita konzola s porazdeljeno obtežbo in prostoležeči nosilec, najslabše pa strižno povezavo izkorišča vpeti nosilec. Poleg tega imajo pri različnih tipih konstrukcij paneli EVA različno veliko prednost pred paneli PVB. Tako je pri vpetem nosilcu vpliv vrste folije manjši kot pri konzoli in prostoležečem nosilcu.

Zaradi njihovega vpliva moramo značilnosti konstrukcije upoštevati tudi v modeliranju. Od metod z efektivnimi višinami zato najbolj točne rezultate daje EET, ki upošteva podpiranje in razporeditev obtežbe. Zenkertov model, ki upošteva le podpiranje, je manj natančen, metoda WB, ki ne upošteva omenjenih dejavnikov, v splošnem daje rezultate z največjo napako. Kljub upoštevanju specifik konstrukcij pa je v nekaterih statičnih sistemih (vpeti nosilec, konzola) natančnost metod z efektivnimi višinami omejena. Analiza je namreč pokazala, da z enoplastno homogeno konstrukcijo ne moremo vedno modelirati kompozitnega nosilca, saj se razlikujeta obliki deformacijskih linij, zaradi česar vzdolž konstrukcije dobimo netočne pomike in napetosti. Tega ne moremo spremeniti, lahko pa metode opremimo s korekcijskimi faktorji, ki bi vsak posebej delovali na različnih delih vzdolž nosilcev. Če bo novi evropski predstandard za dimenzioniranje steklenih konstrukcij, kot stari, upošteval napetosti po celotni površini, utegnejo biti napake pri nekaterih načinih podpiranja prevelike, da bi metode z efektivnimi višinami uporabljali za natančno projektiranje.

	Newmark	Zenkert	WB	EET	MKE
	//	//	//	//	//
	<i>\\</i>	/		/	<i>\\</i>
	//	/		/	//
	<i>\\</i>	/		\checkmark	\bigvee
📈 - metoda primerna za natančno dimenzioniranje		✓- metoda primerna za približno dimenzioniranje			

Dragladrian 2	7. I latrama act	un araba ragližnih	motod mri li	mijelrik Irone	trultariah
Preglednica 5	7: Ustrezhost	udorade raziichin	тпецоа отг п	aliskin kons	пикспап

V ploščah lahko uporabimo metodo končnih elementov ali metodo z efektivno višino EET. Podobno kot pri linijskih konstrukcijah so napake metode z razširjeno efektivno višino majhne na mestu maksimalnih vrednosti, v nekaterih drugih točkah pa izredno velike. Zato je metoda EET primerna le za približne izračune, za natančno projektiranje ploskovnih konstrukcij pa nikakor ne.

Preglednica 38: Odstopanja metode EET od MKE pri različnih ploskovnih konstrukcijah

		Poves [%]	Napetost v smeri x [%]	Napetost v smeri y [%]
	EVA	-4,3	-26,1 do -4,8	-26,1 do -4,8
	PVB	-0,4	-10,7 do -0,7	-10,7 do -0,7
	EVA	-10,7	-102 do +1,4	-102 do +1,4
	PVB	-4,4	-105 do +8,4	-105 do +8,4
	EVA	-4,7	-22,1 do 0,0	-19,2 do -1,8
	PVB	+1,2	-13,9 do +2,3	-11,6 do +0,7

- Haldimann, M., Luible, A., Overend, M. 2008. Structural Use of Glass. Zürich, International Association for Bridge and Structural Engineering, ETH Zürich: str. 4-15, 115-117.
- The History of Glass. 2008.
 http://www.smartglassinc.com/glasshistory.html (Pridobljeno 21. 5. 2013.)
- [3] An All glass house from Carlo Santambrogio. 2012
 http://luxatic.com/an-all-glass-house-from-carlo-santambrogio/all-glass-house-by-carlo-santambrogio-1/ (Pridobljeno 26. 5. 2013.)
- [4] Ayoub, A., Filippou, F. C. 2000. Mixed Formulation of Nonlinear Steel-Concrete Composile Beam Element. J. Struct. Eng. 126, 3: 371-381.
- [5] Gallupi, L., Royer-Carfagni, G. 2011. The Effective Thickness of Laminated Glass Plates.
 Parma, University of Parma, Parco Area delle Scienze 181/A: 31 f.
- [6] Gallupi, L., Royer-Carfagni, G. 2011. Effective Thickness of Laminated Glass Beams. New expression via a variational approach. Parma, University of Parma, Parco Area delle Scienze 181/A: 32 f.
- [7] Žarnić, R., Tsionis, G., Gutierrez, E., Pinto, A., Geradin, M., Dimova, S. 2007. Purpose and justification for new design standards regarding the use of glass products in civil engineering works
 http://eurocodes.jrc.ec.europa.eu/doc/EUR22856EN (Pridobljeno 1. 6. 2013.)
- [8] prEN 13474-2:2000. Glass in builing Design of glass panes Part 2: Design for uniformly distributed loads.
- [9] Žarnić, R. 2005. Lastnosti gradiv. Ljubljana, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo, Katedra za preskušanje materialov in konstrukcij: str. 38.
- [10] Srpčič, S. 2003. Mehanika trdnih teles. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo: str. 314, 343, 520.

- Brackin, M. S. 2010. Development of a Procedure to Evaluate the Shear Modulus of Laminated Glass Interlayers. Magistrska naloga. Texas, Texas A&M University (samozaložba M. S. Brackin): 139 str. http://repository.tamu.edu/bitstream/handle/1969.1/ETD-TAMU-2010-05-7990/BRACKIN-THESIS.pdf?sequence=1 (Pridobljeno 19.1.2013.)
- [12] High Performance Film »EVA SAFE«. 2013.
 http://www.bridgestone.com/products/diversified/evasafe/ (Pridobljeno 27. 5. 2013.)
- [13] Kirchner, R. 2009. Voruntersuchung EVASAFE G71, Friedmann & Kirchner GmbH: 20 f.
- [14] EVA Vs PVB. 2013.
 http://xinology.com:888/Glass-Processing-Equipments-Supplies-Consumables/glass-laminating/EVA-interlayer/overview/eva-vs-pvb.html (Pridobljeno 1. 6. 2013.)
- [15] Antolinc, D., Žarnić, R., Frlan, M. 2011. Računska analiza in dimenzioniranje lameliranega stekla. V: Lopatič, J., Markelj, V., Saje, F. (ur.). Zbornik 33. zborovanja gradbenih konstruktorjev Slovenije. Bled, 6.-7. oktober 2011. Ljubljana, Slovensko društvo gradbenih konstruktorjev: str. 293-300.
- [16] Antolinc, D. 2011. Bennison, S., Stelzer, I. Structural Properties of Laminated Glass. Workshop at GPD Finland. Osebna komunikacija. (15.12.2012.)
- [17] Gallupi, L., Manara, G., Royer-Carfagni, G. 2012. Practical expressions for the design of laminated. Parma, Department of Civil-Environmental Engineering and Architecture, University of Parma, Permasteelisa Group, Vittorio Veneto: 23 f.
- [18] Plate theory. 2013.http://en.wikipedia.org/wiki/Plate_theory (Pridobljeno 24. 5. 2013.)
- [19] EN 1288-3:2000. Glass in building Determination of the bending strength of glass Part 3: Test with specimen supported at two points (four point bending).