Univerza v Ljubljani
Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo

Kandidat:

ĐORĐE ĐUKIĆ

EKSPERIMENTALNA IN NUMERIČNA OCENA MODALNIH PARAMETROV ENOSTAVNE JEKLENE KONSTRUKCIJE

Magistrsko delo št.:

EXPERIMENTAL AN NUMERICAL EVALUATION OF MODAL PARAMETERS OF A SIMPLE STEEL STRUCTURE

Master thesis No.:

Mentor:

prof. dr. Boštjan Brank

Somentor:

dr. Mirko Kosič

Član komisije:

Predsednik komisije:

Ljubljana, __________

STRAN ZA POPRAVKE, ERRATA

Stran z napako	Vrstica z napako	Namesto	Naj bo

»Ta stran je namenoma prazna.«

BIBLIOGRAFSKO-DOKUMENTACIJSKA STRAN IN IZVLEČEK

UDK: **531:624.014.2(043.2)**

Avtor: **Đorđe Đukić, dipl. inž. grad. (UN)**

Mentor: **prof. dr. Boštjan Brank**

Somentor: **dr. Mirko Kosič**

Naslov: **Eksperimentalna in numerična ocena modalnih parametrov enostavne jeklene konstrukcije**

Tip dokumenta: **Magistrska naloga – magistrski študij II. stopnje**

Obseg in oprema: **70 str., 17 pregl., 41 sl., 3 pril., 83 en,**

Ključne besede: **Obratovalna modalna analiza, ambientalne vibracije, vsiljene vibracije, kriterij modalne gotovosti, lastne frekvence, nihajne oblike, koeficienti dušenja.**

Izvleček

V magistrski nalogi smo opravili eksperimentalno in numerično oceno modalnih parametrov enostavne jeklene konstrukcije. Obravnavana konstrukcija je bila postavljena v Laboratoriju za konstrukcije Zavoda za gradbeništvo Slovenije in je sestavljena iz štirih varjenih stebrov ter horizontalnih povezav iz vroče valjanih profilov. Za potrebe meritev smo na konstrukcijo postavili več pospeškomerov. Eksperimentalni del naloge je obsegal meritev odziva zaradi: i) ambientalnih vibracij in ii) vsiljenih vibracij s pomočjo elektromehanskega vzbujevalnika v frekvenčnem območju od 1 – 200 Hz. Za modalno identifikacijo šestih globalnih horizontalnih nihajnih oblik in pripadajočih lastnih frekvenc smo uporabili dve metodi modalne identifikacije, in sicer klasično metodo z upoštevanjem koherence med signali, in metodo razcepa v frekvenčni domeni, ki je vgrajena v komercialni program ARTeMIS Modal Pro. Primerjavo nihajnih oblik smo izvedli na podlagi kriterija modalne gotovosti. Za bolj učinkovito se je izkazala meritev vsiljenih vibracij, na podlagi katere smo zaznali vseh šest globalnih horizontalnih oblik, medtem ko z meritvijo ambientalnih vibracij nismo zaznali dveh globalnih torzijskih oblik. Dodatno smo preučili tudi vpliv dispozicije in občutljivosti senzorjev ter vpliv temperature na rezultate modalne identifikacije. Poleg eksperimentalnega dela smo za konstrukcijo izvedli tudi numerično modalno analizo s programom SAP2000 z modelom iz lupinastih končnih elementov. Iz primerjave izmerjenih in izračunanih lastnih frekvenc smo ugotovili, da izdelani numerični model dobro napove nihajne oblike, slabše pa lastne frekvence. Le-te so bile precenjene, kar kaže na potrebo po posodobitvi preliminarnega numeričnega modela na podlagi izmerjenih modalnih parametrov konstrukcije.

BIBLIOGRAFIC-DOCUMENTALISTIC INFORMATION AND ABSTRACT

UDC: **531:624.014.2(043.2)**

Author: **Đorđe Đukić, dipl. inž. grad. (UN)**

Supervisor: **Prof. Boštjan Brank, Ph. D.**

Co-advisor: **Mirko Kosič, Ph. D.**

Title: **Experimental and numerical evaluation of modal parameters of a simple steel structure**

Document type: **Master's Thesis**

Notes: **70 p., 17 tab., 41 fig., 3 ann., 83 eq.**

Keywords: **Operational modal analysis, ambient vibrations, forced vibrations, modal assurance criterion, natural frequencies, mode shapes, damping coefficients.**

Abstract

The master thesis presents an experimental and numerical evaluation of the modal parameters of a simple steel structure. The examined structure was set up in the Laboratory for Structures of the Slovenian National Building and Civil Engineering Institute. It consists of four welded columns with horizontal connections made of hot-rolled profiles. For measurement purposes, several accelerometers were installed on the structure. The experimental part of the thesis involved measuring the response of the structure due to: i) ambient vibrations and ii) forced vibrations generated by using an electromechanical shaker with harmonic excitations in the frequency range from 1 to 200 Hz. For modal identification of six global horizontal vibration modes, and their corresponding natural frequencies, we employed two modal identification methods: a classical method considering coherence between signals and the Frequency Domain Decomposition method implemented into the commercial program ARTeMIS Modal Pro. The comparison of the results indicates that both methods yielded comparable estimates of natural frequencies and mode shapes. The mode shapes were compared by the modal assurance criterion. The forced-vibration test proved better as it allowed identification of all six global horizontal modes, while with the ambient vibrations it was not possible to identify the two global torsional modes. Additionally, we examined the influence of sensors disposition and sensitivity, as well as the temperature, on the results of modal identification. Apart from the experimental work, we also performed numerical modal analysis of the structure using the SAP2000 program and shell finite elements. Comparing the measured and computed natural frequencies, it was found that the numerical model predicted well the mode shapes but overestimated the natural frequencies. This indicates the need for updating the numerical model based on the measured modal parameters of the structure.

ZAHVALA

V prvi vrsti bi se iskreno zahvalil mentorju, prof. dr. Boštjanu Branku za preneseno znanje, omogočene priložnosti za delo med študijem in mentorstvo tekom nastajanja magistrske naloge. Posebna zahvala pa gre somentorju, dr. Mirku Kosiču, brez katerega naloga, ki je pred vami, niti približno ne bi bila popolna kot je sedaj. Hvala tudi za podarjen čas, preneseno znanje in prijetno vzdušje v pisarni. Iskreno se veselim nadaljnjega sodelovanja.

Sodelavcem na Odseku za mostove in inženirske objekte pa se želim zahvaliti za neverjetni dve leti. V prvi vrsti hvala za prijateljski odnos, nato pa za preneseno znanje. Andrej, hvala za priložnost in zaupanje. Doron, iskrene zahvale za pomoč pri programiranju, razumevanju tematike ter za vse vsakdanje pogovore. Maja, hvala za pomoč in prijateljski pristop do dela.

Noben študij ne bi bil popoln brez prijateljev, ki jih tako kot znanje, nabiramo skozi leta. Gjorgjija, hvala za potrpežljivost, čas in energijo. Sedem let je hitro minilo, vendar nekatera prijateljstva bodo ostala za celo življenje. Stefan, Miha, Jani, Luka G., Luka K., Luka N., Lazar, Patrik, Ahmed, sem vesel da so se naše poti križale ter da ste večkrat pokazali, kako vredni so pravi prijatelji.

Državi Sloveniji se zahvaljujem za podarjene možnosti in brezplačen študij, profesorjem na Fakulteti za Gradbeništvo in Geodezijo pa za preneseno znanje in pedagoški pristop do študentov.

Materi Miri in očetu Draganu pa se zahvaljujem za vse. Ni prave besede, ki bi opisala vse, kar sta tekom življenja zame naredili. Iskreno hvala.

Moji Jeleni pa hvala ker je tukaj danes, jutri, za vedno.

»Ta stran je namenoma prazna.«

KAZALO VSEBINE

KAZALO PREGLEDNIC

KAZALO SLIK

OKRAJŠAVE IN SIMBOLI

SIMBOLI

α…	Koeficient dušenja, proporcionalen masi [rad/s],
β…	Koeficient dušenja, proporcionalen togosti [s/rad],
β_ω…	Razmerje dušene in nedušene križne frekvence [/],
γ_c^2…	Mejna vrednost koherenčne funkcije [/].
Δ…	Izbrani interval vzorčenja podatkov [/],
θ…	Fazni zamik [rad],
ν…	Poissonov količnik [/],
ξ…	Razmerje med dejanskim in kritičnim koeficientom dušenja [/],
ξ_i…	Faktor kritičnega dušenja pri *i*-ti nihajni obliki [/],
$\{\boldsymbol{\phi}\}$…	Lastni vektorji nedušenega MDOF sistema [/],
$\{\psi_i\}$…	Vektor i-te nihajne oblike, ki je hkrati referenčna vrednost v izračunu [/],
$\{\psi_j\}$…	Vektor j-te nihajne oblike [/],
ϕ_c…	Mejni kot prenosne funkcije [°],
$\phi_{xy,(f)}$…	Fazni kot prenosne funkcije [°],
ω…	Krožna frekvenca SDOF sistema [rad/s],
ω_D…	Krožna frekvenca dušenega nihanja, določena z izrazom [rad/s],
ω^2…	Lastne vrednosti nedušenega MDOF sistema [rad^2/s^2],
a…	Amplituda nihanja [m],
a_a…	Amplituda asimptote [m],
c…	Koeficient dušenja SDOF sistema [t/s],
$[\mathbf{C}]$…	Matrika koeficientov dušenja konstrukcije [t/s],
c_{CR}…	Koeficient dušenja pri kritičnem dušenju [t/s],
C_{xy}…	Koherenčna funkcija [/],
$C_{Wxy,(f)}$…	Koherenčna okenska funkcija [/],
E…	Modul elastičnosti [kN/cm^2],
f…	Frekvenca SDOF sistema [Hz],
f_D…	Sila dušenja [kN],
f_E…	Notranja sila, ki je odvisna od togosti SDOF sistema [kN],

f_I…	Vztrajnostna sila [kN],
f_k…	Točna vrednost opazovane količine v izbranem času [/],
F_N…	Nyquistova frekvenca [Hz],
$FRF_{(\omega)}$…	Funkcija frekvenčnega odziva za SDOF sisteme, odvisna od kotne frekvence [/],
$f_{(t)}$…	Zunanja obtežba [kN],
$\{\mathbf{F_{(t)}}\}$…	Vektor časovno odvisnih zunanjih sil, ki delujejo na konstrukcijo [kN],
$F_{(f)}$…	Amplituda obravnavane količine, ki je zapisana kot funkcija frekvence signala f [/],
$f_{(t)}$…	Vednost obravnavane količine, ki je zapisana kot funkcija časa t [/],
k…	Togost SDOF sistema [kN/m],
k…	Točke obravnavane funkcije, v kateri poznamo njuno točno vrednost [/],
$[\mathbf{K}]$…	Togostna matrika konstrukcije [kN/m],
m…	Masa SDOF sistema [t],
$[\mathbf{M}]$…	Masna matrika konstrukcije [t, tm^2],
$MAC_{i,j}$…	Kriterij modalne gotovosti [/],
MCF_r…	Faktor modalne kompleksnosti [/],
M_{xy}…	Potencialno modalno razmerje [/],
N…	Točke, v katerih so natančno ovrednotene vrednosti funkcije F_n [/],
$P_{Wxy,(f)}$…	Prenosna okenska funkcija [/],
$R_{xy}(\tau)$…	Navzkrižna korelacija signala $x(t)$ glede na referenčni signal $y(t)$ [/],
S…	Dolžina signala [/],
$S_{xx}(f)$…	Spektralna gostota moči signala [(m/s^2)^2/Hz],
$S_{xy,(f)}$…	Navzkrižna gostota moči signala [(m/s^2)^2/Hz],
t…	Čas, pri katerem ovrednotimo velikost vektorja pomikov [s],
T…	Nihajni čas [s],
T_{xy}…	Prenosna funkcija [/],
u…	Pomik SDOF sistema [m],
$\{\mathbf{U}\}$…	Vektor pomikov konstrukcije [m],
$\dot{u}$…	Hitrost SDOF sistema [m/s],
$\{\dot{\mathbf{U}}\}$…	Vektor hitrosti konstrukcije [m/s],
$\ddot{u}$…	Pospešek SDOF sistema [m^2/s],
$\{\ddot{\mathbf{U}}\}$…	Vektor pospeškov konstrukcije [m/s^2],
u_0…	Začetna vrednost pomika SDOF sistema [m],

$\dot{u}_0$... Začetna hitrost SDOF sistema [m/s],

{X}… Odziv konstrukcije v frekvenčni domeni [/],

OKRAJŠAVE

ACC… Pospeškomer oz. akcelerometer (ang. *Accelerometer*),

BP… Pasovnoprepustni filter (ang. *Bandpass filter*),

C-T FFT… Cooley – Tokey algoritem hitre Fourierjeve transformacije,

CSD… Navzkrižna spektralna gostota moči (ang. *Cross power spectral density*),

DFT… Diskretna Fourierjeva transformacija (ang. *Discrete Fourier transform*),

FDD… Metoda razcepa v frekvenčni domeni (ang. *Frequency domain decomposition*),

FFT… Hitra Fourierjeva transformacija (ang. *Fast Fourier transform*),

FT… Fourierjeva transformacija (ang. *Fourier transform*),

HP… Visokoprepustni filter (ang. *Highpass filter*),

LP… Nizkoprepustni filter (ang. *Lowpass filter*),

MAC… Kriterij modalne gotovosti (ang. *Modal assurance criterion*),

MDOF… Sistem z več prostostnimi stopnjami (ang. *Multiple degree of freedom system*),

MEMS… Mikro-električni mehanski sistem (ang. *Micro-electro mechanical system*),

MCF… Kriterij modalne kompleksnosti (ang. *Modal complexity fantor*),

OMA… Obratovalna modalna analiza (ang. *Operational modal analysis*),

PSD… Spektralna gostota moči (ang. *Power spectral density*),

SDOF… Sistem z eno prostostno stopnjo (ang. *Single degree of freedom system*),

ZAG… Zavod za Gradbeništvo Slovenije (ang. *Slovenian National Building and Civil Engineering Institute*),

LIST OF TABLES

LIST OF FIGURES

1 UVOD

Meritve modalnih parametrov (nihajnih frekvenc, nihajnih oblik in dušenja) predstavljajo učinkovito orodje za spremljanje konstrukcijskega stanja gradbenih konstrukcij, saj omogočajo zgodnje odkrivanje sprememb v odzivu, ki nakazujejo nastanek potencialno nevarnih poškodb. Poleg tega podatki o modalnih parametrih služijo tudi za validacijo in kalibracijo numeričnih modelov, s katerimi izvajamo analizo varnosti obstoječih konstrukcij.

Ocena modalnih parametrov temelji na meritvah dinamičnega odziva konstrukcije in obdelavi meritev z metodami za identifikacijo modalnih parametrov. Za identifikacijo modalnih parametrov sta se uveljavili dve metodi: eksperimentalna modalna analiza in obratovalna modalna analiza [1]. Glavna razlika med metodama je v tem, da pri obratovalni modalni analizi ne merimo vzbujanja konstrukcije, ampak zgolj njen odziv. Obratovalna modalna analiza temelji na predpostavki, da je konstrukcija vzbujena z belim šumom ali podobnim vzbujanjem, ki zajema celotno frekvenčno območje konstrukcije [1]. Pri eksperimentalni modalni analizi konstrukcijo obremenimo z znanim vzbujanjem, najpogosteje z uporabo elektromehanskega vzbujevalnika ali z udarci z namenskih kladivom, t.i. modalnim kladivom. Eksperimentalna modalna analiza je potencialno natančnejša, vendar je izvedba bolj zahtevna in pogosto nepraktična za velike stavbe ali mostove. V zadnjih desetletjih se je zato v ta namen bolj uveljavila metoda obratovalne modalne analize [1].

V sklopu razvojno raziskovalnega projekta DataBridge [2] je bila v Laboratoriju za konstrukcije Zavoda za Gradbeništvo Slovenije (ZAG) postavljena enostavna jeklena konstrukcija v realnem merilu. Le-ta nam v magistrski nalogi služi kot testni primer za primerjavo natančnosti dveh metod modalne identifikacije za dva načina vzbujanja in za primerjavo rezultatov različne merske opreme. V ta namen smo konstrukcijo opremili z dvanajstimi triosnimi pospeškomeri, osmimi enoosnimi, enim triosnim občutljivim pospeškomerom in merilcem temperature.

Modalne parametre konstrukcije določimo na podlagi meritev ambientalnih vibracij v laboratorijskih pogojih ter vsiljenih vibracij v izbranem frekvenčnem območju s pomočjo vzbujevalnika. Skozi delo uporabljamo dve metodi modalne identifikacije in sicer klasično metodo, ki upošteva koherenco med signali [3], in metodo razcepa v frekvenčni domeni (ang. *Frequency Domain Decomposition Method - FDD*) [4]. Večji del magistrske naloge posvetimo prikazu in obdelavi meritev s klasično metodo, metoda razcepa v frekvenčni domeni pa nam služi za validacijo rezultatov klasične metode. Kljub večjemu številu lokalnih oblik, se pri modalni identifikaciji konstrukcije omejimo na obravnavo šestih globalnih horizontalnih oblik. Koeficiente dušenja za posamezne nihajne oblike pa določimo samo v primeru FDD metode.

Magistrska naloga je razdeljena v pet poglavij. V poglavju 2 predstavimo teoretične osnove modalnih analiz dušenih in nedušenih SDOF in MDOF sistemov [5]. Prav tako predstavimo osnovne principe obdelave signalov z uporabo hitre Fourierjeve transformacije za določanje lastnih frekvenc sistema. Dodatno predstavimo funkcije, ki so potrebne za modalno identifikacijo po klasični metodi [3]. Na koncu poglavja predstavimo še kriterij modalne gotovosti, s katerim izvedemo primerjavo nihajnih oblik. V poglavju 3 opišemo obravnavano konstrukcijo, uporabljeno mersko opremo in protokol meritev. Podrobneje prikažemo tudi geometrijske podatke testne konstrukcije, dispozicijo merske opreme ter orientacijo lokalnih in globalnih koordinatnih sistemov posameznih pospeškomerov. Prav tako podamo relevantne tehnične specifikacije merskih inštrumentov in protokola meritev ambientalnih in vsiljenih vibracij.

Modalno identifikacijo konstrukcije opišemo v poglavju 4. Najprej predstavimo obe metodi modalne identifikacije. Obdelavo podatkov po klasični metodi [3] izvedemo z razvojem lastnih skript v programskem okolju Matlab [6]. Za implementacijo FDD metode pa uporabimo komercialno programsko orodje ARTeMIS Modal Pro [7]. Postopke obdelave signalov po klasični metodi [3] predstavimo v 4.2 na primeru posameznih senzorjev. Rezultat modalne identifikacije so izmerjene lastne frekvence in nihajne oblike konstrukcije z obema metodama ter koeficienti dušenja in faktorji modalne kompleksnosti za metodo FDD. Poglavje 4.3 je namenjeno primerjavi ujemanja rezultatov obeh metod za oba protokola vzbujanja konstrukcije (ambientalne in vsiljene vibracije). Prikazana je primerjava izmerjenih frekvenc. Poleg tega pa prikažemo še primerjavo izmerjenih nihajnih oblik na podlagi kriterija modalne gotovosti. V poglavju 4.4 je dodatno izvedena primerjava vpliva dispozicije in občutljivosti pospeškomerov na rezultate modalne identifikacije konstrukcije. Poleg teh je izvedena še primerjava odvisnosti izmerjenih lastnih frekvenc v odvisnosti od temperature okolja.

Poleg eksperimentalnega določanja modalnih parametrov izvedemo tudi numerično modalno analizo. V ta namen v sklopu naloge pripravimo numerični model konstrukcije v programskem okolju SAP2000 [8]. Rezultate numerične modalne analize zberemo v poglavju 5. Za konstrukcijo določimo lastne frekvence, nihajne oblike in efektivne mase ter jih primerjamo z izmerjenim vrednostmi.

V poglavju 6 povzamemo glavne ugotovitve, v poglavju 7 pa so zbrani viri, uporabljeni tekom izdelave magistrske naloge.

2 TEORETIČNE OSNOVE MODALNE IN HARMONIČNE ANALIZE

2.1 Uvod

Dinamika gradbenih konstrukcij predstavlja zelo široko znanstveno in strokovno področje, ki se nanaša na modeliranje časovno odvisnih vplivov in odziva konstrukcij pri njihovem delovanju. Da bi inženirji lahko učinkovito preučili kako dinamični efekti vplivajo na konstrukcije, je potrebno poznati osnovne modalne lastnosti konstrukcije – lastne frekvence, nihajne oblike in koeficiente dušenja.

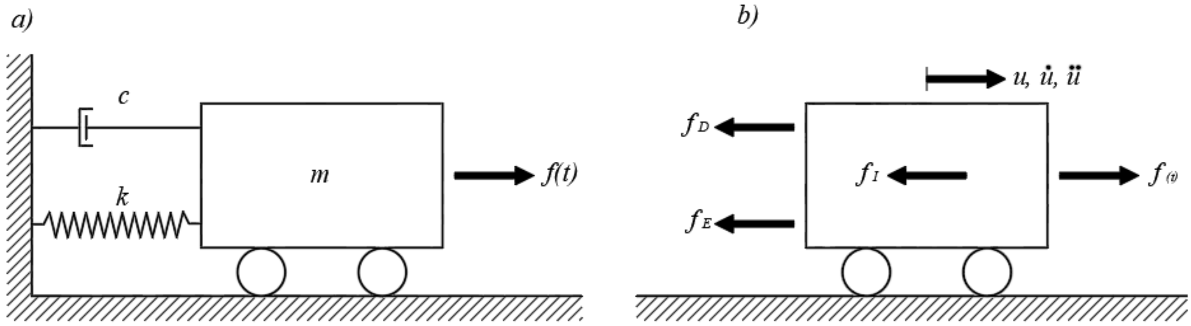
Konstrukcije lahko modeliramo na več načinov, glede na to, koliko prostostnih stopenj upoštevamo pri analizi. Tako poznamo:

- Sisteme z eno prostostno stopnjo oz. SDOF sistemi (ang. *Single degree of freedom systems*),
- Sisteme z več prostostnimi stopnjami oz. MDOF sistemi (ang. *Multiple degree of freedom systems*).

V sklopu tega podpoglavja najprej predstavimo enačbe lastnega nihanja sistemov z eno prostostno stopnjo (v nadaljevanju SDOF sistemi), nato pa za sisteme z več prostostnimi stopnjami (v nadaljevanju MDOF sistemi). Vsebina je povzeta po knjigi Dinamika gradbenih konstrukcij [5].

2.2 Lastno nihanje sistemov z eno prostostno stopnjo

SDOF sistem je najbolj enostaven model konstrukcije, saj predpostavimo, da so bistvene lastnosti sistema (masa *m*, togost *k* in koeficient dušenja *c*) koncentrirane v eni sami točki [5]. Shematičen primer je prikazan na sliki 2.1.



Slika 2.1 a) SDOF model ; b) Sile, ki delujejo na SDOF model.

Figure 2.1 a) SDOF model ; b) Free body diagram of a SDOF model.

Na maso *m* delujejo tri sile:

- Notranja sila f_E, ki je odvisna od togosti SDOF sistema,
- Sila dušenja f_D, ki je odvisna od koeficienta dušenja,
- Zunanja obtežba *f(t)*, ki nasprotuje tema dvema silama.

Dodatno upoštevamo še D'Alembertov princip, ki posploši princip virtualnega dela za dinamične sisteme z vpeljavo fiktivne vztrajnostne sile f_I. Enačbo dinamičnega ravnotežja lahko sedaj zapišemo na sledeči način:

$$f_I + f_D + f_E = f(t) \tag{2.1}$$

Vztrajnostna sila je enaka produktu mase in pospeška SDOF sistema:

$$f_I = m \cdot \ddot{u} \tag{2.2}$$

Silo dušenja je možno določiti ob upoštevanju različnih modelov. Za gradbene materiale se največkrat upoštevata viskozno in histerezno dušenje. Viskozno dušenje je definirano tako, da pogledamo kako nek izbran mehanski sistem vibrira v tekočem mediju in opazujemo, kako se energija, ki se ustvari pri teh vibracijah, disipira. Pri histereznem dušenju pa upoštevamo dejstvo, da se energija disipira znotraj materiala zaradi trenja v sami mikrostrukturi materiala. V sklopu te naloge obravnavamo samo viskozno dušenje. Pri viskoznem dušenju je sila dušenja premo sorazmerna hitrosti gibanja:

$$f_D = c \cdot \dot{u} \tag{2.3}$$

Ob upoštevanju linearno elastičnega materiala, notranjo silo v sistemu določimo kot:

$$f_E = k \cdot u \tag{2.4}$$

Enačba gibanja za viskozno dušen linearen sistem z eno prostostno stopnjo pa je:

$$m \cdot \ddot{u} + c \cdot \dot{u} + k \cdot u = f(t) \tag{2.5}$$

V primeru ko je zunanja obtežba *f(t)* = 0, obravnavamo lastno dušeno nihanje. Ko je nič tudi koeficient dušenja, imamo opravka z lastnim nedušenim nihanjem.

2.2.1 Analiza lastnega nedušenega nihanja SDOF sistemov

Enačbo lastnega nedušenega nihanja dobimo iz izraza (2.5), če upoštevamo da sta koeficient dušenja *c* in zunanja obtežba *f(t)* enaki nič:

$$m \cdot \ddot{u} + k \cdot u = 0 \tag{2.6}$$

Če izraz (2.6) delimo z maso dobimo:

$$\ddot{u} + \frac{k}{m} \cdot u = 0 \rightarrow \ddot{u} + \omega^2 \cdot u = 0 \tag{2.7}$$

Pri čemer je ω krožna frekvenca SDOF sistema, ki je enaka [rad/s]:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \tag{2.8}$$

Rešitev enačbe (2.6) je:

$$u(t) = A \cdot \sin(\omega \cdot t) + B \cdot \cos(\omega \cdot t) \tag{2.9}$$

Konstanti *A* in *B* pa določimo ob upoštevanju začetnih pogojev:

$$\text{Ko je } t = 0:\ u(0) = u_0 \text{ in } \dot{u}(0) = \dot{u}_0 \tag{2.10}$$

Robna pogoja iz izraza (2.10) vstavimo v enačbo (2.9) in njen prvi odvod. Na koncu dobimo:

$$A = \frac{\dot{u}_0}{\omega} \text{ in } B = u_0 \tag{2.11}$$

Določena robna pogoja vstavimo v rešitev enačbe lastnega nedušenega nihanja in dobimo:

$$u(t) = \frac{\dot{u}_0}{\omega} \cdot \sin(\omega \cdot t) + u_0 \cdot \cos(\omega \cdot t) \tag{2.12}$$

Rešitev enačbe lastnega nedušenega nihanja je možno zapisati tudi v drugačni obliki:

$$u_{(t)} = a \cdot \sin(\omega \cdot t - \theta) \tag{2.13}$$

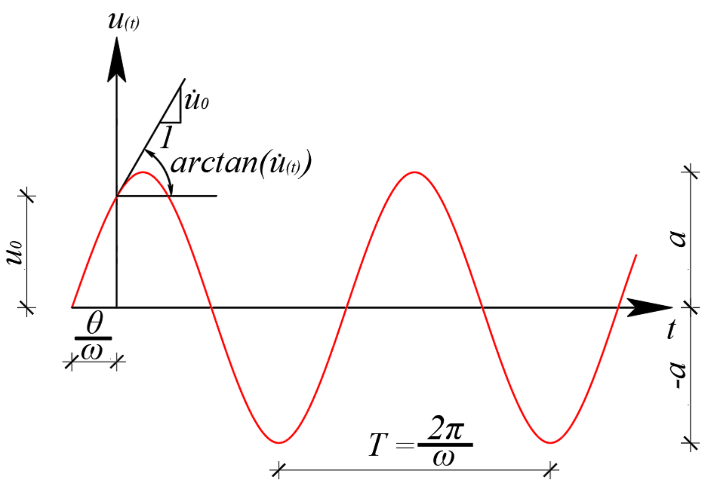
Pri čemer je a amplituda nihanja [m], θ pa fazni zamik [rad]. Amplitudo nihanja lahko določimo z naslednjim izrazom:

$$a = \sqrt{\frac{\dot{u}_0^2}{\omega^2} + u_0^2} \tag{2.14}$$

Fazni kot pa znaša:

$$\theta = \arctan\left(\frac{-\omega \cdot u_0}{\dot{u}_0}\right) \tag{2.15}$$

Rešitev enačbe lastnega nedušenega nihanja je dejansko enostavno harmonično gibanje, ki je prikazano na sliki 2.2.



Slika 2.2 Odziv SDOF sistema pri lastnem, nedušenem nihanju.

Figure 2.2 Response of SDOF system under undamped oscilllation.

2.2.2 Analiza lastnega dušenega nihanja SDOF sistemov

Če pri enačbi (2.5) upoštevamo, da je zunanja obtežba $f_{(t)}$ enaka 0, dobimo:

$$m \cdot \ddot{u} + c \cdot \dot{u} + k \cdot u = 0 \tag{2.16}$$

Ta izraz predstavlja enačbo lastnega dušenega nihanja. Če enačbo (2.16) delimo z maso SDOF sistema m, ki v nobenem realnem primeru ne more biti enaka nič, dobimo:

$$\ddot{u} + 2 \cdot \xi \cdot \omega \cdot \dot{u} + \omega^2 \cdot u = 0 \tag{2.17}$$

Pri čemer so:

ξ… Razmerje med dejanskim in kritičnim koeficientom dušenja, definirano z izrazom [/]:

$$\xi = \frac{c}{c_{CR}} \tag{2.18}$$

c… Dejanski koeficient dušenja SDOF sistema [t/s],

c_{CR}… Koeficient dušenja pri kritičnem dušenju [t/s],

V literaturi [5] je podana rešitev homogene diferencialne enačbe (2.17):

$$u_{(t)} = e^{-\xi \cdot \omega \cdot t} \cdot \left(A \cdot \sin\left(\omega_D \cdot t\right) + B \cdot \cos\left(\omega_D \cdot t\right)\right) \tag{2.19}$$

Pri čemer je:

ω_D… Krožna frekvenca dušenega nihanja, določena z izrazom [rad/s]:

$$\omega_D = \omega \cdot \sqrt{1-\xi^2} \tag{2.20}$$

Konstanti A in B se podobno kot pri lastnem nedušenem nihanju določita na podlagi začetnih pogojev. Ker je potrebno določiti dve konstanti, upoštevamo dva začetna pogoja. V začetnem času t = 0 s, je pomik enak nekem začetnem pomiku u_0, hitrost pa je enaka neki začetni hitrosti $\dot{u}(0)$. Vrednosti konstant A in B sta [5]:

$$A = \frac{\dot{u}_0 + \xi \cdot \omega \cdot u_0}{\omega_D} \text{ in } B = u_0 \tag{2.21}$$

Ob upoštevanju izračunanih konstant A in B, lahko zapišemo časovno odvisnost pomika dušenega SDOF sistema kot:

$$u(t) = e^{-\xi \cdot \omega \cdot t} \cdot \left(\frac{\dot{u}_0 + \xi \cdot \omega \cdot u_0}{\omega_D} \cdot \sin\left(\omega_D \cdot t\right) + u_0 \cdot \cos\left(\omega_D \cdot t\right)\right) \tag{2.22}$$

Koeficient dušenja SDOF sistema je odvisen tako od mase sistema kot od togosti. Zato je definiran z naslednjim izrazom:

$$c = 2 \cdot \xi \cdot m \cdot \omega \tag{2.23}$$

2.2.3 Primer določanja dušenega in nedušenega nihanja SDOF sistema

Za ilustracijo opisanih izrazov in količin v nadaljevanju prikažemo enostaven primer nihanja SDOF sistema. Obravnavamo primer jeklenega konzole višine H = 2 m s cevastim prečnim prerezom zunanjega premera d_{zun} = 10 cm in notranjega premera d_{not} = 8 cm. Modul elastičnosti jekla znaša E = 21000 kN/cm^2. Površina prečnega prereza je A = 28.27 cm^2, vztrajnostni moment pa I = 289.81 cm^4.

Masa konstrukcije je 1 t. Vso maso konstrukcije skoncentriramo na višini 2 m, kar pomeni da imamo opravka s sistemom obrnjenega nihala. Pri izračunu togosti zanemarimo vpliv osnih in strižnih deformacij, zaradi česar se togost določi kot:

$$k = \frac{3 \cdot E \cdot I}{H^3} \rightarrow k = \frac{3 \cdot 21000 \dfrac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \cdot 289{,}81 \text{ cm}^4}{\left(200 \text{ cm}\right)^3} \rightarrow k = 2{,}28 \frac{\text{kN}}{\text{cm}} \tag{2.24}$$

Krožna frekvenca obravnavanega SDOF sistema posledično znaša:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \rightarrow \omega = \sqrt{\frac{2.28 \frac{\text{kN}}{\text{cm}}}{1\ \text{t}}} \rightarrow \omega = 1,51 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \tag{2.25}$$

Nihajni čas in lastna frekvenca obravnavanega SDOF sistema pa znaša:

$$T = \frac{2\cdot\pi}{\omega} \rightarrow T = \frac{2\cdot\pi}{1,51\frac{\text{rad}}{\text{s}}} \rightarrow T = 4,16\ \text{s} \rightarrow f = \frac{1}{T} \rightarrow f = \frac{1}{4,16\ \text{s}} \rightarrow f = 0,24\ \text{Hz} \tag{2.26}$$

Za delež kritičnega dušenja upoštevamo 5 % (ξ = 0,05), kar odgovarja vrednosti, ki je določena s standardom SIST EN 1998-1-1 [9]. Krožna frekvenca dušenega nihanja potem znaša:

$$\omega_D = \omega \cdot \sqrt{1-\xi^2} \rightarrow \omega_D = 1,51\frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot \sqrt{1-0,05^2} \rightarrow \omega_D = 1,509\frac{\text{rad}}{\text{s}} \tag{2.27}$$

Koeficient dušenja pa je posledično:

$$c = 2\cdot\xi\cdot m\cdot\omega \rightarrow c = 2\cdot 0,05\cdot 1\ \text{t}\cdot 1,51\frac{\text{rad}}{\text{s}} \rightarrow c = 0,151\frac{\text{t}}{\text{s}} \tag{2.28}$$

Opazimo, da je krožna frekvenca dušenega sistema pri nizkem deležu kritičnega dušenja praktično enaka krožni frekvenci nedušenega sistema. Zaradi pojava dušenja, konstrukcija niha počasneje okrog ravnotežne lege, kar bi bilo opazneje pri večjem deležu kritičnega dušenja [5].

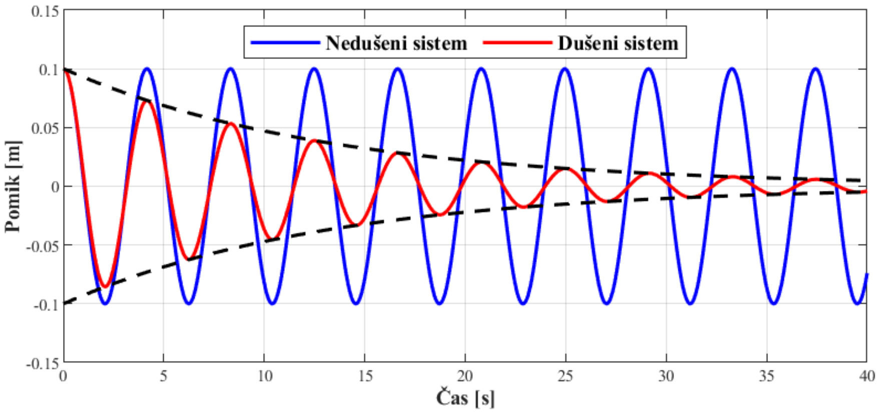
Amplituda dušenega nihanja ni več konstantna, ampak upada s časom. Upadanje amplitude je določeno z dvema asimptotama, ki sta definirani z izrazom:

$$\pm a_a \cdot e^{-\xi\cdot\omega\cdot t} \rightarrow \pm\sqrt{\left(\frac{\dot{u}_0 + \xi\cdot\omega\cdot u_0}{\omega_D}\right)^2 + u_0^2} \cdot e^{-\xi\cdot\omega\cdot t} \tag{2.29}$$

Pri čemer je:

a_a… Amplituda asimptote [m],

Da lahko ovrednotimo funkcijo pomika dušenega in nedušenega sistema, je potrebno izbrati določene začetne pogoje. Upoštevamo, da je začetna hitrost enaka 0 m/s, začetni pomik pa znaša u_0 = 0,1 m. Začetna pogoja ponazarjata primer, ko konstrukcijo izmaknemo iz ravnotežne lege, spustimo in opazujemo lastno nihanje sistema. Na sliki 2.3 je prikazan časovni potek dušenega in nedušenega SDOF sistema.



Slika 2.3 Časovni potek dušenega in nedušenega pomika SDOF sistema.

Figure 2.3 Time dependent displacement of a damped and undamped SDOF system.

Opazimo, da frekvenci in posledično nihajna časa dušenega in nedušenega sistema sovpadata le na začetku nihanja. Takoj po končanju prvega nihaja se nihanje zduši kar se odraža v zmanjšanju amplitude. Kot že omenjeno, krožni frekvenci dušenega in nedušenega nihanja ne moreta nikoli biti enaki. Lahko se opazi, da se, ob upoštevanju 5 % deleža kritičnega dušenja, konstrukcija relativno hitro izniha. Nihanje se skoraj povsem ustavi po približno 30 s.

2.3 Lastno nihanje sistemov z več prostostnimi stopnjami

V tem podpoglavju se osredotočimo na analizo lastnega nihanja sistemov z več prostostnimi stopnjami (v nadaljevanju MDOF sistemi). Izhajamo iz enačbe gibanja MDOF sistemov [5]:

$$[M]\cdot\{\ddot{U}\}+[C]\cdot\{\dot{U}\}+[K]\cdot\{U\}=\{F(t)\} \tag{2.30}$$

pri čemer je:

$[M]$… Masna matrika konstrukcije [t, tm^2],

$\{\ddot{U}\}$… Vektor pospeškov konstrukcije [m/s^2],

$[C]$… Matrika koeficientov dušenja konstrukcije [t/s],

$\{\dot{U}\}$… Vektor hitrosti konstrukcije [m/s],

$[K]$… Togostna matrika konstrukcije [kN/m],

$\{U\}$… Vektor pomikov konstrukcije [m],

$\{F(t)\}$… Vektor časovno odvisnih zunanjih sil, ki delujejo na konstrukcijo [kN].

Če na konstrukcijo ne deluje noben zunanji vpliv, velja:

$$[M]\cdot\{\ddot{U}\}+[C]\cdot\{\dot{U}\}+[K]\cdot\{U\}=\{0\} \tag{2.31}$$

2.3.1 Analiza lastnega nedušenega nihanja sistemov z več prostostnimi stopnjami

V splošnem razlikujemo med dušenim in nedušenim lastnim nihanjem. V primeru nedušenega nihanja so vsi koeficienti dušenja enaki nič, kar posledično pomeni, da je matrika dušenja ničelna. Iz tega razloga potem enačbo lastnega nihanja MDOF sistema zapišemo kot:

$$[M]\cdot\{\ddot{U}\}+[K]\cdot\{U\}=\{0\} \tag{2.32}$$

Vektor pomikov konstrukcije v primeru lastnega nihanja lahko zapišemo v nekoliko drugačni obliki:

$$\{U\}=\{\phi\}\cdot\sin(\omega\cdot t-\theta) \tag{2.33}$$

pri čemer je:

$\{\phi\}$… Vektor deformirane oblike konstrukcije pri lastnem nihanju [m],

ω… Krožna frekvenca konstrukcije [rad/s],

t… Čas, pri katerem ovrednotimo velikost vektorja pomikov [s],

θ... Fazni zamik [rad].

Če vektor pomikov po času odvajamo dvakrat, lahko zapišemo izraz za vektor pospeškov MDOF sistema:

$$\left\{\ddot{U}\right\} = -\{\phi\} \cdot \omega^2 \cdot \sin\left(\omega \cdot t - \theta\right) \tag{2.34}$$

Ko upoštevamo zapis za vektorja pomikov in pospeškov, lahko enačbo (2.32) preoblikujemo v izraz:

$$-\left[M\right] \cdot \left\{\phi\right\} \cdot \omega^2 \cdot \sin\left(\omega \cdot t - \theta\right) + \left[K\right] \cdot \left\{\phi\right\} \cdot \sin\left(\omega \cdot t - \theta\right) = \left\{0\right\} \tag{2.35}$$

Po krajšem urejanju izraza (2.35) dobimo:

$$\left[\left(\left[K\right] - \omega^2 \cdot \left[M\right]\right) \cdot \left\{\phi\right\}\right] \cdot \sin\left(\omega \cdot t - \theta\right) = \left\{0\right\} \tag{2.36}$$

Ker nas zanima samo netrivialna rešitev, obravnavamo primer, ko je del v oglatem oklepaju enačbe (2.36) enak ničelnem vektorju. Tako dobimo izraz, ki predstavlja posplošen problem lastnih vrednosti:

$$\left(\left[K\right] - \omega^2 \cdot \left[M\right]\right) \cdot \left\{\phi\right\} = \left\{0\right\} \tag{2.37}$$

pri čemer so:

ω^2... Lastne vrednosti nedušenega MDOF sistema [rad^2/s^2],

$\{\phi\}$... Lastni vektorji nedušenega MDOF sistema [/].

V primeru, da so togostna, masna ter matrika dušenja realne in simetrične, so vse lastne vrednosti sistema realne. Če je masna matrika MDOF sistema tudi pozitivno definitna, so lastne vrednosti sistema tudi pozitivne.

Lastne vrednosti sistema odgovarjajo lastnim frekvencam obravnavane konstrukcije. Po določitvi lastnih frekvenc sistema je potrebno izračunati še vektor amplitud $\{\phi\}$. Vpeljemo okrajšavo:

$$\left[B\right] = \left[K\right] - \omega^2 \cdot \left[M\right] \tag{2.38}$$

Na podlagi lastnih vektorjev sistema želimo določiti načine nihanja oz. nihajne oblike konstrukcije. Določimo jih z reševanjem enačbe:

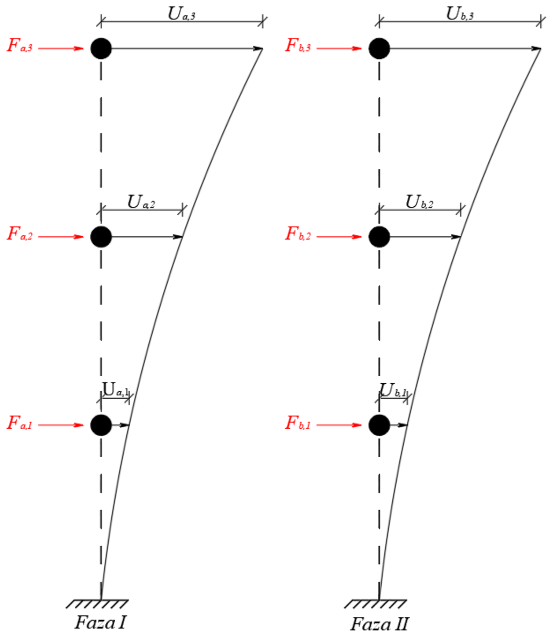
$$\left[B\right] \cdot \left\{\phi\right\} = \left\{0\right\} \tag{2.39}$$

Matrika $[B]$ je v splošnem različna za vsako nihajno obliko, zato z reševanjem enačbe (2.39) dobimo n nihajnih oblik $\{\phi\}$, kjer je n število prostostnih stopenj konstrukcije. Vsaki lastni frekvenci konstrukcije pripada druga nihajna oblika. $\{\phi\}$ imenujemo tudi lastna nihajna oblika.

Zapis masne in togostne matrike je odvisen od načina modeliranja konstrukcije, mas in materiala. Pri analizi lastnega nihanja upoštevamo, da je konstrukcija linearno elastična, kar pomeni da togost ni odvisna od nivoja obtežbe oz. pomikov. Zato je togostna matrika pravzaprav matrika konstant. Hkrati pa je tudi simetrična, kar se lahko dokaže z uporabo Bettijevega zakona [10]. Bettijev zakon oz. v bolj splošnem zapisu Betti – Maxwellov princip recipročnega dela, nam pove da je v primeru linearno elastične analize pomik poljubne točke *i(x, y, z)* zaradi delovanja enotne sile v točki *j(x,y,z)* enak pomiku poljubne točke *j(x,y,z)* zaradi delovanja enotne sile v točki *i(x,y,z)*.

Simetričnost togostne matrike dokažemo na namišljenem primeru tri-etažne konzole obtežene s silami na nivoju etaž. Sile nanašamo v dveh fazah. V prvi fazi se zaradi delovanja sil $F_{a,1}$, $F_{a,2}$ in $F_{a,3}$ pojavijo pomiki $u_{a,1}$, $u_{a,2}$, $u_{a,3}$. V drugi fazi pa se zaradi delovanja sil $F_{b,1}$, $F_{b,2}$ in $F_{b,3}$ pojavijo pomiki $u_{b,1}$, $u_{b,2}$, $u_{b,3}$.

Na sliki 2.4 je prikazan opisani model.



Slika 2.4 Model tri-etažne konzole, obremenjen z etažno statično obtežbo v dveh fazah.

Figure 2.4 Model of a three-storey cantilever beam, loaded with a two-phase static load.

Obravnavamo dva načina obremenjevanja konstrukcije. Pri prvem velja, da v fazi I vektor sil $\{F_a\}$ opravi delo na vektorju pomikov $\{U_a\}$, v fazi II pa vektor sil $\{F_b\}$ opravi delo na vektorju pomikov $\{U_b\}$ in vektor sil $\{F_a\}$ opravi delo na vektorju pomikov $\{U_b\}$. Bettijev zakon lahko izrazimo kot:

$$\{F_a\}^T \cdot \{U_b\} = \{F_b\}^T \cdot \{U_a\} \tag{2.40}$$

Zveza, določena z izrazom (2.40) predstavlja Betti – Maxwellov princip recipročnega dela. Ta pa je izpolnjen le v primeru, ko je togostna oz. podajnostna matrika simetrična. Če zapišemo naslednjo zvezo se lahko prepričamo, da je to res:

$$\{F_a\}^T \cdot [D] \cdot \{F_b\} = \{F_b\}^T \cdot [D] \cdot \{F_a\} \tag{2.41}$$

Če levo stran izraza (2.41) transponiramo, ugotovimo, da mora veljati zveza $[D]^T = [D]$, kar je možno le v primeru, ko je podajnostna matrika [D] dejansko simetrična. Posledično je tudi togostna matrika simetrična, pri čemer velja $[K]^T = [K]$.

Analiza lastnega nihanja nedušenih sistemov temelji na ortogonalnosti nihajnih oblik [11]. To lastnost matrike modalnih oblik je potrebno definirati glede na masno in togostno matriko nedušenega sistema, kar pomeni, da je pri modalni analizi potrebno zadostiti dvema pogojema ortogonalnosti nihajnih oblik. V splošnem je pogojev več [11], vendar se sedaj osredotočimo le na ta dva, ki sta najbolj pomembna za razumevanje fenomenov modalne analize.

Prvi pogoj ortogonalnosti nihajnih oblik zapišemo kot:

$$\{\phi_a\}^T \cdot [M] \cdot \{\phi_b\} = 0 \tag{2.42}$$

Drugi pogoj ortogonalnosti pa zapišemo kot:

$$\{\phi_a\}^T \cdot [K] \cdot \{\phi_b\} = 0 \tag{2.43}$$

Pogoja ortogonalnosti, kot sta definirana z izrazoma (2.42) in (2.43), sta izpolnjena le v primeru, ko so krožne frekvence MDOF sistema različne. To pomeni, da so lastni vektorji posplošenega sistema lastnih vrednosti enolično določeni, kar se fizikalno odraža v tem, da so vsi nihajni časi in nihajne oblike posebne in enolično določene. V primeru, da so lastne frekvence različnih načinov nihanja povsem enake ali pa se razlikujejo tako malo, da so enake v okviru numerične natančnosti, lastni vektorji, ki ustrezajo tem frekvencam, niso enolično določeni. S težavami z neortogonalnostjo lastnih vektorjev se srečujemo tudi pri eksperimentalni identifikaciji modalnih parametrov konstrukcij z zelo podobnimi lastnimi frekvencami posameznih nihajnih oblik.

2.3.2 Analiza lastnega dušenega nihanja sistemov z več prostostnimi stopnjami

V tem podpoglavju obravnavamo analizo lasnega nihanja dušenega MDOF sistema. Kot smo že pokazali v enačbi (2.31), se dušenje pri MDOF sistemih določi z matriko dušenja. V splošnem ta ima naslednjo obliko:

$$[C]=\begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \dots & c_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{m1} & c_{m2} & \dots & c_{mn} \end{bmatrix} \tag{2.44}$$

Eden izmed najbolj enostavnih in najbolj uporabljenih modelov dušenja pri MDOF sistemih je Rayleigh-evo viskozno dušenje. Pri tej definiciji dušenja upoštevamo, da je dušenje proporcionalno masi in togosti obravnavanega MDOF sistema. Matriko dušenja zapišemo kot linearno kombinacijo masne in togostne matrike in dušenje enolično definiramo z dvema Rayleigh-evima faktorjema dušenja:

$$[C]=\alpha\cdot[M]+\beta\cdot[K] \tag{2.45}$$

Pri čemer sta:

α… Koeficient dušenja, proporcionalen masi [rad/s],

β… Koeficient dušenja, proporcionalen togosti [s/rad].

Ob upoštevanju Rayleigh-eve definicije dušenja lahko na podoben način kot v razdelku 2.2.2 pridemo do problema posplošenih lastnih vrednosti. Enačbo gibanja ob upoštevanju viskoznega dušenja posledično lahko zapišemo kot:

$$[M]\cdot\{\ddot{U}\}+(\alpha\cdot[M]+\beta\cdot[K])\cdot\{\dot{U}\}+[K]\cdot\{U\}=\{0\} \tag{2.46}$$

Matrična enačba (2.46) je sestavljena iz n neodvisnih enačb, kjer je n število lastnih frekvenc MDOF sistema. Pri reševanju uporabimo principe, ki veljajo za SDOF sisteme in so definirani v poglavju 2.2.2, in izraz za i-to krožno frekvenco MDOF dušenega sistema zapišemo kot:

$$\omega_{Di}=\omega_i\cdot\sqrt{1-\xi_i^2} \tag{2.47}$$

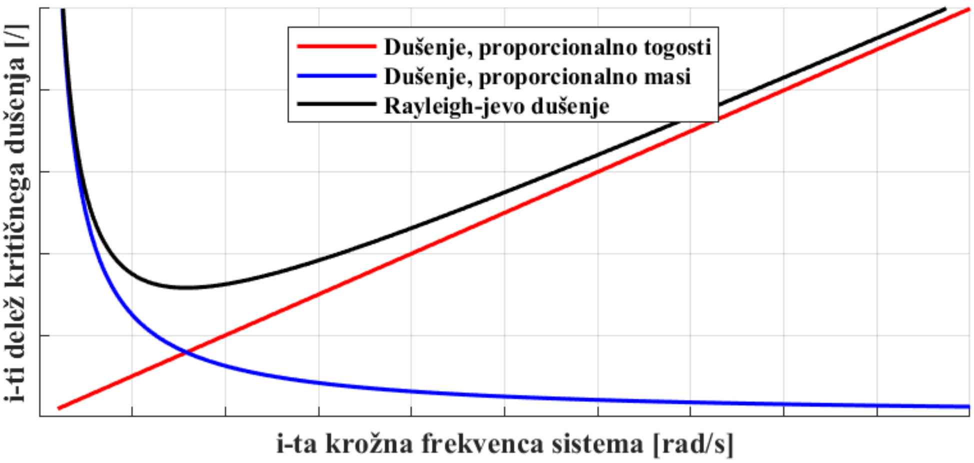
Pri čemer je:

ξ_i… Faktor kritičnega dušenja pri i-ti nihajni obliki, definiran z izrazom [/]:

$$\xi_i=\frac{\alpha}{2\cdot\omega_{D,i}}+\frac{\beta\cdot\omega_{D,i}}{2} \tag{2.48}$$

Rayleigh-eva definicija viskoznega dušenja omogoča določitev faktorja kritičnega dušenja za vsako nihajno obliko posebej. V splošnem so ti faktorji lahko različni za vsako obliko.

Na sliki 2.5 je prikazana odvisnost faktorja kritičnega dušenja, kot je definiran z enačbo (2.48) v odvisnosti od krožne frekvence sistema.



Slika 2.5 Grafični prikaz Rayleigh-jevega viskoznega dušenja.

Figure 2.5 Graphic reopresentation of Rayleigh viscous damping.

Iz slike 2.5 je razvidno, da dušenje, ki je proporcionalno masi, upada z lastno frekvenco eksponentno. Dušenje proporcionalno togosti pa linearno narašča z večanjem lastne frekvence oziroma togosti. To pomeni, da je dušenje po Rayleigh-jevem modelu pri višji frekvencah bistveno bolj proporcionalno togosti, pri nižjih lastnih frekvenc pa bolj proporcionalno masi.

2.4 Harmonično nihanje

V tem poglavju obravnavamo harmonično nihanje SDOF in MDOF sistem, ki predstavlja poseben primer vsiljenega nihanja, pri katerem je konstrukcija vzbujena s harmonično obtežbo.

2.4.1 Harmonično nihanje sistemov z eno prostostno stopnjo

Za razliko od enačbe lastnega nihanja SDOF sistema (2.16) pri harmonični analizi desna stran enačbe ni enaka nič. Če poznamo maso *m*, koeficient dušenja *c* in togost konstrukcije *k* lahko frekvenčno funkcijo izračunamo analitično kot [3]:

$$FRF(\omega) = \frac{1}{k - \omega^2 \cdot m + i \cdot \omega \cdot c} \tag{2.49}$$

V idealiziranem primeru predstavlja funkcija frekvenčnega odziva razmerje med dvema Fourierevima transformacijama [12]. V števcu je upoštevana Fourierjeva transformacija odziva konstrukcije iz časovne v frekvenčno domeno, v imenovalcu pa Fourierjeva transformacija vzbujanja iz časovne v frekvenčno domeno. Definicijo, pomen in porabo Fourierjeve transformacije prikažemo v podpoglavju 2.5. Velja:

$$\left[FRF(\omega)_{i,j}\right] = \frac{\hat{f}\left(X_j(t)\right)}{\hat{f}\left(F_i(t)\right)} \rightarrow \left[FRF(\omega)_{i,j}\right] = \frac{X_j(\omega)}{F_i(\omega)} \tag{2.50}$$

Definiramo razmerje dušene in nedušene krožne frekvence kot:

$$\beta_\omega = \frac{\omega_D}{\omega} \tag{2.51}$$

Sedaj lahko izraz (2.49) zapišemo z upoštevanjem razmerja β. Velja:

$$FRF_{(\beta)} = \frac{1}{k} \cdot FRF_{0,(\beta)} \tag{2.52}$$

Pri čemer je:

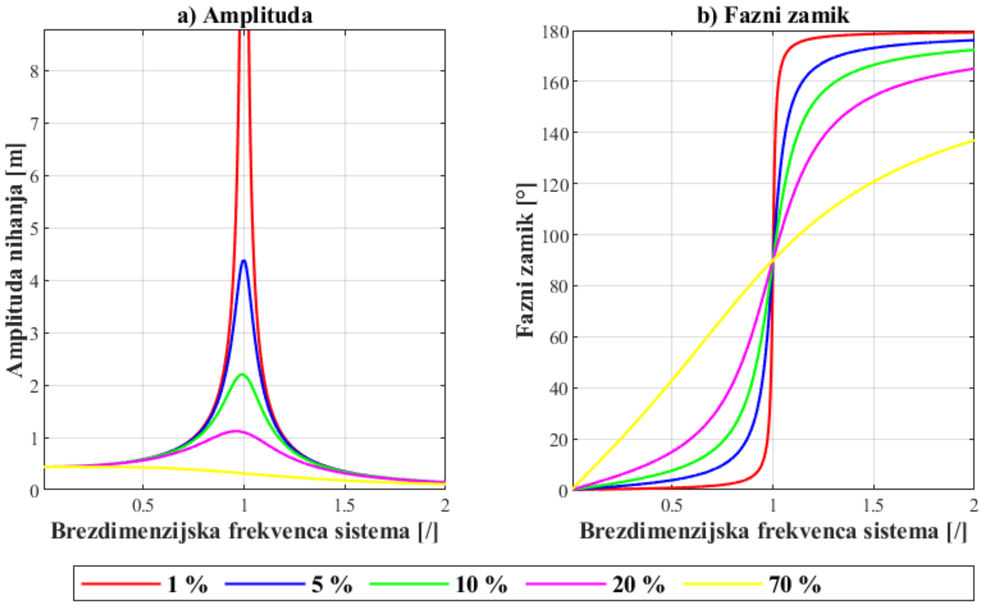
$FRF_{0,(\beta)}$… Brezdimenzijska funkcija frekvenčnega odziva, ki je določena kot [/]:

$$FRF_{0,(\beta)} = \frac{1}{1 - \beta_\omega^2 + 2 \cdot i \cdot \beta_\omega \cdot \xi} \tag{2.53}$$

Tako definirana funkcija frekvenčnega odziva je funkcija, ki vsebuje kompleksne vrednosti. Iz tega razloga se ta funkcija izrazi v smislu njenih amplitud in faznih zamikov. Velja:

$$\begin{aligned} &\text{Amplituda FRF: } \left|FRF_{0,(\beta)}\right| = \frac{1}{k} \cdot \frac{1}{\sqrt{\left(1-\beta_\omega^2\right)^2 + \left(2 \cdot \beta_\omega \cdot \xi\right)^2}} \\ &\text{Fazni zamik FRF: } \phi_{(\beta)} = \arctan\left(\frac{2 \cdot \beta_\omega \cdot \xi}{1 - \beta_\omega^2}\right) \end{aligned} \tag{2.54}$$

Na sliki 2.6 je prikazana primerjava amplitud in faznih zamikov funkcij frekvenčnega odziva za različne deleže kritičnega dušenja.



Slika 2.6 a) Amplituda FRF za različne deleže kritičnega dušenja ; b) Fazni zamik FRF za različne deleže kritičnega dušenja.

Figure 2.6 a) FRF amplitude for different values of critical damping ; b) FRF phase shift fpr different values of critical damping.

Amplituda in fazni zamik FRF sta zelo občutljiva na delež kritičnega dušenja v sistemu. Ko je sistem vzbujen blizu njegove naravne frekvence, ko je β = 1 (v tem primeru tej rečemo kar resonančna frekvenca), slabo dušeni sistemi občutijo resonanco, bolj dušeni pa ne. Pri nižjih vrednosti razmerja β se vrednosti amplitud FRF približujejo 1.

2.4.2 Harmonično nihanje sistemov z več prostostnimi stopnjami

Enačba gibanja MDOF sistema (2.30) je zapisana v časovni domeni. Zaradi lažje predstavitve frekvenčnih komponent odziva in vzbujanja konstrukcije je to enačbo bolj praktično zapisati v frekvenčni domeni:

$$\left(-\omega^2 \cdot [M] + i \cdot \omega \cdot [C] + [K]\right) \cdot \{X\} = \{F\} \tag{2.54}$$

Pri čemer je:

$\{X\}$… Odziv konstrukcije v frekvenčni domeni [/].

Opazimo, da v enačbi gibanja sedaj nastopi le ena spremenljivka – krožna frekvenca. Enačbo (2.54) imenujemo osnovna enačba harmonične analize. Rešitev osnovne enačbe harmonične analize so že omenjene funkcije frekvenčnega odziva (ang. *Frequency Response Functions*) oz. FRF.

2.5 Osnove obdelave signalov meritev

2.5.1 Hitra Fouriereva transformacija

V razdelku 2.3.1 smo omenili Fourierevo transformacijo. V splošnem smislu gre za matematično transformacijo s pomočjo katere periodično funkcijo ali pa signal v časovni domeni transformiramo v frekvenčno domeno. Glede na to, ali je funkcija oz. signal, ki ga želimo transformirati zvezna ali diskretna, poznamo zvezno in diskretno Fourierevo transformacijo [13], [14].

Zvezna Fouriereva transformacija (v nadaljevanju FT) je definirana kot:

$$F(f) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{(t)} \cdot e^{-i \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot t} dt \; ; \forall f \in \mathbb{R} \tag{2.56}$$

Pri čemer so:

$F_{(f)}$… Amplituda obravnavane količine, ki je zapisana kot funkcija frekvence signala f,

$f_{(t)}$… Vednost obravnavane količine, ki je zapisana kot funkcija časa t.

Diskretna Fouriereva transformacija (ang. *Discrete Fourier transform – DFT*) pa je namesto z integralom definirana z neskončno vsoto:

$$F_n = \sum_{k=o}^{N-1} f_k \cdot e^{-\frac{i \cdot 2 \cdot \pi}{N} \cdot k \cdot n} \tag{2.57}$$

Pri čemer so:

k… Točke obravnavane funkcije, v kateri poznamo njuno točno vrednost,

f_k… Vrednost opazovane količine v izbranem času, ki je definiran z izrazom:

$$t_k = k \cdot \Delta \tag{2.58}$$

Δ… Izbrani interval vzorčenja podatkov (ang. *Sampling interval*),

N… Točke, v katerih so natančno ovrednotene vrednosti funkcije F_n.

S Fourierevo transformacijo pokažemo zvezo med obravnavanim signalom v časovni domeni in signalom v frekvenčni domeni [15]. Na podlagi te zveze pa lahko zapišemo tudi inverzno Fourierevo transformacijo. Zvezna inverzna Fouriereva transformacija je definirana kot:

$$f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} F(f) \cdot e^{i \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot t} df \; ; \forall t \in \mathbb{R} \tag{2.59}$$

Diskretna inverzna Fouriereva transformacija je določena z naslednjim izrazom:

$$f_N = \frac{1}{N} \sum_{k=o}^{N-1} F_k \cdot e^{\frac{i \cdot 2 \cdot \pi}{N} \cdot k \cdot n} \tag{2.60}$$

Glede na dejstvo, da signali pri eksperimentalni modalni identifikaciji gradbenih konstrukcij niso zvezni, je za njihovo analizo možno uporabiti le diskretno Fourierevo transformacijo. Zaradi njene časovne potratnosti, so bili v preteklosti razviti različni postopki hitrega reševanja. Med njimi se je najbolj uveljavila hitra Fouriereva transformacija (ang. *Fast Fourier Transform – FFT*). V literaturi in praksi najdemo veliko različic FFT algoritmov, vendar se v sklopu te naloge omejimo na uporabo Cooley – Tukey FFT algoritma [16] (v nadaljevanju FFT), ki je vgrajen v obstoječe knjižnice znotraj programskega okolja Matlab [6].

C-T algoritem diskretno Fourierevo transformacijo na novo rekurzivno izrazi z N_1 številom manjših diskretnih Fourierevih transformacij velikosti N_2 z namenom zmanjšanja računskega časa z N^2 na $N \log_2 N$, pri čemer mora število N biti sodo. Izkaže se, da je C-T algoritem najbolj časovno učinkovit, če ga uporabimo pri signalih dolžine N na potenco števila 2 [16].

Rezultate hitre Fourierejeve transformacije lahko prikažemo na več načinov. Primarno poznamo amplitudni in fazni spekter. Amplitudni spekter poda informacijo o velikosti oz. amplitudi posamezne frekvenčne komponente signala, fazni spekter pa poda informacijo o faznem kotu med posameznimi frekvenčnimi komponentami signala. Rezultat FFT je zapisan kot kompleksno število in sicer:

$$Y = A + B \cdot i \tag{2.61}$$

Pri čemer so:

Y… Kompleksno število, določeno s pomočjo hitre Fourierjeve transformacije [/],

A… Realni del kompleksnega števila [/],

B… Imaginarni del kompleksnega števila [/].

Amplitudni in fazni spekter signala določimo kot:

$$\begin{aligned} &\text{Amplitudni spekter:} \quad a = |Y| \rightarrow a = \sqrt{A^2 + B^2} \\ &\text{Fazni spekter:} \quad \phi = \arctan^2 \frac{B}{A} \end{aligned} \tag{2.62}$$

Spektralna gostota moči (v nadaljevanju PSD) [14] je količina, ki opisuje porazdelitev moči po različnih frekvenčnih komponentah signala. Spektralna moč opisuje koliko moči je vsebovano v celotnem signalu po različnih frekvencah, medtem ko spektralna gostota moči opiše koliko moči je vsebovano v posameznem frekvenčnem območju signala. Če so enote signala v časovni domeni [m/s^2], je enota spektralne gostote moči [(m/s^2)^2/Hz]. Posplošeno gledano je enota spektralne gostote moči pravzaprav enota moči na enoto frekvence. Spektralna gostota moči je določena kot:

$$S_{xx(f)} = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \left| F_{(f)} \right|^2 \tag{2.63}$$

Pri čemer so:

$S_{xx,(f)}$… Spektralna gostota moči signala [(m/s^2)^2/Hz],

T… Trajanje časovnega intervala znotraj katerega se izračuna Fourierjeva transformacija [s].

Moč signala se lahko določi z integracijo po frekvencah, pri čemer je frekvenčno območje določeno na intervalu $0 < f_1 < f_2$. Ker velja, $S_{xx}(f) = S_{xx}(-f)$, enaka količina moči je vsebovana na negativnem in pozitivnem delu frekvenčne domene. Fizikalno pa negativne frekvence nimajo pomena, zaradi česar v večini primerov operiramo z enostranskimi spektri. Glede na to, da velja enakost energij, je enostranski spekter potrebno množiti z 2, saj s tem implicitno zajamemo tudi vpliv negativnih frekvenc.

Pri obratovalni modalni analizi operiramo z diskretnimi, naključnimi signali. Zato je namesto zvezne definicije PSD, potrebno definirati diskretno:

$$S_{xx(f)} = \lim_{T\to\infty} \frac{(\Delta t)^2}{T} \left| \sum_{n=-N}^{N} F_n \cdot e^{-i\cdot 2\cdot\pi\cdot f\cdot\Delta t} \right|^2 \tag{2.64}$$

Za izvedbo modalne identifikacije konstrukcije, kar je prikazano v poglavju 4., je potrebno definirati še navzkrižno spektralno gostoto moči (ang. *Cross power spectral density*, v nadaljevanju CSD) [14]. Na podlagi CSD lahko določimo zvezo med dvema signaloma. Za dva diskretna signala x_n in y_n pa je CSD določena kot:

$$S_{xy(f)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} R_{xy(\tau n)} \cdot e^{-i\cdot 2\cdot\pi\cdot f\cdot\tau} \cdot \Delta\tau \tag{2.65}$$

Pri čemer je:

$R_{xy,(\tau)}$... Navzkrižna korelacija signala *x(t)* glede na referenčni signal *y(t)* [/],

Glede na zgoraj definirano, lahko ugotovimo, da je v splošnem PSD dejansko poseben primer CSD ko velja *x(t) = y(t)*. Podoben razmislek velja kot pri PSD glede pozitivnega frekvenčnega območja. Ob upoštevanju enostranskih spektrov je tega potrebno množiti z 2, da dobimo pravo vrednost CSD.

2.5.2 Filtri za glajenje signalov

Iz različnih razlogov, kot so npr. občutljivost merske opreme ali prisotnost virov vsiljenih vibracij na analizirani konstrukciji, je oblika surovih signalov pogosto popačena. Pri obdelavi meritev se zato pogosto poslužujemo filtrov za glajenje signalov. Glajenje signalov je proces, s katerim iz signala izločimo neželene frekvence. V ta namen se najbolj pogosto uporabljajo tri vrste digitalnih filtrov:

- Nizkoprepustni filter (ang. *Low Pass filter – LP filter*):

S pomočjo LP filtra iz signala odstranimo vse frekvence, ki so višje od izbrane. Na ta način iz obdelave izločimo vpliv višjih oz. manj pomembnih frekvenc, za katere sklepamo, da pripadajo vplivom iz okolja (npr. visoke frekvence obratovalnih strojev). LP filter funkcionira tako, da izbrane komponente signala v frekvenčni domeni pomnožimo z digitalnim nizkoprepustnim filtrom. Nato pa pomnoženi signal nazaj transformiramo v časovno domeno z uporabo inverzne FFT.

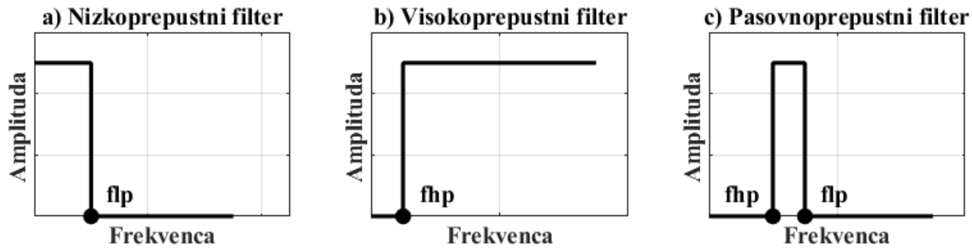
- Visokoprepustni filter (ang. *High Pass filter – HP filter*):

HP filter deluje ravno obratno od LP filtra. Z njim iz signala izločimo vse frekvence, ki so nižje od izbrane. HP filter uporabljamo bolj redko, saj so za gradbene konstrukcije najpomembnejše nihajne oblike z najnižjimi frekvencami.

- Pasovnoprepustni filter (ang. *Band Pass filter – BP filter*):

BP filter je digitalni filter, ki izloči frekvence izven izbranega intervala. BP filter predstavlja kombinacijo LP in HP filtrov in je določen z mejami LP in HP filtrov. Zgornja meja BP filtra je ekvivalentna izbrani frekvenci LP filtra, spodnja pa izbrani frekvenci HP filtra.

Na sliki 2.7 so grafično prikazani omenjeni digitalni filtri.



Slika 2.7 Digitalni filtri za glajenje signalov: a) Nizkoprepustni filter ; b) Visokoprepustni filter ; c) Pasovnoprepustni filter.

Figure 2.7 Digital filters for signal smoothing: a) Lowpass filter ; b) Highpass filter ; c) Bandpass filter.

Velja omeniti da zgoraj navedeni filtri niso edini ter da se v obdelavi signalov uporablja veliko število različnih filtrov.

2.5.3 Primer hitre Fouriereve transformacije na sestavljenem sinusnem signalu

V tem razdelku na enostavnem primeru sestavljenega sinusnega signala prikažemo principe hitre Fouriereve transformacije. V ta namen si izmislimo štiri sinusne signale z različnimi frekvencami, amplitudami in faznimi zamiki. V splošnem je poljubno sinusno valovanje v časovni domeni zapisano na naslednji način:

$$y(t) = A \cdot \sin\left(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t + \theta\right) \rightarrow y(t) = A \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \theta\right) \tag{2.66}$$

Pri čemer so:

A… Amplituda nihanja [g],

f… Frekvenca nihanja [Hz],

θ… Fazni zamik oz. kot, t.j. kot pri času t = 0 s [rad],

ω… Krožna frekvenca nihanja [rad/s].

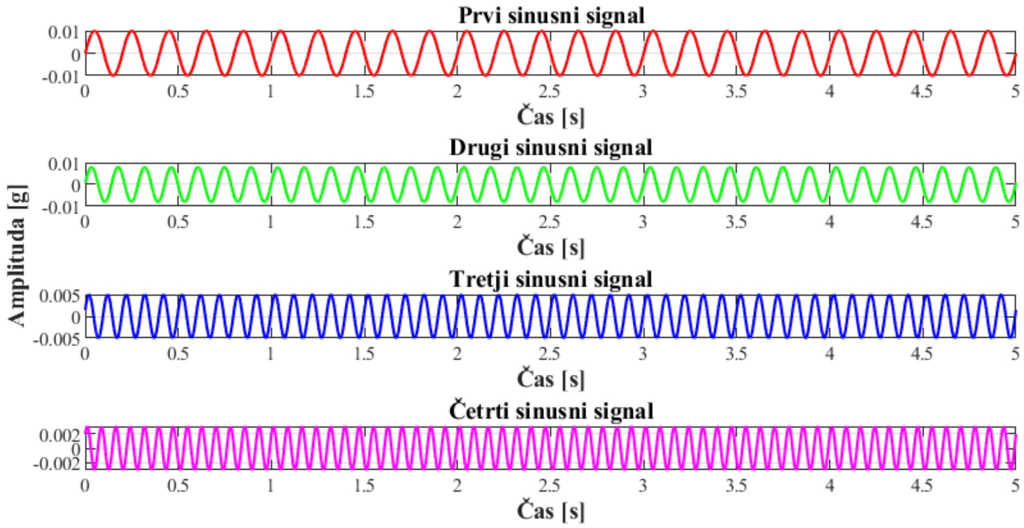
V preglednici 2.1 so zbrani vhodni podatki, ki definirajo obravnavane sinusne signale.

Preglednica 2.1 Vhodni podatki, ki definirajo izbrane sinusne signale.

Table 2.1 Input parameters that define the selected sine signals.

Št.	f [Hz]	ω [rad/s]	A [g]	θ [rad]
1	5	31,42	0,01	0
2	7	43,98	0,008	0,1
3	10	62,83	0,005	0,3
4	13	81,68	0,003	0,7

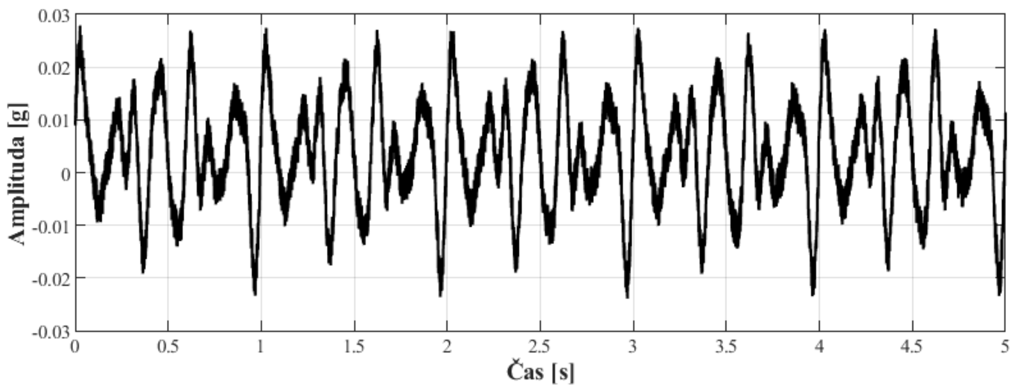
Sestavljeni signal definiramo kot vsoto izbranih signalov. Le-to dodatno "pokvarimo" z belim šumom. V splošnem je beli šum, ki ima neskončno pasovno širino, čisto teoretičen koncept. Za realne, inženirske probleme pa je pasovna širina belega šuma odvisna od mehanizma generacije signala, načina prenosa valovanja in možnosti opazovanja samega signala. Na sliki 2.8 so prikazani vhodni štirje sinusni signali.



Slika 2.8 Štiri sinusna signala, ki skupaj tvorijo obravnavani sestavljeni signal.

Figure 2.8 Four sine signals which make up the composite signal under consideration.

Na sliki 2.9 pa je prikazan sestavljeni sinusni signal, ki je pokvarjen z belim šumom.

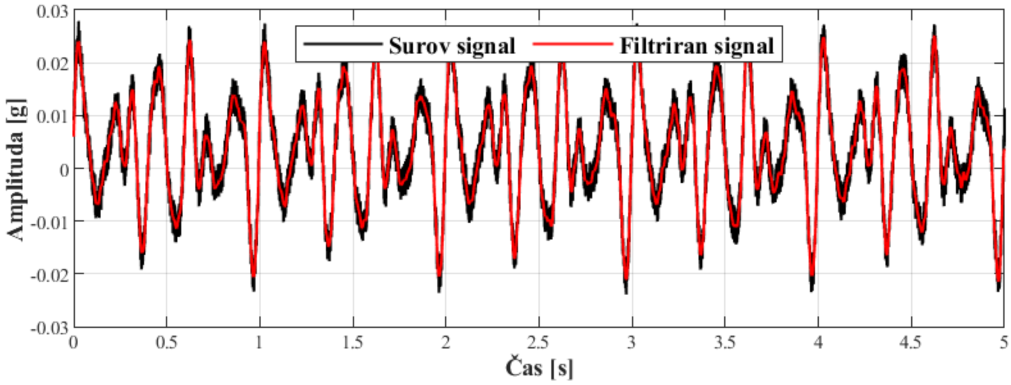


Slika 2.9 Sestavljeni sinusni signal, pokvarjen z belim šumom.

Figure 2.9 Composite sine signal corrupted by white noise.

Sedaj si zamislimo situacijo, da ne poznamo nobenih vhodnih podatkov oz. da želimo analizirati (določiti frekvence, amplitude in fazne zamike) obravnavanega signala. Kot je razvidno s slike 2.10, je v časovni domeni težko prebrati oz. določiti vhodne frekvence izbranega signala.

Prvi korak analize je torej uporaba ustreznega filtra, s pomočjo katerega odstranimo šum iz signala. V ta namen uporabimo nizkoprepustni filter z mejo, ki je za 10 % večja od maksimalne frekvence posameznega sinusnega signala in znaša f_{LP} = 14,3 Hz. Izbira meje nizkoprepustnega filtra je odvisna od obravnavanega primera in temelji na oceni najvišje frekvence, ki jo želi obravnavati. Na sliki 2.10 sta prikazana filtrirani in nefiltrirani signal.



Slika 2.10 Primerjava filtriranega in nefiltriranega signala.

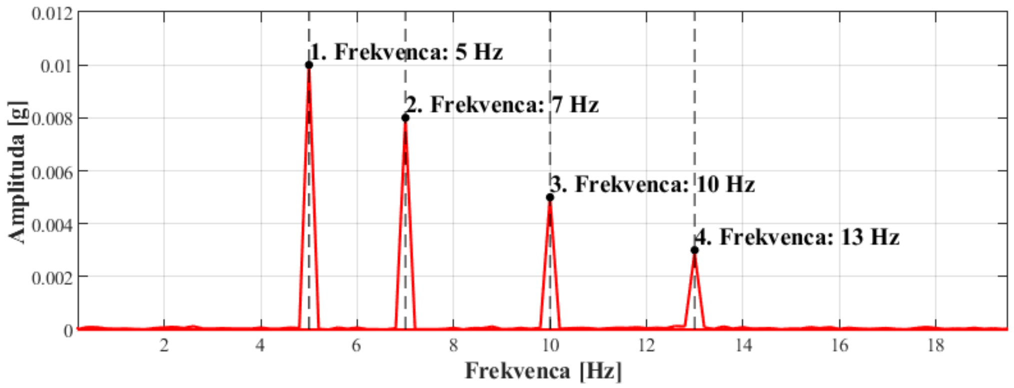
Figure 2.10 Comparison of a filtered and unfiltered signal.

Naslednji korak je izvedba hitre Fouriereve analize. FFT izvedemo na že filtriranem signalu, s čimer se lahko upošteva le želeno frekvenčno območje. Omeniti velja, da je maksimalna frekvenca, ki jo lahko določimo s pomočjo FFT, enaka polovici frekvence zajemanja podatkov, ki v našem primeru znaša 1000 S/s (ang. *Samples per second*). To frekvenco imenujemo Nyquistova frekvenca. Ta frekvenca predstavlja mejo, do katere v vzorčenem sistemu podatkov oz. zajetem signalu lahko brez napak izločimo frekvence, ki so značilne za različne komponente signala [17].

Hitro Fourierevo transformacijo je v prvi vrsti potrebno normalizirati, kar pomeni, da dobljene rezultate delimo z dolžino signala. S takšnim načinom pravilno predstavimo enostranski spekter, saj je v splošnem FFT simetrična glede na abscisno in ordinatno os. Rezultate FFT prikažemo v obliki amplitudnega spektra, ki je določen z izrazom (2.62).

Same frekvence identificiramo s pomočjo peak-picking metode [18]. Gre za zelo enostavno vendar močno metodo v sklopu katere ovrednotimo frekvence, ki pripadajo vrhom funkcije frekvenčnega odziva. Metoda temelji na predpostavki, da ima funkcija frekvenčnega odziva analiziranega sistema vrhove v okolici lastnih frekvenc [18]. V primeru vzbujanja konstrukcije z belim šumom, lahko rečemo da je funkcija frekvenčnega odziva ekvivalentna spektru, ki je dobljen s pomočjo Fourierjeve transformacije signala iz časovne v frekvenčno domeno.

Na sliki 2.11 je prikazan obravnavani signal v frekvenčni domeni.



Slika 2.11 Obravnavani signal v frekvenčni domeni.

Figure 2.11 Signal under consideration, transformed into frequency domain.

Izračunane amplitude so v primeru uporabe enostranskega frekvenčnega vektorja za polovico manjše kot vhodne. Če izračunane amplitude množimo s faktorjem 2, da dobimo prave vrednosti, ki se ujemajo z vhodnimi.

Natančnost izračunanih frekvenc je odvisna od resolucije spektra. Ta je odvisna od dveh parametrov:

- Frekvenca vzorčenja oz. zajemanja podatkov [Hz] ali [sps],
- Velikost spektra, določenega s pomočjo FFT [/].

V obravnavanem primeru je frekvenca vzorčenja znaša F_s = 1000 Hz, dolžina signala pa za 5 s časovni interval znaša 5001 vzorec. Resolucija je definirana kot razmerje med frekvenco zajemanja podatkov in velikostjo periodograma. V tem primeru znaša resolucija periodograma 0,2 Hz. To fizikalno pomeni, da lahko iz periodograma odčitamo frekvence na 0,2 Hz natančno. Večja kot je velikost periodograma, večja je resolucija. Ustrezno daljši so tudi računski časi.

Primer ilustrira metodo, ki jo v nadaljevanju uporabimo kot osnovo, na podlagi katere deluje obratovalna modalna analiza. Kot bomo v nadaljevanju pokazali, določanje vrhov amplitudnega spektra samo po sebi ni zahtevna naloga. Bistveno bolj zahtevno pa je ločevanja med dejanskimi lastnimi frekvencami konstrukcije in frekvencami, ki pripadajo vzbujanju iz okolici. V ta namen si pomagamo z izrisom nihajnih oblik, na podlagi katerega lažje ugotovimo, če zaznane frekvence res pripadajo konstrukciji.

2.5.3 Welcheva metoda redukcije šuma

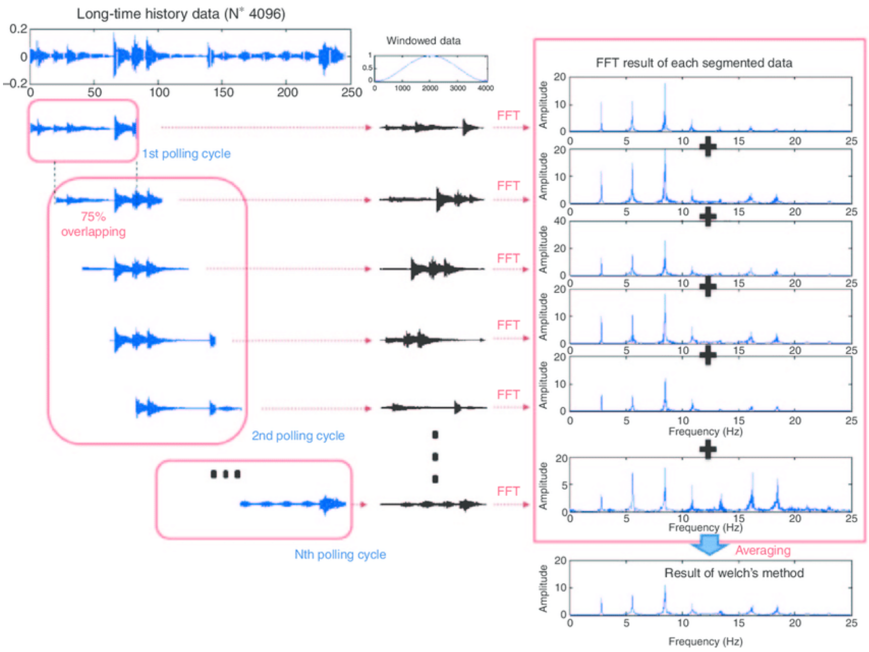
Vpliv šuma na frekvenčni odziv je od primera do primera različen. Za vzbujanja, pri katerih so amplitude majhne in primerljive z amplitudo belega šuma, lahko sklepamo, da bo šum močno vplival na rezultate hitre Fouriereve analize. Zato imamo za oceno spektralne gostote moči signala na voljo tako imenovano Welchevo metodo [19].

Metoda je zasnovana na uporabi FFT za oceno spektra v frekvenčni domeni. Običajno za obdelavo signala opravimo eno samo FFT. Pri Welchevi metodi pa signal v časovni domeni razdelimo na manjše intervale, pri čemer upoštevamo določen delež prekrivanja. Za vsak interval nato izvedemo FFT ob ignoriranju ostanka signala. S tem določimo več periodogramov signala, ki jih v končnem koraku povprečimo, s čimer določimo bolj gladek potek spektralne moči. Grafični prikazan Welcheve metode glajenja signalov je prikazan na sliki 2.12.

Problem, ki se lahko pojavi pri tem, je, da amplituda na začetku in koncu intervalov ni enaka 0, kar lahko privede do pojava spektralnega uhajanja (ang. *Spectral leakage*). Glede na to, da se pri izvedbi FFT signal razdeli v omejeno število diskretnih delov, ki se potem uporabijo za izračun spektralnih komponent tega signala, se spektralno uhajanje zgodi, ko obstaja razlika med frekvencami v signali in upoštevanem frekvenčnem vektorju. V izogib temu, je potrebno signale v časovni domeni v vsakem intervalu prilagoditi z uporabo okenskih funkcij, ki zagotovijo, da sta začetna in končna vrednost signala enaki 0. S pravilno izbiro okenske funkcije lahko izboljšamo natančnost izračuna spektralne gostote moči.

Pri Welchevi metodi upoštevamo določeno prekrivanje intervalov. Kljub temu pa je v uporabi bolj enostavna različica Welcheve metode, tako imenovana Bartlettova metoda povprečenja periodogramov. Glavna razlika med tema dvema metodama je v definiciji prekrivanja segmentov signalov. Pri Welchevi metodi je delež prekrivanja lahko poljuben in predvsem odvisen od uporabnika, pri Bartlettovi metodi pa je ta enak nič. V sklopu tega dela pa se omejimo izključno na uporabo Welcheve metode. Del signalov v časovni domeni, ki je odrezan zaradi zožitve v prvem intervalu, pa upoštevamo v prekritem delu drugega, s čem posledično dobimo bolj gladek potek spektralne gostote moči.

Na sliki 2.12 je grafično prikazan postopek Welcheve metode glajenja signalov v frekvenčni domeni [20].



Slika 2.12 Grafična predstavitev Welcheve metode redukcije šuma [20].

Figure 2.12 Graphical representation of Welch's method for white noise reduction [20].

Glavna vhodna parametra Welcheve metode glajenja signalov sta velikost intervala, delež prekrivanja in oblika okenske funkcije. Parametre izberemo poljubno v odvisnosti od obravnavanega primera. Večje kot je prekrivanje, več podatkovnih točk je vsebovanih v vsakem segmentu , na račun česar je resolucija frekvenc večja. To nam omogoča bolj natančno izločanje bližnjih spektralnih komponent. Velikost intervala izberemo v odvisnosti od želene resolucije frekvenc. Z manjšanjem velikost intervala se resolucija frekvenc zmanjšuje. V nalogi upoštevamo 66 % prekrivanje in velikost signala 10^8 podatkovnih točk. V literaturi poznamo različne tipe teh funkcij, v nalogi pa upoštevamo več različnih. V literaturi najdemo več različnih družin okenskih funkcij. Največkrat uporabljena družina so tako imenovana splošna kosinusna okna (ang. *Generalized Cosine Windows*). V nalogi uporabimo naslednje okenske funkcije iz omenjene družine: Hannovo, Hammingovo, Blackmanovo in Blackman-Harrisovo [15]. Poleg generaliziranih kosinusnih oken uporabimo še trikotno in Gaussovo okensko funkcijo. V splošnem so generalizirana kosinusna okna definirana kot:

$$w_{[n]} = \sum_{k=0}^{K} (-1)^k \cdot a_k \cdot \cos\left(\frac{2\cdot\pi\cdot k\cdot n}{N}\right) \; ; \; 0 \le n \le N \tag{2.67}$$

Pri večini okenskih funkcij so koeficienti $a_k \geq 0$. Če obravnavamo samo eno okno, je $K = 1$. Takrat velja:

$$w_{[n]} = a_0 - (1-a_0)\cdot\cos\left(\frac{2\cdot\pi\cdot n}{N}\right) \; ; \; 0 \le n \le N \rightarrow a_1 = 1 - a_0 \tag{2.68}$$

Pri Hannovi okenski funkciji je $a_0 = 0{,}5$. Posledično je $a_1 = 0{,}5$. Pri Hummingovi okenski funkciji pa je $a_0 = 0{,}53836$ in $a_1 = 0{,}46164$. Hannova in Hummingova okenska funkcija sta potem določeni kot:

$$\begin{aligned} &\text{Hann: } w_{[n]} = 0{,}5\cdot\left[1-\cos\left(\frac{2\cdot\pi\cdot n}{N}\right)\right] \; ; \; 0 \le n \le N \\ &\text{Hamming: } w_{[n]} = 0{,}53836 - 0{,}46164\cdot\cos\left(\frac{2\cdot\pi\cdot n}{N}\right) \; ; \; 0 \le n \le N \end{aligned} \tag{2.69}$$

Pri Blackmanovi okenski funkciji upoštevamo, da sta koeficienta $a_0 = 0{,}42$, $a_1 = 0{,}5$ in $a_2 = 0{,}08$. Blackman-Harrisova okenska funkcija je bolj eksaktna in je določena s koeficienti $a_0 = 0{,}35875$, $a_1 =$

0,48829, a_2 = 0,14128 in a_3 = 0,01168. Blackman in Blackman-Harrisova okenska funkcija sta določeni kot:

$$\text{Blackman:}\quad w_{[n]} = 0,42 - 0,5\cdot\cos\left(\frac{2\cdot\pi\cdot n}{N}\right) + 0,08\cdot\cos\left(\frac{4\cdot\pi\cdot n}{N}\right)\;;\;0\le n\le N$$

$$\text{Blackman-Harris:}\quad w_{[n]} = 0,35875 - 0,48829\cdot\cos\left(\frac{2\cdot\pi\cdot n}{N}\right) + \tag{2.70}$$

$$0,14128\cdot\cos\left(\frac{4\cdot\pi\cdot n}{N}\right) + 0,01168\cdot\cos\left(\frac{6\cdot\pi\cdot n}{N}\right)\;;\;0\le n\le N$$

Trikotna okenska funkcija pa definirana z naslednjim izrazom:

$$w_{[n]} = 1 - \left|\frac{n-\frac{N}{2}}{\frac{L}{2}}\right|\;;\;0\le n\le N \tag{2.71}$$

Pri čemer je:

$L\ldots$ Dolžina signala, ki je lahko enaka N, $N+1$ ali $N+2$ [/].

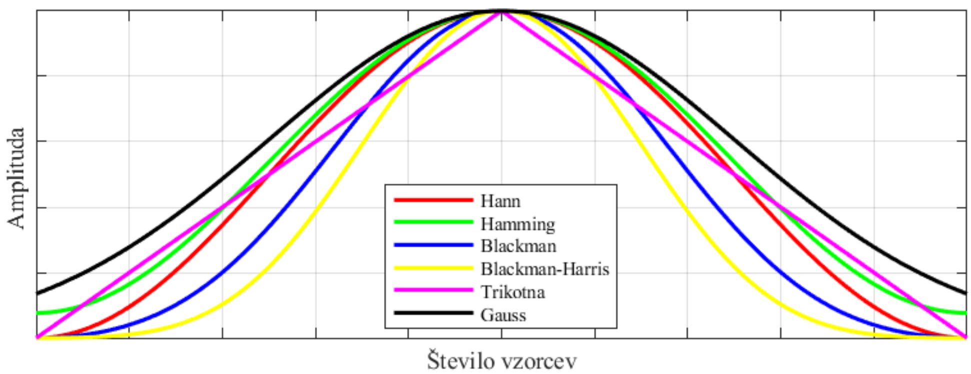
Gaussova okenska funkcija pa je definirana kot:

$$w_{[n]} = \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{n-\frac{N}{2}}{\sigma\cdot\frac{N}{2}}\right)^2\right)\;;\;0\le n\le N\;;\;\sigma\le 0,5 \tag{2.72}$$

Pri čemer je:

$\sigma\ldots$ Standardna deviacija Gaussovega okna [/].

Na sliki 2.13 je prikazanih vseh šest uporabljenih okenskih funkcij.



Slika 2.13 Uporabljene okenske funkcije v sklopu obdelave meritev.

Figure 2.13 Windowing functions used during the measurement data analysis.

2.6 Kriterij modalne gotovosti (MAC)

Kriterij modalne gotovosti (ang. *Modal Assurance Criterion*, v nadaljevanju MAC) [21] uporabimo kot način preverjanja podobnosti rezultatov nihajnih oblik. V sklopu te naloge ločimo dva tipa MAC kriterijev:

- Avtomatski MAC (ang. *AutoMAC*), ki primerja podatke same s seboj. Uporabimo ga za verifikacijo izvedenih meritev,
- Navzkrižni MAC (ang. *CrossMAC*), ki primerja dva seta podatkov. Lahko ga uporabimo za primerjavo dveh različnih meritev (metod) ali pa za primerjavo eksperimentalnih in numeričnih rezultatov.

Oba kriterija sta definirana z enakim izrazom:

$$MAC_{i,j} = \frac{\left| \{\psi_i\}^T \cdot \{\psi_j^*\} \right|^2}{\{\psi_i\}^T \cdot \{\psi_i^*\} \cdot \{\psi_i\}^T \cdot \{\psi_j^*\}} \tag{2.73}$$

Pri čemer je:

$\{\psi_i\}$… Vektor *i*-te nihajne oblike, ki je hkrati referenčna vrednost v izračunu [/],

$\{\psi_j\}$… Vektor *j*-te nihajne oblike [/].

Pri izračunu vrednosti avtomatskega MAC velja $i = j$, pri izračunu navzkrižnega MAC pa ne. Kriterij modalne gotovosti lahko zavzame vrednosti med 0 in 1. V primeru, da je vrednost MAC blizu 0, sta dva niza podatkov nepovezana. Če MAC zavzame vrednosti blizu 1, sta niza podatkov korelirana in podobna.

V sklopu te naloge uporabimo avtomatski MAC za verifikacijo rezultatov posameznih postopkov in navzkrižne MAC za primerjavo posameznih metod ter primerjavo eksperimentalnih in numeričnih rezultatov.

3 OPIS KONSTRUKCIJE, MERSKE OPREME IN PROTOKOLA IZVEDBE MERITEV

V tem poglavju predstavimo testno konstrukcijo, mersko opremo in protokol eksperimentalnih meritev. V nalogi obravnavamo testno konstrukcijo »Toy Structure«, ki je bila postavljena v Laboratoriju za konstrukcije Zavoda za gradbeništvo Slovenije v okviru raziskovalnega projekta "DataBridge - Podatkovno podprto modeliranje konstrukcijskega obnašanja v gradbeništvu" [2]. Meritve so se izvajale od 12. 4. 2022. do 15. 4. 2022.

3.1 Opis preizkušene konstrukcije

Obravnavana jeklena konstrukcija sestoji iz štirih stebrov skupne višine 4 m, štirih daljših prečk v vzdolžni smeri ter štirih krajših prečk v prečni smeri, kar je prikazano na sliki 3.1.

Slika 3.1 Preizkušena jeklena konstrukcija v Laboratoriju za konstrukcije na Zavodu za Gradbeništvo Slovenije.

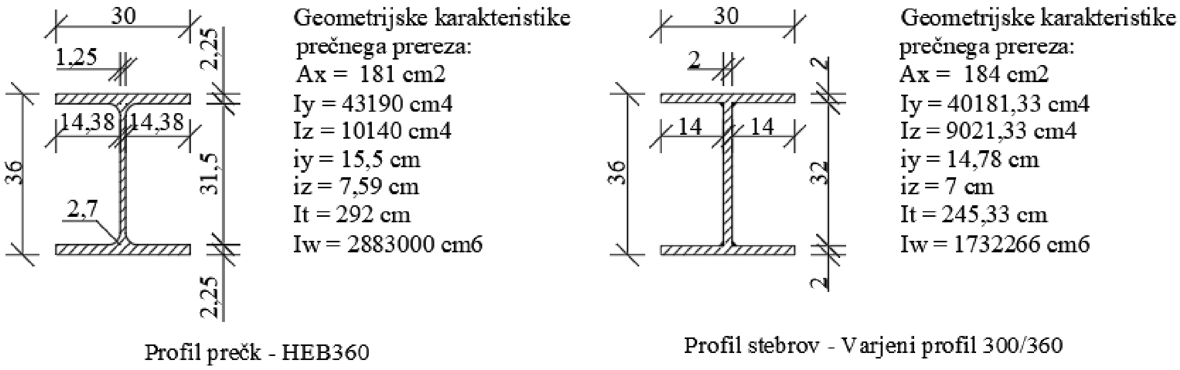
Figure 3.1 Tested steel structure in the Laboratory for Structures at Slovenian national building and civil engineering institute.

Stebri konstrukcije so varjeni jekleni profili z dimenzijo pasnic 300/20 mm in dimenzijo stojine 320/14 mm. Stojina in pasnici so med seboj zvarjeni s kotnimi zvari debeline a = 10 mm. V vzdolžni smeri so stebri postavljeni na osni razdalji 240 cm, v prečni smeri pa znaša razdalja med stebri 120 cm. V prečnem prerezu so stebri oslabljeni z luknjami premera 26 mm. Razdalja med luknjami znaša v vertikalni smeri 80 mm. Horizontalna razdalja med luknjami znaša 160 mm na stojini in 154 mm na pasnicah. Na stojini so luknje od roba oddaljene 80 mm, na pasnicah pa 73 mm.

Za prečke so uporabljeni vroče valjani jekleni profili HEB 360, ki so s stebri spojeni na višinah h_1 = 184 cm in h_2 = 384 cm. Spoji so vijačni, pri čemer je spoj vzdolžnih prečk ekscentričen glede na os stebrov.

V prečni smeri je spoj centričen. Izveden je preko čelne pločevine debeline t = 25 mm, ki je s kotnimi zvari debeline a = 7 mm zavarjena na HEB profil.

Prečna prereza stebrov in prečk sta prikazana na sliki 3.2 skupaj s pripadajočimi geometrijskimi karakteristikami. Prikazane vrednosti se nanašajo na bruto prerez, določen brez upoštevanja oslabitev zaradi lukenj.

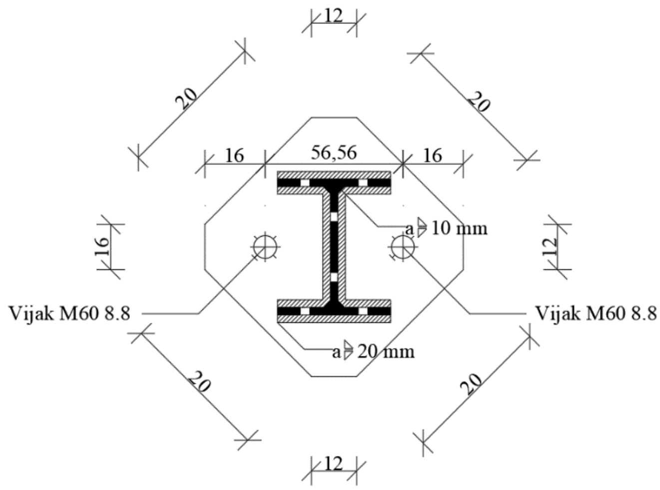


Slika 3.2 Prečna prereza stebrov in prečk skupaj z njihovimi geometrijskimi karakteristikami.

Figure 3.2 Cross sections of columns and beams with their corresponding geometric properties.

Vijačni spoj stebrov in prečk je izveden s štirimi vijaki M24. Vertikalna razdalja med vijaki znaša e_v = 160 mm, horizontalna pa e_h = 154 mm. Za vgradnjo vijakov je na voljo toleranca 1,5 mm. Dolžina vgrajenih vijakov znaša 152 mm.

Stebri so na togo podlago laboratorija pritrjeni preko temeljne pločevine debeline 90 mm. Na pločevini so zvrtane luknje za vijake, ki konstrukcijo povezujejo s talno ploščo laboratorija. Velike dimenzije jeklene temeljne pločevine so izbrane tako, da v čim večji meri zmanjšamo relativni zasuk med konstrukcijo in temeljno ploščo. Na sliki 3.3 je prikazana temeljna pločevina z označenimi dimenzijami.



Slika 3.3 Detajl spoja stebra s temeljno pločevino.

Figure 3.3 Connection detail between column and base plate.

Načrt preizkušene konstrukcije z vsemi značilnimi dimenzijami je podan v Prilogi A.1 – Načrt eksperimentalne jeklene konstrukcije "Toy Structure".

3.2 Dispozicija merske opreme

Pred izvedbo meritev smo inštrumente medsebojno povezali in postavili na vnaprej določena mesta. Lokacije merski mest smo določili na podlagi inženirske presoje in rezultatov preliminarne numerične analize. Cilj meritev je bil določanje šestih globalnih horizontalnih oblik konstrukcije. Lokacije senzorjev so temu primerne.

V sklopu magistrske naloge smo na obravnavano konstrukcijo postavili 22 merilnih inštrumentov:

- Dvanajst triosnih pospeškomerov,
- En občutljivi triosni pospeškomer,
- Osem enoosnih občutljivih pospeškomerov,
- Merilec temperature.

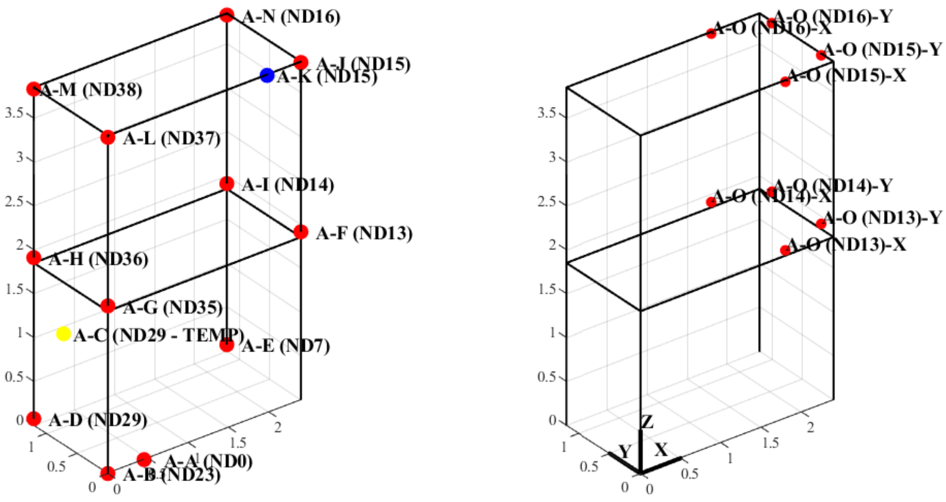
Prvi sklop inštrumentov za meritev modalnega odziva konstrukcije so triosni pospeškomeri. Dvanajst inštrumentov smo razdelili v tri verige in po štiri senzorje postavila na različne nivoje stavbe (glej sliko 3.4):

- Ob vpetju konstrukcije (senzorji A-A (ND0), A-F (ND13), A-G (ND35), A-H (ND36) in A-I (ND14))
- Na višino prve etaže (senzorji A-F (ND13), A-G (ND35), A-H (ND36) in A-I (ND14))
- Na višino druge etaže (senzorji A-J (ND15), A-L (ND37), A-M (ND38) in A-N (ND16)).

Senzorje smo postavi v težiščne linije stebrov. Izjema je bil senzor A-A (ND0), ki je bil postavljen direktno na temeljno ploščo laboratorija.

Občutljivi triosni pospeškomer IOLITEi 3xMEMS ACC-S smo postavili na nivoju druge etaže ob senzorju A-J (ND15). Temperaturni senzor smo postavili na tla laboratorija.

Osem enoosnih občutljivih pospeškomerov Dytran 3192A smo postavili na nivo prve in druge etaže ob stičišču prečk s stebroma S1 in S4. Uporabljena dispozicija je prikazana na sliki 3.4:



Slika 3.4 Dispozicija: a) Triosnih pospeškomerov (MonoDAQ E-Gmeter (rdeči) in IOLITEi 3xMEMS ACC-S (modri)) ter termočlena (rumeni) ; b) Enoosnih občutljivih pospeškomerov Dytran 3192A.

Figure 3.4 Disposition of: a) Three-axial accelerometers (MonoDAQ E-GMeter (red) and IOLITEi 3xMEMS ACC-S (blue)) termocouple (yellow) ; b) Uni-axial sensitive accelerometers Dytran 3192A.

Štirje enoosni pospeškomeri, ki merijo v vzdolžni smeri konstrukcije, so označeni z O-1 X+, O-3 X+, O-5 X+ in O-8 X+. Preostali štirje pospeškomeri so postavljeni v prečni smeri in so označeni z O-2 Y-, O-4 Y-, O-6 Y+ in O-7 Y+.

Detajlna dispozicija merske opreme je prikazana v Prilogi A.

3.3 Opis uporabljene merske opreme

Cilj izvedenih eksperimentov je določitev modalnih karakteristik obravnavane konstrukcije (lastnih frekvenc, nihajnih oblik in koeficientov dušenja). Le-te eksperimentalno določimo na podlagi meritev dinamičnega odziva s pospeškomeri (ang. *Accelerometers*). Poleg meritev pospeškov, pri vsaki meritvi spremljamo tudi temperaturo okolja. Na ta način ugotavljamo vpliv temperature na modalne parametre konstrukcije.

Več tipov pospeškomerov smo uporabili, da bi preučili, kako na rezultate modalne identifikacije vplivata različna občutljivost in postavitve senzorjev. Več informacij o uporabljeni merilni opremi in njeni dispoziciji predstavimo v nadaljevanju. Na tem mestu predstavimo nekaj informacij o postopku zajema podatkov, ki se vrši preko sistema za zajem podatkov (ang. *Data Acquisition Systems* oz. *DAQ*).

V sklopu te naloge smo uporabili senzorje različnih občutljivosti, s ciljem kalibracije postopka meritev in ugotavljanja kako občutljivost ter sama lokacija senzorjev vplivata na rezultate meritev. Poleg tega smo uporabili merilec temperature, da ugotovimo, kako so lastne frekvence konstrukcije odvisne od temperature okolja v katerem se je konstrukcija nahajala med testom.

3.3.1 Triosni pospeškomeri (MonoDAQ E-Gmeter)

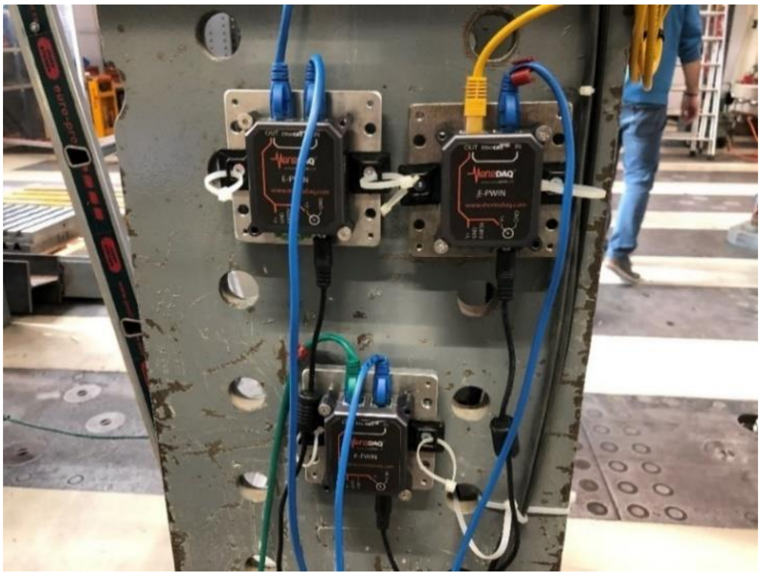
Primarni pospeškomeri, s katerimi smo določali modalni odziv testirane konstrukcije, so triosni pospeškomeri MonoDAQ E-Gmeter [22]. Proizvajalec teh inštrumentov je slovensko podjetje Dewesoft, ki se ukvarja z razvojem merske opreme in sistemov za zajemanje podatkov. Ti senzorji merijo pospešek s pomočjo triosnega MEMS (ang. *Micro-Electro-Mechanical Systems*) [23] pospeškomera, ki se nahaja v notranjosti inštrumenta in je popolnoma povezan z aluminijsko šasijo. Na Sliki 3.5 je prikazan tipični triosni pospeškomer MonoDAQ E-Gmeter.

Slika 3.5 Uporabljeni triosni pospeškomer MonoDAQ E-Gmeter [22].

Figure 3.5 Three-axial accelerometer MonoDAQ E-Gmeter [22] used during the experiments.

Inštrument analogni signal v digitalnega pretvori v notranjosti naprave, s čem se že v startu eliminira nabiranje šuma v analogno povezanih kablih. Mikroprocesor v samem inštrumentu pa pošilja zajete signale preko EtherCAT protokola v programsko okolje DEWESoftX [24].

Maksimalna možna dolžina povezave (dolžina kabla) med posameznimi inštrumenti znaša 50 m. Maksimalna frekvenca zajemanja znaša 4 kS/s oz. 4000 vzorcev na sekundo. Interval merjenja pospeškov je med -2 *g* do 2 *g*. Masa posameznega pospeškomera je 105 g. Obratovalna temperatura inštrumenta je v intervalu od -20 °C do 60 °C. Poraba energije posameznega inštrumenta je 1300 mW. Samo napajanje inštrumentov se izvaja s pomočjo pasivnih PoE napajalnikov (ang. *PoE – Power over Ethernet*). Na sliki 3.6 so prikazani uporabljeni napajalniki MonoDAQ E-PWIN.



Slika 3.6 Uporabljeni napajalniki MonoDAQ E-PWIN.

Figure 3.6 Power injectors MonoDAQ E-PWIN used during the experiments.

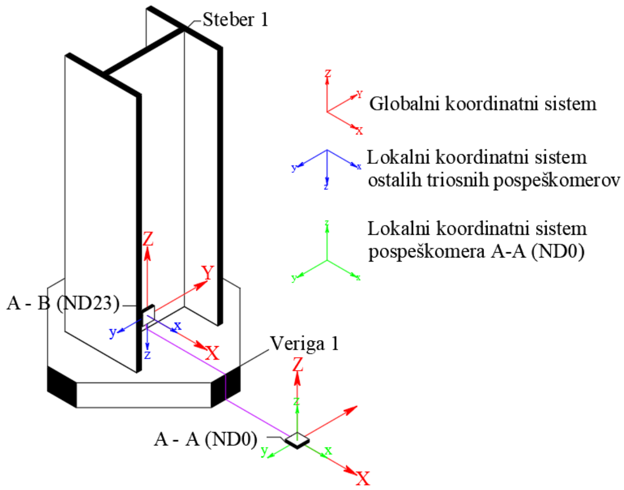
Vsakemu izmed uporabljenih senzorjev smo pripisali enolične oznake. V splošnem je naziv senzorja sestavljen iz treh delov: oznake kanala, imena senzorja in serijske številke. V preglednici 3.1 je prikazan seznam vseh triosnih pospeškomerov.

Preglednica 3.1 Seznam oznak triosnih pospeškomerov.

Table 3.1 A table of three axial accelerometer tags.

Št.	Kanal	Oznaka	Serijska št.	Oznaka senzorja
1	A-A	ND0	511	A-A – ND0
2	A-B	ND23	514	A-B – ND23
3	A-D	ND29	519	A-D – ND29
4	A-E	ND7	521	A-E – ND7
5	A-F	ND13	525	A-F – ND13
6	A-G	ND35	510	A-G – ND35
7	A-H	ND36	516	A-H – ND36
8	A-I	ND14	523	A-I – ND14
9	A-J	ND15	513	A-J – ND15
10	A-L	ND37	520	A-L – ND37
11	A-M	ND38	517	A-M – ND38
12	A-N	ND16	526	A-N – ND16

Vsak triosni pospeškomer ima svoj lokalni koordinatni sistem. Pred meritvijo smo lokalne koordinatne sisteme senzorjev uskladili z globalnim koordinatnim sistemom celotne konstrukcije (slika 3.7). Globalni koordinatni sistem smo definirali tako, da globalna X os sovpada z daljšo dimenzijo konstrukcije, globalna Y os pa s krajšo. Globalna Z os je usmerjena vertikalno navzgor in kaže v nasprotni smeri gravitacije. Usklajevanje koordinatnih sistemov senzorjev smo izvedli znotraj programskega okolja DEWESoftX.



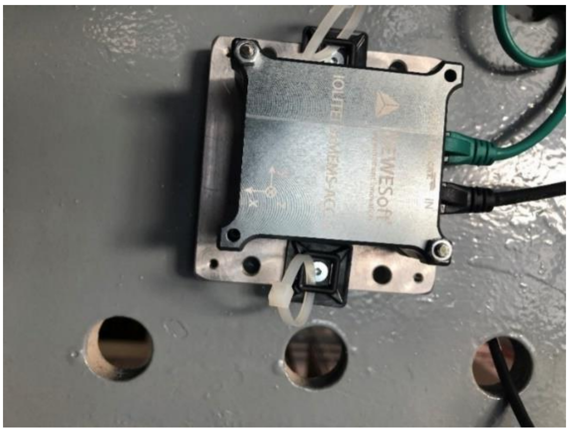
Slika 3.7 Primerjava orientacij lokalnih koordinatnih sistemov različnih pospeškomerov z globalnim koordinatnim sistemom.

Figure 3.7 An orientation comparison of a different accelerometer's local coordinate systems with a global one.

Z izjemo senzorja A-A (ND0), ki je bil postavljen na tleh, smo za ostale senzorje uporabili isto orientacijo lokalnih osi (slika 3.7). X in Y osi senzorjev sovpadajo z globalnima X in Y osema, Z os pa je zasukana za 180°.

3.3.2 Občutljivi triosni pospeškomer (IOLITEi 3xMEMS-ACC S)

Na konstrukcijo smo postavili še dodaten občutljivi triosni pospeškomer. Namen njegove uporabe je primerjava vpliva občutljivosti senzorjev na zajete signale. Na sliki 3.8 je prikazan občutljivi pospeškomer IOLITEi 3xMEMS-ACC.



Slika 3.8 Uporabljeni občutljivi triosni pospeškomer IOLITEi 3xMEMS-ACC S).

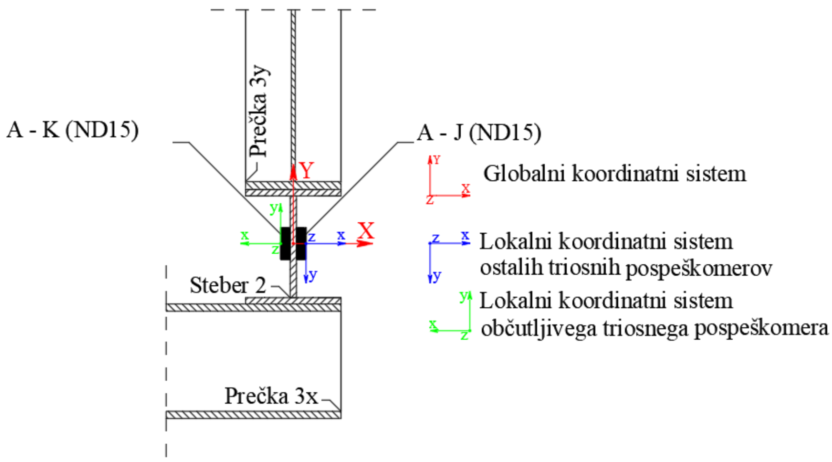
Figure 3.8 Sensitive three axial accelerometer IOLITEi 3xMEMS-ACC S used during the experiments.

Prva razlika med občutljivim in navadnim triosnim pospeškomerom je maksimalno območje zajemanja. Občutljivi pospeškomer lahko zajema na intervalu od – 15 g do 15 g. Glavna prednost uporabe občutljivega pospeškomera je v tem, da je vpliv belega šuma precej zmanjšan, saj znaša gostota belega šuma le 0,7 μg/√Hz, v primerjavi 25 μg/√Hz, ki je deklarirana za navadne triosne pospeškomere.

Občutljivi pospeškomer porabi 13,3 % več energije od navadnega (1500 mW). Premore tudi nekoliko širši temperaturni interval in sicer od – 20°C do 65°C. Masa samega senzorja je 105 g. Frekvenca zajemanja pa je nižja in znaša maksimalno 1 kS/s. Pri obeh vrstah triosnega pospeškomerov je vpliv meritev v eni smeri na drugo (ang. *Crossaxis sensitivity*) zelo majhen in znaša 1 %.

Občutljivi pospeškomer je v načrtu dispozicije merskih mest ter na grafikonih, ki prikazujejo zajete in obdelane podatke, označen kot A-K (ND15). Postavljen je čim bližje senzorju A-J (ND15), s katerim izvedemo tudi kasnejšo primerjavo šuma signalov.

Triosni občutljivi pospeškomer ima tako orientacijo, da sta njegove lokalni X in Y osi zasukani za 180°, Z os pa vsebuje enako orientacijo kot navadni triosni pospeškomeri. Na sliki 3.9 je prikazana orientacija triosnega občutljevega pospeškomera v primerjavi z orientacijo navadnih triosnih pospeškomerov.



Slika 3.9 Primerjava orientacij lokalnih koordinatnih sistemov občutljivega in navadnega triosnega pospeškomera.

Figure 3.9 An orientation comparison of a sensitive and ordinary accelerometer's local coordinate systems.

3.3.3 Občutljivi enoosni pospeškomeri Dytran 3192A

Poleg triosnih pospeškomerov smo modalni odziv konstrukcije merili tudi z enoosnimi pospeškomeri Dytran 3192A ameriškega proizvajalca Dytran Instruments, inc. Gre za enoosni IEPE piezoelektrični pospeškomer (ang. *Integrated Electronics Piezo-Electric*) [25] z občutljivostjo 1 V/g ter vgrajeno Faradeyevo kletko, ki inštrumentu zagotavlja imuniteto pred elektrostatičnim šumom. Senzor tehta 190 g, podatke zajema lahko v intervalu od – 5 g do 5 g. Frekvenca zajemanja senzorja je od 0,5 Hz do 1000 Hz. Senzor deluje na temperaturah v intervalu od -51°C do 121°C. Na sliki 3.10 je prikazan enoosni občutljivi pospeškomer Dytran 3192A.

Slika 3.10 Uporabljen enoosni občutljivi pospeškomer Dytran 3192A.

Figure 3.10 Sensitive uni axial accelerometer Dytran 3192A used during the experiments.

Skupaj smo uporabili osem enoosnih občutljivih pospeškomerov. Vseh osem pospeškomerov smo povezali na sistem za zajemanje podatkov Dewesoft Sirius Modular DAQ, ki je prikazan na sliki 3.11.

Slika 3.11 Sistem za zajemanje podatkov Dewesoft Sirius Modular.

Figure 3.11 Dewesoft Sirius Modular data acquistion system.

Dewesoft Sirius Modular DAQ je zelo robusten sistem, ki zaradi ogromnega niza ojačevalnikov omogoča priklop katerekoli vrste senzorja (IEPE, MEMS, LVDT, termočleni …), kar je omogočilo priklop Dytran 3192A senzorjev na obstoječi sistem triosnih pospeškomerov. V Preglednici 3.2 so prikazane oznake vseh osem enoosnih občutljivih pospeškomerov.

Preglednica 3.2 Seznam oznak enoosnih občutljivih pospeškomerov.

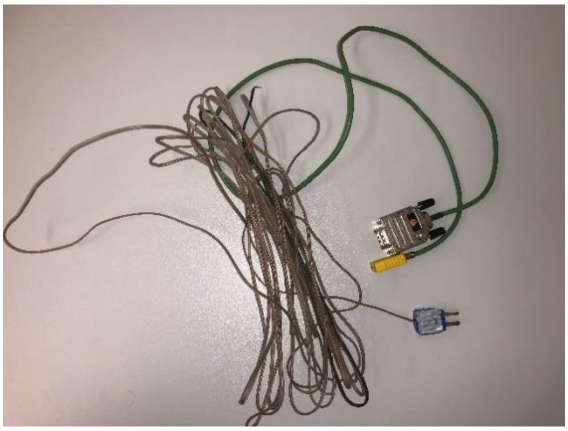
Table 3.2 A list of uni axial sensitive accelerometer tags.

Št.	Kanal	Smer	Oznaka senzorja
1	A-O	X-	A-O (ND13) – X
2		Y+	A-O (ND13) – Y
3		X-	A-O (ND14) – X
4		Y+	A-O (ND14) – Y
5		X-	A-O (ND15) – X
6		Y-	A-O (ND15) – Y
7		Y-	A-O (ND16) – X
8		X-	A-O (ND16) – Y

3.3.4 Temperaturni senzor (Termočlen) in MonoDAQ-E-STG

Temperaturo smo merili s ciljem ugotavljanja njenega vpliva na izmerjene vrednosti modalnih parametrov. Meritev temperature smo izvedli s pomočjo termočlena (sliki 3.12), ki je enostaven in poceni senzor za meritev temperature. Le-tega smo v sistem zajemanja povezali preko merilca napetosti ang. (*Strain gauge amlifier*) MonoDAQ-E-STG [26].

Termočleni so izrazito enostavni in poceni senzorji za meritev temperature. Njihova težava pa je v natančnosti meritev.



Slika 3.12 Uporabljeni termočlen tipa S.

Figure 3.12 A thermocouple type SSS used during the experiments.

MonoDAQ-E-STG, ki je prikazan na sliki 3.13, je enokanalni ojačevalec napetosti (ang. *Strain gauge amplifier*) z vhodnih razponom napetosti med 100 mV in 50 V. Merilec je povezan v merilni sistem preko protokola EtherCAT.

Slika 3.13 Uporabljeni ojačevalec napetosti MonoDAQ-E-STG.

Figure 3.13 A strain gauge amplifier MonoDAQ-E-STG used during the experiments.

Tako kot pri pospeškomerih je maksimalna možna razdalja med merilci napetosti 50 m. Ob tem pa je obvezno uporabiti PoE napajalnik, če želimo združiti EtherCAT signal in napajanje v en EtherCAT kabel. Masa merilca napetosti je 130 g, temperaturnem intervalu pa znaša od -20°C do 60°C.

3.4 Protokol izvedbe meritev

V sklopu magistrske naloge modalni odziv testne konstrukcije (lastne frekvence oz. nihajne čase, nihajne oblike ter koeficiente dušenja) določamo z metodo obratovalne modalne analize, pri kateri poznavanje vhodnega vzbujanja ni potrebo. Predpostavlja se, da je konstrukcija vzbujena z belim šumom ali podobnim vzbujanjem, ki zajema celotno frekvenčno območje konstrukcije [1]. Metoda se običajno uporablja za interpretacijo meritev ambientalnih vibracij. Da bi preučili vpliv vhodnega vzbujanja na ocenjene modalne parametre, smo postopek obratovalne analize izvedli še na podlagi meritev vsiljenih vibracij z vzbujevalnikom. Protokol eksperimentalnih meritev je tako obsegal:

- Meritev odziva na ambientalne vibracije (ang. *Ambient vibration measurement*),
- Meritev odziva na vsiljene vibracije (ang. Forced-vibration measurement).

Pri meritvah odziva na vsiljene deformacije smo uporabili zelo široko frekvenčno območje, s čimer smo poskušali čim bolje zadostiti osnovno predpostavko metode obratovalne analize. Glavni namen te naloge je pravzaprav primerjava samih postopkov izvajanja meritev, obdelave surovih podatkov in nazadnje določanje rezultatov različnih eksperimentalnih metod določanja modalnih parametrov in ugotovitev katera izmed uporabljenih metod predstavlja ustrezen kompromis med zahtevnostjo izvajanja in natančnostjo dobljenih rezultatov.

3.4.1 Meritev ambientalnih vibracij

Meritev ambientalnih vibracij konstrukcije smo izvedli v običajnih delovnih pogojih laboratorija. V času meritev so v laboratoriju potekale druge meritve in testiranja. Kot pokažemo v podpoglavju 4.2, je v meritvi ambientalnih vibracij zajetih veliko frekvenc, ki izvirajo iz dejavnosti in opreme v laboratoriju (ciklični testi komponent, hidravlični sistemi, generatorji, itd.). Le-te prepoznamo po okroglih vrednostih frekvenc (10, 20 ali 50 Hz).

Meritev ambientalnih vibracij smo izvajali 17 ur. Začeli smo 12. 04. 2022. ob 15:00, končali pa 13. 04. 2022. ob 8:00. Podatke smo zajemali s programskim orodjem DEWESoftX s frekvenco zajemanja 1000 Hz. Celotno meritev smo razdelili na 17 enournih intervalov, za katere smo ločeno identificirali modalne parametre. Glavni razlog dolgega zajemanja podatkov je bilo vrednotenje vpliva temperature na izmerjene vrednosti lastnih frekvenc konstrukcije. V ta namen smo ob 6:00 zjutraj odprli vrata laboratorija, s čimer smo občutno zmanjšali temperaturo okolja. V sklopu te naloge prikazujemo rezultate samo za enourni signal med 15:00 – 16:00. Vpliv temperature okolja pa ocenimo s primerjavo vseh 17 urnih signalov in pripadajočih povprečnih enournih temperatur.

3.4.2 Meritev vsiljenimi vibracijami z vzbujevalnikom

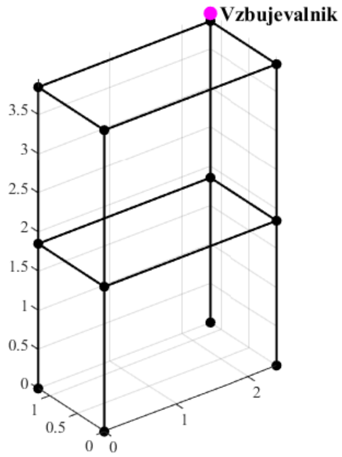
Pri izvedbi preizkusa z vsiljenimi vibracijami smo uporabili elektro-magnetski vzbujevalnik (ang. Shaker) Electro-Seis Model 400 [27]. Gre za elektrodinamični generator sile, ki je zasnovan za samostojno uporabo ali uporabo v skupini. Stresalnik omogoča vnos poljubne obtežbe, v sklopu opravljenih eksperimentov smo ga uporabili za generacijo harmonične obtežbe.

Vzbujevalnik lahko generira do 445 N sile in ima maksimalno hitrost od 1000 mm/s. Maksimalen pomik znaša 158 mm. Frekvenčno območje stresalnika je v intervalu od 1 Hz do 200 Hz. Skupna masa stresalnika znaša 73 kg. Obratovalna temperatura stresalnika je med 5°C in 40°C. Vnos sile kontroliramo preko t.i. funkcijskega generatorja. Ta omogoča definiranje različnih vrst potekov sile v odvisnosti od časa. Na sliki 3.14 sta prikazana vzbujevalnik Electro-Seis Model 400 ter funkcijski generator HP 33120A.

Slika 3.14 a) Vzbujevalnik Electro-Seis Model 400 ; b) Funkcijski generator HP 33120A.

Figure 3.14 a) Electro-Seis Model 400 Shaker ; b) A function generator HP 33120A.

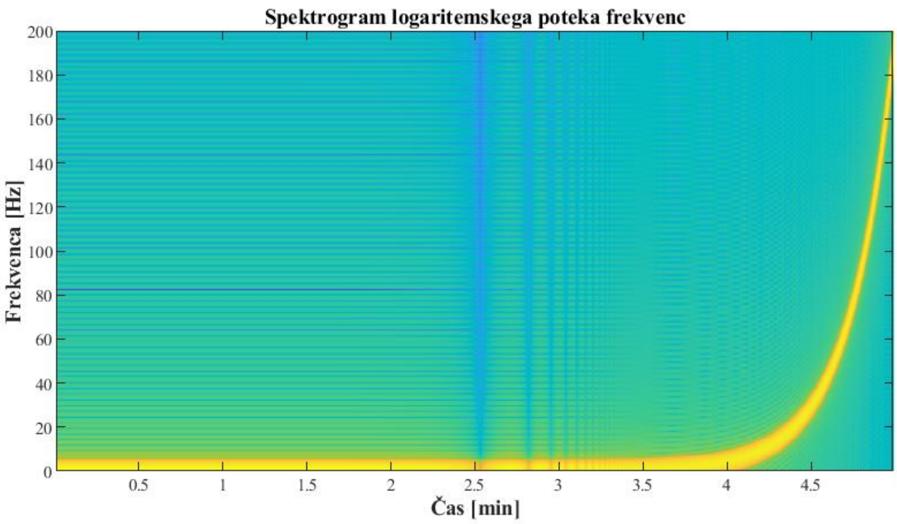
Na sliki 3.15 je prikazana pozicija vzbujevalnika na obravnavani konstrukciji.



Slika 3.15 Pozicija vzbujevalnika na konstrukciji.

Figure 3.15 Shaker's position on the structure..

Pri meritvi vsiljenih vibracij smo vzbujevalnik uporabili na dva načina. Lokacija vzbujevalnika je bila v obeh primerih ista (vozlišče A-N (ND16), glej sliko 3.15). Konstrukcijo smo najprej vzbujali v vzdolžni smeri (smeri X), nato pa še v prečni smeri (smeri Y). Pri vsaki konfiguracij smo upoštevali dva protokola vzbujanja. Konstrukcijo smo vzbujali z logaritemsko naraščajočo frekvenco vzbujanja med 1 Hz in 200 Hz (angl. »Sweep vibration test«). Meritev je trajala 5 minut. Protokol se izkaže za učinkovito orodje za hitro detekcijo lastnih frekvenc že med samo meritvijo. Le-te prepoznamo zaradi povečevanja odziva konstrukcije pri vzbujanju v okolici lastnih frekvenc. Protokol obremenjevanja najlažje predstavimo s spektrogramom, ki predstavlja časovno spreminjanje frekvence vzbujanja tekom meritve. Uporabljeni spektrogram vhodnega vzbujanja je prikazan na sliki 3.16.



Slika 3.16 Spektrogram vhodnega vzbujanja za meritev vsiljenih vibracij.

Figure 3.16 A spectrogram of a shaker's logarithmic sweep.

Pri izvedbi testa z vsiljenimi vibracijami s pomočjo stresalnika pa smo merilec O-3 X+ namesto na konstrukciji postavili na sam stresalnik, s čem smo lahko zajemali podatke o časovnem poteku pospeškov tudi na stresalniku. Stresalnik smo postavili na vrh stebra 4. Pri izvedbi meritve vsiljenih vibracij smo upoštevali dve različni postavitvi stresalnika in sicer v smereh X ter Y.

4 MODALNA IDENTIFIKACIJA KONSTRUKCIJE

Modalno identifikacijo konstrukcije izvedemo z uporabo metode obratovalne modalne analize (ang. *Operational modal analysis*), v nadaljevanju OMA, pri kateri ocena modalnih parametrov temelji na meritvah odziva pri obratovalnih pogojih, brez neposrednega poznavanja vhodnega vzbujanja. Začetki obratovalne modalne analize segajo na področje strojne industrije. Metoda se uporablja za identifikacijo poškodb v strojnih elementih, na katere delujejo močne vibracije (turbine, generatorji, stroji z ekscentričnostjo, …). Glavna značilnost obratovalne modalne analize je v tem, da vhodno vzbujanje ni znano, zaradi česar se ocena modalnih parametrov izvede le na podlagi izmerjenega odziva konstrukcije. Tipičen primer je identifikacija modalnih parametrov na podlagi meritev naključnih (nepoznanih) vibracij iz okolja, t.i. ambientalnih vibracij [28].

V gradbeništvu se pa OMA uporablja predvsem pri spremljanju konstrukcijskega stanja obstoječih objektov (ang. *Structural health monitoring* oz. SHM). SHM je široka veja gradbene stroke, v sklopu katere inženirji, pregledovalci in raziskovalci ugotavljajo dejansko stanje obstoječih konstrukcij in na podlagi nivoja izmerjenih vibracij spremljajo spremembo togosti konstrukcije, kar nakazuje prisotnost morebitnih poškodb ali pomanjkljivosti na sami konstrukciji. Konstrukcije, ki so posebej izpostavljene stalnim dinamičnim vplivov okolja so npr. mostovi, saj primarna obremenitev v obratovalnih pogojih tovrstnih inženirskih konstrukcij izhaja iz prometne obtežbe. Zato se pri spremljanju konstrukcijskega stanja mostov, poleg rednih, glavnih in izrednih pregledov, pogosto poslužujemo tudi meritev vibracij pri obratovalnih pogojih.

V literaturi in v praksi zasledimo precej različno uporabnih in različno kompleksnih metod obratovalne modalne analize. V grobem jih lahko razdelimo na metode v časovni in v frekvenčni domeni. V sklopu tega besedila pa uporabimo dve metodi in sicer klasično metodo, z upoštevanjem koherence med signali, in metodo razcepa v frekvenčni domeni. Obe metodi delujeta v frekvenčni domeni. Metod modalne identifikacije v časovni domeni v sklopu magistrske naloge ne obravnavamo.

4.1 Metode modalne identifikacije konstrukcij

Za oba načina vzbujanja konstrukcije iz poglavja 3.4, t.i. ambientalne vibracije in vsiljene deformacije z elektro-mehanskem vzbujevalnikom, uporabimo enak način obdelave podatkov in določanja modalnih parametrov. Za primerjavo rezultatov modalne identifikacije se poslužimo dveh metod obratovalne modalne analize in sicer:

- Klasične metode z upoštevanjem koherence med signali [3],
- Metode razcepa v frekvenčni domeni [4].

Za vzbujanje z vsiljenimi deformacijami, bi ob poznavanju vhodnega zbujanja, lahko uporabili postopek eksperimentalne modalne analize, kar pa bi presegalo predviden obseg magistrske naloge. Z obravnavo rezultatov modalne identifikacije z dvema različnima načina vzbujanja, smo želeli preučili vpliv vhodnega vzbujanja na natančnost obravnavanih metod modalne identifikacije.

Pri uporabe klasične metode modalne identifikacije smo razvili lastne skripte v programskem okolju Matlab [6]. Metoda razcepa v frekvenčni domeni je privzeta metoda znotraj programskega okolja ARTeMIS Modal Pro [7]. Preden prikažemo rezultate po opisanem postopku je potrebno izvesti par dodatnih korakov pri analizi signala v časovni domeni:

- Odpravljanje trendov signala (ang. *Detrending of signal*):

Vsak zajet signal ne niha glede na X os, ampak je glede na njo nekoliko zamaknjen. S postopkom odpravljanja trendov, signal obdelamo na način, da omenjeni zamik izničimo. Možnih postopkov je več. V našem primeru smo si najprej izbrali poljubno časovno območje na začetku signala, na katerem smo izračunali povprečno vrednost signala. Od celotnega signala smo nato odšteli izračunano povprečno vrednost, s čimer smo izločili nezaželeni trend v signalu. V našem primeru je znašalo začetno območje za izračun povprečnega odstopanja signala 10 s oz. 10000 podatkovnih točk.

- Pretvorba enot zajetega signala:

Zaradi lažjega izračuna in boljšega razumevanja enot v kasnejših korakih obdelave, smo zajete signale pretvorili iz enot [g] v enoto [m/s^2].

- Določitev frekvenčnih vektorjev za izvedbo FFT:

Frekvenčni vektor za izvedbo FFT lahko definiramo na dva načina. Upoštevamo lahko enostranski ali dvostranski vektor frekvenc. V prvem primeru upoštevamo le pozitivne frekvence v intervalu od [0, F_N], pri čemer je F_N Nyquistova frekvenca, ki je enaka točno polovici frekvence zajemanja signala. Enostranski frekvenčni vektor je podan z izrazom:

$$\{F\} = \frac{F_S}{S_L} \cdot \left[0;\ \frac{S_L}{2} \right] \tag{4.1}$$

Pri čemer sta:

F_s… Frekvenca zajemanja signala [Hz],

S_L… Dolžina signala [s].

V našem primeru se enostranski frekvenčni vektor nahaja na intervalu [0, 500] Hz.

Obojestranski frekvenčni vektor je definiran na intervalu [-F_N, F_N]. Glede na to, ali je dolžina obravnavanega signala v časovni domeni liha ali soda številka, je frekvenčni vektor definiran na različen način in sicer:

$$\begin{aligned} &\text{Soda:}\quad \{F\} = \frac{1}{(S_P \cdot S_L)} \cdot \left[0 : \frac{S_L}{2} - 1,\ -\frac{S_L}{2} : -1 \right] \\ &\text{Liha:}\quad \{F\} = \frac{1}{(S_P \cdot S_L)} \cdot \left[0 : \frac{S_L - 1}{2},\ \frac{S_L - 1}{2} : -1 \right] \end{aligned} \tag{4.2}$$

4.1.1 Klasična metoda z upoštevanjem koherence med signali

V magistrski nalogi uporabimo različico klasične metode identifikacije modalnih parametrov, ki upošteva koherenco med signali [3], pri čemer lastne frekvence konstrukcije določimo s pomočjo peak-picking metode. Za izris nihajnih oblik pa uporabimo metodo privzeto po Felberju [3]. V nadaljevanju ta postopek imenujemo klasična metoda. Metoda je uporabna za konstrukcije, ki izpolnjujejo naslednje predpostavke [3]:

- **Superpozicija**: Linearna kombinacija vhodnih signalov bo povzročila enak vpliv kot da konstrukcijo obravnavamo vsak signal posebej;
- **Vzbujanje**: Predpostavimo, da je konstrukcija vzbujena v frekvenčnem območju, na katere se nahajalo njene lastne frekvence. Ta predpostavka nam omogoča analizo rezultatov preiskave z vsiljenimi vibracijami na enak način kot meritve ambientalnih vibracij;

- **Nihajne oblike so narazen in slabo dušene**: Predpostavimo, da so nihajne oblike konstrukcije dovolj narazen, da ne vplivajo ena na drugo. Kot bomo v nadaljevanju pokazali, ta predpostavka ni izpolnjena po celotnem frekvenčnem območju. Prav tako predpostavimo, da je konstrukcija malo dušena (delež kritičnega dušenja je manjši od 5%).
- **Dušenje konstrukcije je klasično viskozno**: Če je dušenje konstrukcije klasično, so vse njene nihajne oblike realne. To pomeni, da so pri lastnih frekvencah signali posameznih pospeškomerov bodisi v fazi bodisi izven faze.

Postopek določanja lastnih frekvenc sistema je sledeč:

- Izris zajetih (surovih) signalov v časovni domeni,
- Filtriranje izmerjenega signala s pomočjo nizkopasovnega filtra,
- Transformacija izmerjenega signala s pomočjo hitre Fourierjeve transformacije,
- Izračun spektralne gostote moči signala s pomočjo Welcheve metode,
- Izbira lastnih frekvenc konstrukcije s pomočjo Peak-picking metode [18].

Izbiro lastnih frekvenc lahko izvedemo z uporabo amplitudnega spektra ali na podlagi spektralne gostote moči. V sklopu te naloge izbiro lastnih frekvenc konstrukcije izvedemo na podlagi spektralne gostote moči, saj je pri tej vpliv belega šuma precej manjši kot pri amplitudnem spektru. Pri meritvi ambientalnih vibracij vrhovi niso izraziti, saj je amplituda lastnega nihanja konstrukcije primerljiva z amplitudo belega šuma ter celo manjša od amplitud določenih vplivov, za katere vemo da izvirajo iz laboratorijskega okolja. Pri preiskavi z vsiljenimi vibracijami pa so vrhovi lastnih frekvenc konstrukcije precej bolj izraziti. Pri izvedbi meritev zaznamo veliko število nihajnih oblik, ki ne izkažejo globalnega odziva konstrukcije. V sklopu te naloge se omejimo na identifikacijo šestih globalnih horizontalnih nihajnih oblik.

Določanje nihajnih oblik konstrukcije z uporabo klasične metode temelji na izračunu naslednjih funkcij:

- Prenosna funkcija (ang. *Transfer function*).
- Koherenčna funkcija (ang. *Coherence function* ali *Magnitude squared coherence*),
- Potencialno modalno razmerje (ang. *Potential modal ratio*).

Prenosna funkcija [3] je funkcija s kompleksnimi vrednostmi in je definirana kot razmerje med spektralno gostoto moči izmerjenega signala (S_{yy}) in spektralno gostoto moči izmerjenega referenčnega signala (S_{xx}):

$$T_{xy(f)} = \frac{S_{yy(f)}}{S_{xx(f)}} \tag{4.3}$$

Prenosno funkcijo, ki vsebuje kompleksne vrednosti, je možno izraziti v odvisnosti od amplitude ali faznega kota. V sklopu te naloge uporabimo amplitudni in fazni del prenosne funkcije. Na podlagi prenosne funkcije je možno definirati razmerje j-te amplitude med senzorjem z oznakami x in y kot:

$$\left| r_{j,xy} \right| \cong \left| T_{xy(f)} \right| \tag{4.4}$$

Predznak modalnega razmerja $r_{j,xy}$ je odvisen od faznega kota prenosne funkcije. Za izračun faznega kota lahko uporabimo različne definicije. V magistrski nalogi za izračun faznega kota uporabimo definicijo faznega kota, podane v (2.62). Velja:

$$\phi_{T_{xy}} = \arctan^2 \frac{\mathrm{Im}\left(T_{xy(f)}\right)}{\mathrm{Re}\left(T_{xy(f)}\right)} \tag{4.5}$$

Pri čemer sta:

$Im(T_{xy(f)})$… Imaginarni del prenosne funkcije [/],

$Re(T_{xy(f)})$… Realni del prenosne funkcije [/].

V tem primeru fazni kot prenosne funkcije zavzame vrednosti na intervalu [-180°, 180°]. Če ima fazni kot vrednosti blizu 0°, sta prostostni stopnji obeh senzorjev v fazi in je modalno razmerje pozitivno, če pa je pa blizu -180° ali pa 180°, je gibanje obeh senzorjev popolnoma izven faze in je modalno razmerje negativno. Poudariti velja, da je Felber v osnovni različici metode uporabil drugačen postopek izračuna faznega kota prenosne funkcije, t.j. izračun na podlagi inverzne tangenske funkcije, ki privede do rešitev faznega kota med [0, 180°]. To vpliva na definicijo kriterijev za mejne vrednosti faznega kota v nadaljevanju (enačba 4.7), vendar privede do popolnoma enakih rezultatov.

Koherenčna funkcija je funkcija, ki se uporablja za določanje zveze med dvema signaloma. To je funkcija z realnimi vrednostmi, ki je definirana kot:

$$C_{xy}^2 = \frac{\left|S_{xy(f)}\right|^2}{S_{xx(f)} \cdot S_{yy(f)}} \tag{4.6}$$

Koherenčna funkcija lahko zavzame vrednosti med 0 in 1. Če sta dva signala popolnoma povezana in je vpliv belega šuma zanemarljiv, je vrednost koherenčne funkcije enaka 1. Takšni sistemi pa v naravi ne obstajajo, saj je beli šum inherenten del zajetih signalov. Ko je koherenca med dvema signaloma enaka 0, sta dva signala popolnoma nepovezana ali pa je vpliv belega šuma prevelik.

Razlogov zakaj so vrednosti koherenčne funkcije med 0 in 1 je več:

- Beli šum je prisoten v sistemu in vpliva na izmerjene količine,
- Zveza med dvema izmerjenima signaloma ni linearna,
- Izhodni signal nastane zaradi delovanja več kot enega vhodnega signala.

Koherenčno funkcijo uporabimo iz dveh razlogov. Prvi je, da ugotovimo, kako sta si dva izmerjena signala podobna. Drugi, bolj pomemben razlog pa je ugotovimo prisotnost belega šuma v samem signalu. Če predpostavimo, da imajo izmerjeni signali karakteristike belega šuma pri naravnih frekvencah, kar je osnovna predpostavka obratovalne modalne analize, je razmerje med samim signalom in belim šumom zelo veliko, posledično je koherenca visoka. To pomeni, da pri lastnih frekvencah vrednost koherence koherenčna funkcija zavzame vrednosti blizu 1.

Dodatno je potrebno definirati še novo funkcijo, ki zazna frekvence f_p, pri katerih je modalno razmerje $r_{j,xy}$ enako razmerju amplitud prenosnih funkcij. Funkcija se imenuje potencialno modalno razmerje (ang. *Potential modal ration*, v nadaljevanju PMR) in je definirana kot:

$$M_{xy} = \left|T_{xy(f)}\right| \cdot P_{Wxy(f)} \cdot C_{Wxy(f)} \tag{4.7}$$

Pri čemer sta:

$P_{Wxy}(f)$… Fazna okenska funkcija, ki je definirana kot [/]:

$$P_{Wxy(f)} = \begin{Bmatrix} 1 & 0 \leq \phi_{xy(f)} \leq \phi_c \\ 1 & -\phi_c \leq \phi_{xy(f)} \leq 0 \\ 0 & \phi_c \leq \phi_{xy(f)} \leq 180^\circ - \phi_c \\ 0 & -180^\circ + \phi_c \leq \phi_{xy(f)} \leq -\phi_c \\ -1 & 180^\circ - \phi_c \leq \phi_{xy(f)} \leq 180^\circ \\ -1 & -180^\circ \leq \phi_{xy(f)} \leq -180^\circ + \phi_c \end{Bmatrix} \tag{4.8}$$

ϕ_c… Mejna vrednost faznega kota prenosne funkcije [°],

$\phi_{xy,(f)}$… Fazni kot prenosne funkcije [°],

$C_{Wxy,(f)}$… Koherenčna okenska funkcija, ki je definirana kot [/]:

$$C_{Wxy(f)} = \begin{Bmatrix} 1 & \gamma_c^2 \leq C_{xy}^2(f) \leq 1 \\ 0 & 0 \leq C_{xy}^2(f) \leq \gamma_c^2 \end{Bmatrix} \tag{4.9}$$

γ_c^2… Mejna vrednost koherenčne funkcije [/].

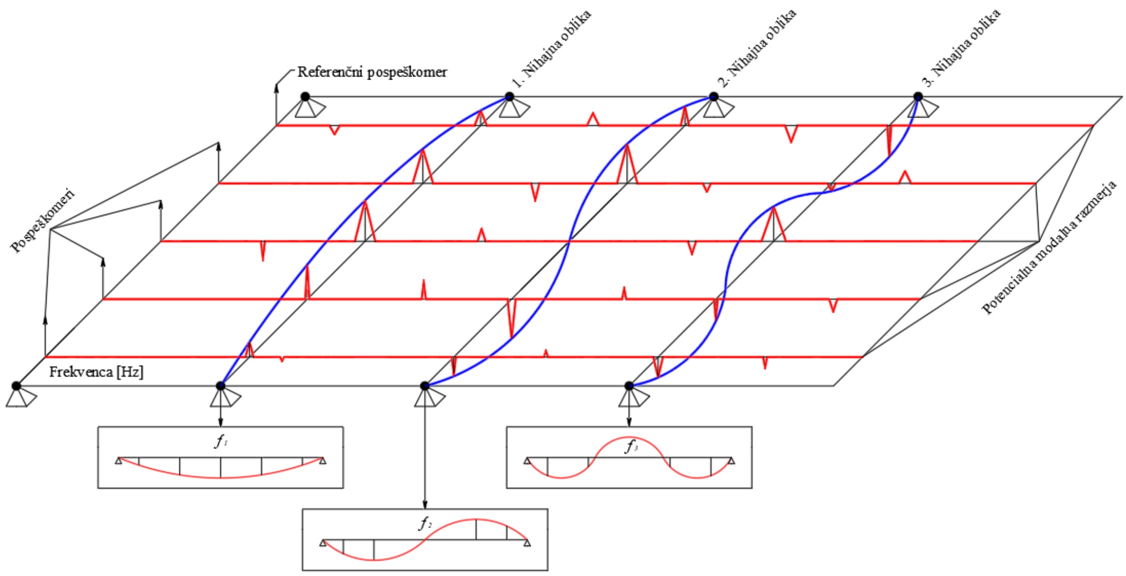
Fazna okenska funkcije služi za določanje predznaka PMR in eliminacijo modalnih razmerji, povezanih s faznimi koti prenosne funkcije, ki niso blizu -180° in 180°. Koherenčna okenska funkcija pa izloči modalna razmerja, ki so povezana z nizko koherenco (velik vpliv šuma ali nepovezana signala). Z izračunom PMR za vsako senzorsko mesto je možno določiti vektorje nihajnih oblik in jih prikazati grafično. Vektor posameznih nihajnih oblik je sestavljen iz PMR za vsako lastno frekvenco. PMR je izražen glede na referenčno lokacijo, ki ima vrednost PMR $M_{11}(f_j) = 1$.

V amplitudnem ali spektru gostote spektralne moči pa so občasno prisotni vrhovi, ki ne odgovarjajo lastnim frekvencam konstrukcije. V takih primerih bodo PMR enaka 0, zaradi preseženih mejnih vrednosti faznega kota prenosne funkcije in/ali koherenčne funkcije, sama nihajna oblika pa bo izgledala nefizikalno. Bolj ko sta kriterija za mejne vrednosti stroga, več PMR vrednosti bo enakih 0. To nam omogoča, da iz množice vrhov v PSD izločimo tiste vrhove, ki pripadajo lastnim frekvencam konstrukcije. Postopek določanja nihajnih oblik konstrukcije je prikazan v nadaljevanju.

Nihajne oblike konstrukcije določimo na naslednji način:

- Izberemo referenčni pospeškomer, ki služil kot osnova, da izračun PMR;
- Za vsak pospeškomer v vsaki smeri izračunamo prenosno funkcijo in koherenčno funkcijo glede na referenčni pospeškomer;
- Na podlagi absolutne vrednosti prenosne funkcije izračunamo razmerje amplitude vsakega pospeškomera glede na referenčni pospeškomer;
- Za vsak pospeškomer izračunamo fazno okensko in koherenčno funkcijo, ki služita za izločitev amplitud, ki ne odgovarjajo kriterijem za lastno nihajno obliko konstrukcije;
- Na podlagi izračunanih razmerij med amplitudam posameznih pospeškomerov in okenskih funkcij iz prejšnjega koraka, za vsak pospeškomer izračunamo potencialno modalno razmerje (PMR)
- Na podlagi izračunanih PMR za vsak pospeškomer določimo amplitudo nihajne oblike,
- Postopek ponovimo za vse nihajne oblike v obravnavanem frekvenčnem območju.

Na sliki 4.1 je prikazana grafičen prikaz uporabe potencialnega modalnega razmerja za določitev prvih treh nihajnih oblik prostoležečega nosilca [3].



Slika 4.1 Grafičen prikaz določanja nihajnih oblik konstrukcije s pomočjo potencialnega modalnega razmerja (PMR).

Figure 4.1 Graphical representation of structure's mode shape calculation using potential modal radio (PMR).

4.1.2 Metoda razcepa v frekvenčni domeni

Kot omenjeno v uvodu poglavja, rezultate klasične metode validiramo z uporabo komercialnega programskega orodja ARTeMIS Modal Pro [7]. To je orodje, ustvarjeno primarno za izvedbo obratovalne modalne analize na podlagi meritev vibracij konstrukcij. V sklopu te naloge se omejimo na uporabo metode razcepa v frekvenčni domeni (ang. *Frequency Domain Decomposition*, v nadaljevanju FDD) za določanje lastnih frekvenc, nihajnih oblik in koeficientov dušenja obravnavane konstrukcije.

Metoda FDD [4] je uporabna za določanje modalnih parametrov konstrukcij, ki so izpostavljene visoko pasovnemu vzbujanju oz. belem šumu. V novejši literaturi [1] pa lahko najdemo primere, da je možno principe obratovalne modalne analize in metode FDD uporabiti tudi v primerih ko obremenitev ne odgovarja belem šumu. Pomembno je le, da vse nihajne oblike v obravnavanem frekvenčnem območju vzbudimo do te mere, da je njihov vpliv možno zajeti z merilnimi napravami. Ta princip nam je omogočil uporabo FDD metode tudi za interpretacijo rezultatov meritev vsiljenih vibracij z elektro-mehanskim vzbujevalnikom.

Razcep v frekvenčni domeni je dejansko posplošitev klasične peak-picking metode. Osnovna razlika med metodama je v tem, da je klasično peak-picking metodo, ki je zasnovana na uporabi diskretne oz. hitre Fourierjeve transformacije, možno uporabiti samo v primeru, ko so nihajne oblike dovolj medsebojno ločene.

Metoda FDD je zasnovana na uporabi SVD razcepa (ang. *Singular Value Decomposition*) spektralne matrike, pri čemer je ta razcepljena v skupino avtomatskih funkcij spektralne gostote moči. Vsaka izmed teh funkcij odgovarja pripadajočem SDOF sistemu. V splošnem ta princip privede do enakih rezultatov kot klasičen pristop, v kolikor vzbujanje konstrukcije odgovarja belemu šumu, za majhno dušenje in če so nihajne oblike medsebojno ortogonalne. Če pa tem predpostavkam ni zadoščeno, je razcep v SDOF sisteme le približek.

Programsko okolje ARTeMIS Modal Pro z uporabo metode FDD lahko tudi oceni kompleksnost posamezne nihajne oblike. Kompleksnost je mera, ki nam pove kako realna je nihajna oblika. Definirana je s faktorjem modalne kompleksnosti MCF (ang. *Mode Complexity Factor*) [7]. Ta lahko zavzame vrednosti med 0 in 1. Pogosto ga izražamo v procentih. Če je vrednost MCF blizu 0, je nihajna oblika realna, če pa je blizu 1, je nihajna oblika imaginarna. MCF je definiran z izrazom:

$$MCF_r = 1 - \frac{\left(S_{xx} - S_{yy}\right)^2 + 4 \cdot S_{xy}^2}{\left(S_{xx} + S_{yy}\right)^2}$$
$$S_{xx} = \mathrm{Re}\{\psi_r\}^T \cdot \mathrm{Re}\{\psi_r\} \; ; S_{yy} = \mathrm{Im}\{\psi_r\}^T \cdot \mathrm{Im}\{\psi_r\} \; ; S_{xy} = \mathrm{Re}\{\psi_r\}^T \cdot \mathrm{Im}\{\psi_r\} \tag{4.10}$$

V sklopu te naloge uporabimo metodo FDD za verifikacijo rezultatov, določenih po klasičnem pristopu. V sklopu te naloge jih samo povzamemo in primerjamo z izračunanimi modalnimi parametri po klasični metodi in z numerično modalno analizo v programskem okolju SAP2000.

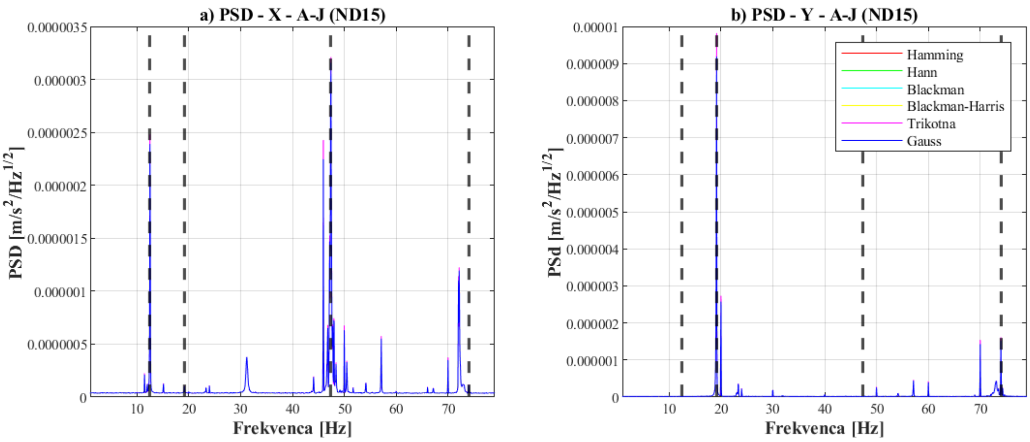
4.2 Izbrani rezultati modalne identifikacije s klasično metodo

V tem poglavju prikažemo izbrane rezultate modalne identifikacije na podlagi dveh protokolov vzbujanja. V poglavju 4.2.1 najprej prikažemo izbrane rezultate za meritev ambientalnih vibracij. V poglavju 4.2.2 nato prikažemo še izbrane rezultate za meritev vsiljenih deformacij. Zaradi obsežnost izvedenih analiz, postopek določanja lastnih frekvenc in nihajnih oblik konstrukcije demonstriramo samo na primeru izbranega pospeškomera A-J (ND15). Rezultati vseh drugih senzorjev enega urnega signala meritev ambientalnih vibracij so zbrani v Prilogi B. Rezultati vseh drugih senzorjev pri preiskavi z vsiljenimi vibracijami pa so zbrani v Prilogi C. Celotni rezultati modalne identifikacije pa so prikazani v naslednjem poglavju (poglavje 4.3).

Meritve zajetih signalov obdelamo s programskim okoljem Matlab [6]. Znotraj tega obstaja veliko knjižnic in orodij za obdelavo signalov v časovni in frekvenčni. Za izvedbo modalne identifikacije po klasičnem postopku smo v okolju Matlab razvili lastno skripto, s pomočjo katerih smo signale vseh meritev obdelali ter grafično prikazali. Kljub temu, da senzorji merijo v vseh treh globalnih smereh (X, Y in Z), se v sklopu naloge omejimo na prikaz rezultatov v horizontalnih smereh X in Y. Vertikalnega nihanja konstrukcije v okviru naloge ne obravnavamo.

Pri prikazu rezultatov se držimo dogovora, da signale, zabeležene v smeri X, vedno označujemo z rdečo barvo, medtem ko signale v Y označujemo z zeleno barvo. Za potrebe določanja nihajnih oblik konstrukcije izberemo referenčni pospeškomer A-N (ND16) (slika 3.4). Rezultati modalne identifikacije v tem poglavju temeljijo na obdelavi meritev tri-osnih pospeškomerov. Vpliv pozicije in uporabe bolj občutljivih enoosnih pospeškomerov obravnavamo v poglavju 4.4.

Pred uporabimo klasičnega postopek izvedemo študijo vpliva izbire okenske funkcije na rezultate Welcheve metode. V ta namen uporabimo vse okenske funkcije, definirane v razdelku 2.4.3, in dobljene rezultate medsebojno primerjamo. V vseh primerih upoštevamo 66 % prekrivanje signalov in dolžino okna 16384 oz. 2^{14} podatkovnih točk. Na sliki 4.2 sta prikazani spektralni gostoti moči zajetega signala v smereh X in Y za pospeškomer A-J (ND15).



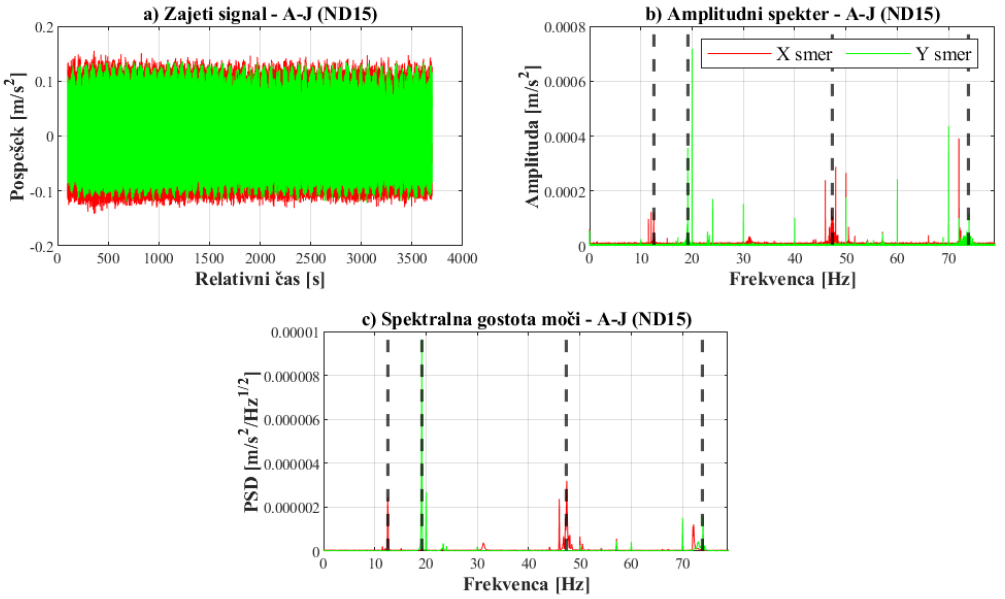
Slika 4.2 Spektralna gostota moči, določena po Welchevi metodi ob uporabi različnih okenskih funkcij – Pospeškomer A-J (ND15).

Figure 4.2 Power spectral density, calculated using Welch's method using different windowing functions – Accelerometer A-J (ND15).

Kot je razvidno s slike 4.2, je vpliv izbire okenske funkcije minimalen. Vrhovi spektralnih gostot moči so vedno pri istih frekvencah. Minimalne razlike so prisotne v vrednostih amplitud spektralne gostote moči. Zato pri vseh izračunih v nadaljevanju uporabimo le Hammingovo okensko funkcijo.

4.2.1 Modalna identifikacija na podlagi meritev ambientalnih vibracij

V tem podpoglavju prikazujemo izbrane rezultate klasičnega postopka na primeru pospeškomera A-J (ND15) in meritev ambientalnih vibracij. V nadaljevanju so potencialne lastne frekvence sistema prikazane s črtkanimi črtami. Na sliki 4.3 so za pospeškomer A-J (ND-15) prikazane tri količine (ND15) in sicer zajeti signal v časovni domeni, amplitudni spekter in spektralna gostota moči signalov v smereh X in Y.



Slika 4.3 a) Zajeti signal ; b) Amplitudni spekter ; c) Spektralna gostota moči signalov v smeri X in Y za pospeškomer A-J (ND15).

Figure 4.3 a) Acquired signal ; b) Amplitude spectrum ; c) Power spectral density of signals in X and Y directions for accelerometer A-J (ND15).

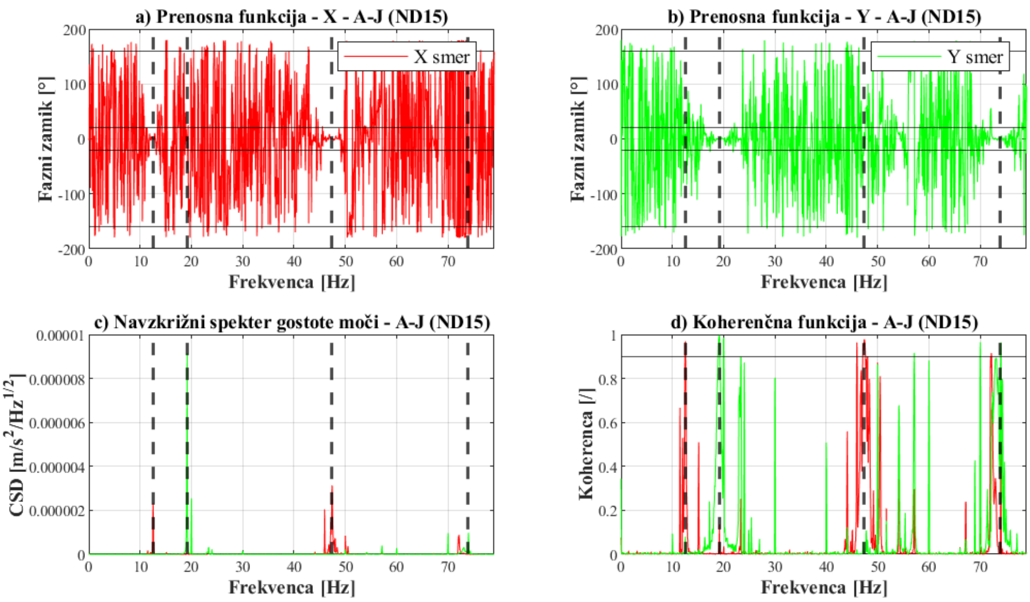
Izmerjena (nefiltrirana) signala v časovni domeni sta prikazana na sliki 4.3. V nadaljevanju sicer vse izračune opravimo na filtriranih signalih, ki smo jih obdelali z uporabo nizkoprepustnega filtra s frekvenco f_{LP} = 80 Hz. S tem postopkom smo iz signalov izločili vpliv visokih frekvenc iz okolice, ki so izven pričakovanega frekvenčnega območja konstrukcije. Signali so tako postali bolj gladki, kar je olajšalo interpretacijo rezultatov.

Amplitudni spekter je izračunan z uporabo enostranskega frekvenčnega vektorja in sicer tako, da smo absolutno vrednost FFT filtriranega signala delili z dolžino celotnega signala. Nato pa smo celoten amplitudni spekter množili s faktorjem 2. Spektralna gostota moči je določena na podlagi Welcheve metode. Če primerjamo spektralno gostoto moči in amplitudni spekter opazimo, da z uporabo Welcheve metode skoraj odstranimo vpliv belega šuma in motenj, ki so posledica zunanjih vplivov iz laboratorija. V nadaljevanju vse izračune opravimo z upoštevanjem spektralne gostote moči po Welchevi metodi.

Amplitudni spekter in spekter gostote spektralne moči v smereh X in Y smo namenoma prikazovali na isti sliki, kar omogoča oceno dominantne smeri lastnih frekvenc. Določene nihajne oblike so dominantne v smeri X, kar se odraža v višjem vrhu spektralne gostote moči signala v tej smeri. Analogno velja za nihajne oblike v smeri Y. Za torzijske nihajne oblike pa je značilno, da opazimo izrazite vrhove spektralne gostote moči pri obeh signalih.

Frekvence z vrhovi spektralne gostote moči so potencialni kandidati za lastne frekvence konstrukcije. S črtkanimi črtami smo na sliki označili štiri lastne frekvence, ki smo jih določili na podlagi nadaljnjega izrisa in kontrole nihajnih oblik. Nekatere frekvence se kljub vrhovom spektralnega gostote moči ne izkažejo za lastne frekvence konstrukcije, kar smo ugotovili s predhodnim izrisom nihajnih oblik.

V nadaljevanju prikažemo postopka določitve potencialnega modalnega razmerja za primer pospeškomera A-J (ND15), ki služi za demonstracijo postopka določanja nihajnih oblik . Na sliki 4.4 so prikazani prenosna in koherenčna funkcija signala ter navzkrižni spekter moči glede na referenčni pospeškomer.



Slika 4.4 a) Fazni kot prenosne funkcije za signala v smereh X in Y ; b) Koherenčna funkcija ; c) Navzkrižni spekter gostote moči za pospeškomer A-J (ND15).

Figure 4.4 b) Transfer function for signals in X and Y directions ; b) Coherence function ; c) Cross power spectral density for accelerometer A-J (ND15).

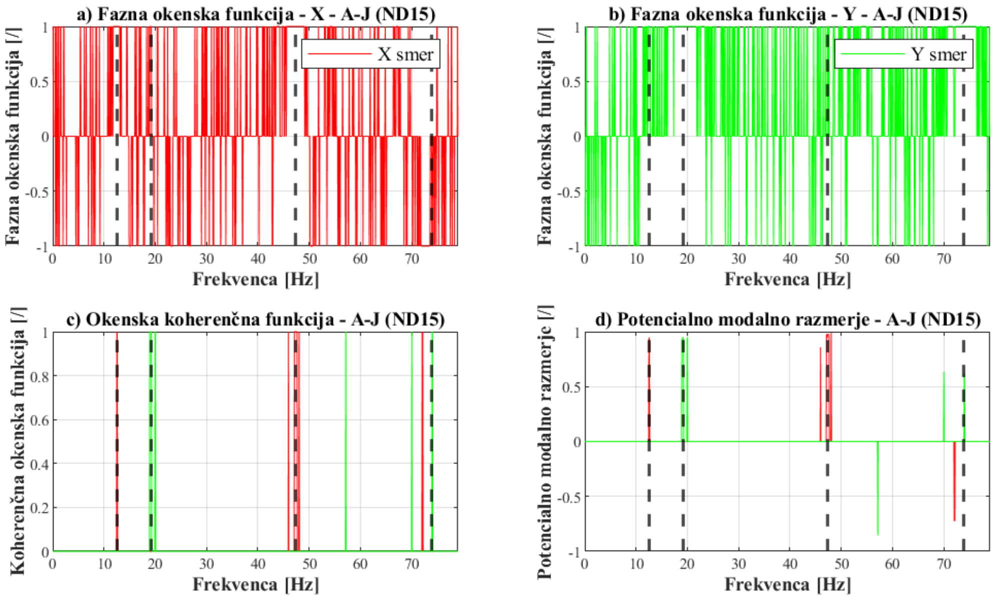
Fazni zamik je blizu nič za vse štiri frekvence, kar pomeni, da je izbrani pospeškomer v fazi z referenčnim. Iz visokih vrednostih CSD sledi, da sta signala pri izbranih frekvencah močno korelirana. Visoka koherenca (nad 0,9) pa pove, da je vpliv šuma majhen. Iz teh zaključkov izhaja, da so izbrane frekvence močan kandidat za lastne frekvence konstrukcije.

Na zgornjih dveh grafih tanke horizontalne črte predstavljajo mejne vrednosti faznega zanika in koherenčne funkcije, ki služijo za določitev fazne in koherenčne okenske funkcije na sliki 4.5. Le-te nato uporabimo, za izračun potencialnega modalnega razmerja z enačbo 4.6.

V sklopu naloge izberemo omejitev faznega kota prenosne funkcije ϕ_c = 20° [3]. Ob upoštevanju pogojev, podanih z izrazom (4.7), izračunamo vrednosti fazne okenske funkcije, ki je za fazne kote v intervalu [-20°, 20°] enaka 1, za fazne kote v intervalih od [-160°, -20°] in [20°, 160°] enaka 0, in fazne kote v intervalih od [-160°, 180°] in [-180°, -160°] enaka -1.

Koherenčno okensko funkcijo določimo z upoštevanjem mejne vrednosti koherenčne funkcije $\gamma_c^2 = 0{,}90$ [3]. Tako upoštevamo, da vse vrednosti koherenčne funkcije, ki so pod mejno vrednostjo, zavzamejo vrednost 0, preostale vrednosti pa zavzamejo vrednost 1.

Na sliki 4.5 pa so prikazane okenske prenosne in koherenčne funkcije ter potencialna modalna razmerja za signala v smereh X in Y pospeškomera A-J (ND15).



Slika 4.5 a) in b) Fazni okenski funkciji za signala v smereh X in Y ; c) Okenska koherenčna funkcija ; d) Potencialno modalno razmerje za pospeškomer A-J (ND15).

Figure 4.5 a) and b) Phase window function for signals in X and Y directions ; c) Coherence window function ; d) Potential modal ratio for accelerometer A-J (ND15).

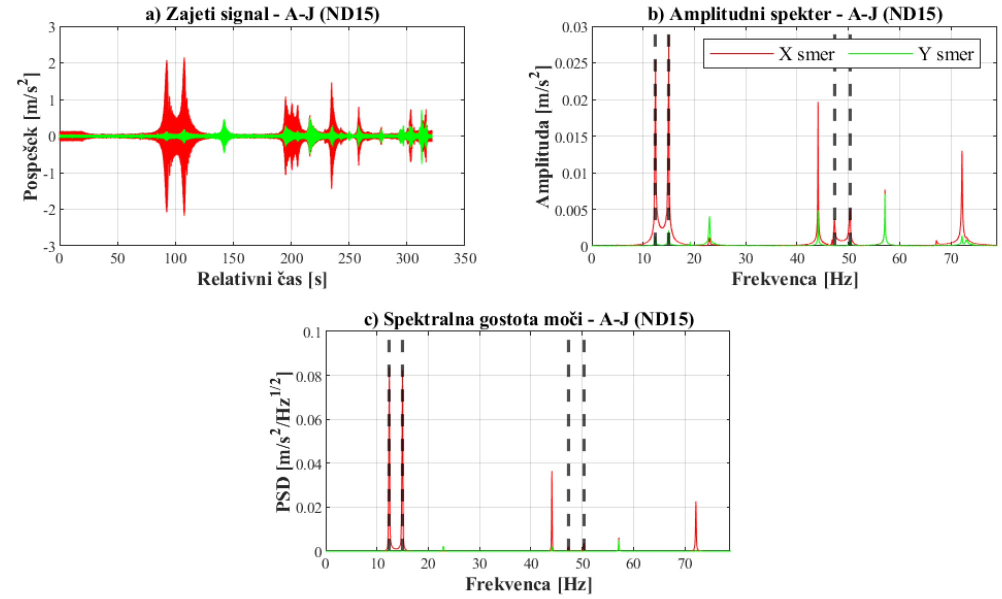
Potencialno modalno razmerje za obravnavani pospeškomer smo določili na podlagi absolutne vrednosti prenosne funkcije in okenskih funkcij iz slike 4.5. Glede na prejšnji graf, je vrednost faznih okenskih funkcij pri štirih zaznanih lastnih frekvencah enaka 1, koherenčna pa prav tako tudi 1. Potencialna modalna razmerja za zaznane frekvence znašajo 0,95, 0,95, 0,97 in 0,62. Glede na to, da so vrednosti PMR pozitivne, je pri vseh štirih zaznanih lastnih frekvencah obravnavani pospeškomer v fazi z referenčnim. Za prve tri zaznane frekvence je PMR zelo blizu 1, kar nakazuje na to, da pri teh nihajnih oblikah ne zaznamo nobene nesimetričnosti konstrukcije, kar za 4. zaznano nihajno obliko ni res, glede na to da je vrednost PMR enaka 0,62.

Za določitev vseh komponent nihajne oblike konstrukcije smo prikazani postopek ponovili za vse pospeškomere. Nihajne oblike smo izrisali tako, da smo vozliščem konstrukcije v nedeformiranem stanju prišteli še vrednosti potencialnih modalnih razmerij.

4.2.2 Modalna identifikacija na podlagi meritev vsiljenih vibracij

Kot je omenjeno, smo test z vsiljenimi izvedli ločeno v smereh X in Y. V nadaljevanju prikažemo podobne rezultate kot pri meritvah ambientalnih vibracij, vendar obravnavamo samo vzbujanja v smeri X. Izkaže se, da pri obeh smereh vzbujanja zaznamo po šest nihajnih oblik v izbranem frekvenčnem območju. Pri vzbujanju v posameznih smereh se primarno aktivirajo horizontalne upogibne nihajne oblike v smeri vzbujanja, vendar zaradi nesimetrične postavitve vzbujevalnika (slika 3. 15) precej dobro zaznamo tudi torzijske oblike, v manjši meri pa tudi upogibne nihajne oblike pravokotno na smer vzbujanja.

Na sliki 4.6 so prikazane tri količine za pospeškomer A-J (ND15) in sicer zajeti signal v časovni domeni, amplitudni spekter in spektralna gostota moči signalov v smereh X in Y v frekvenčni domeni pri izvedbi testa z vsiljenimi vibracijami v smeri X.

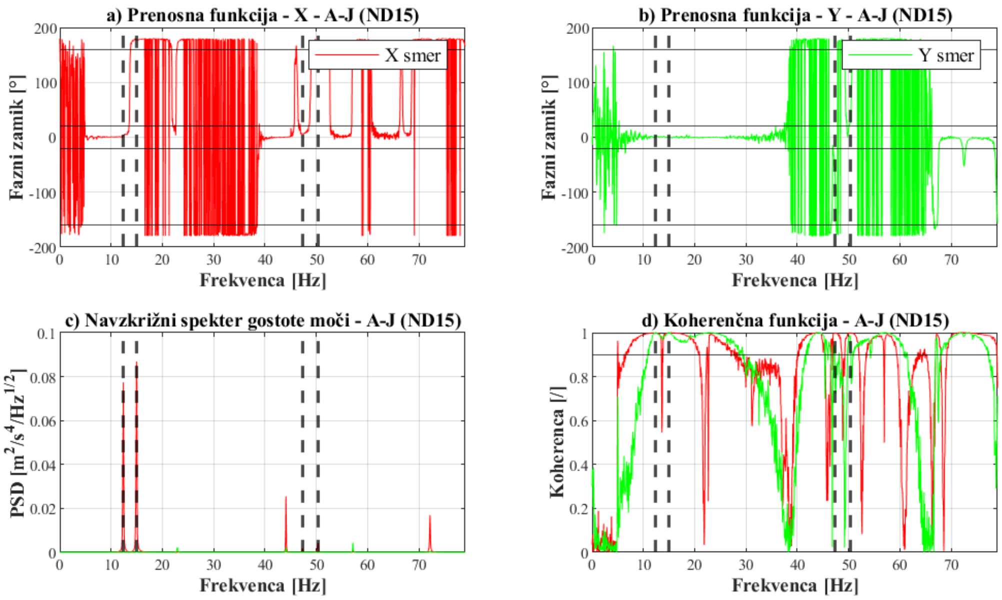


Slika 4.6 a) Zajeti signal ; b) Amplitudni spekter ; c) Spektralna gostota moči signalov v smereh X in Y za pospeškomer A-J (ND15) – Meritev vsiljenih vibracij v smeri X.

Figure 4.6 a) Acquired signal ; b) Ampltude spectrum ; c) Power spectral density of signals in X and Y directions for accelerometer A-J (ND15) – Shaker test in X direction.

Takoj opazimo, da je časovni potek signala bistveno drugačen kot pri ambientalnih vibracijah. Prav tako je velikostni red amplitud okvirno 10-krat večji. Vrhovi pri amplitudnih spektrih ter spektralnih gostotah moči so prav tako bolj izraziti. Vpliv belega šuma je občutno manjši.

Na sliki 4.7 so prikazane prenosna in koherenčna funkcija signala ter navzkrižni spekter moči glede na referenčni signal za pospeškomer A-J (ND15) za meritev vsiljenih vibracij v smeri X.

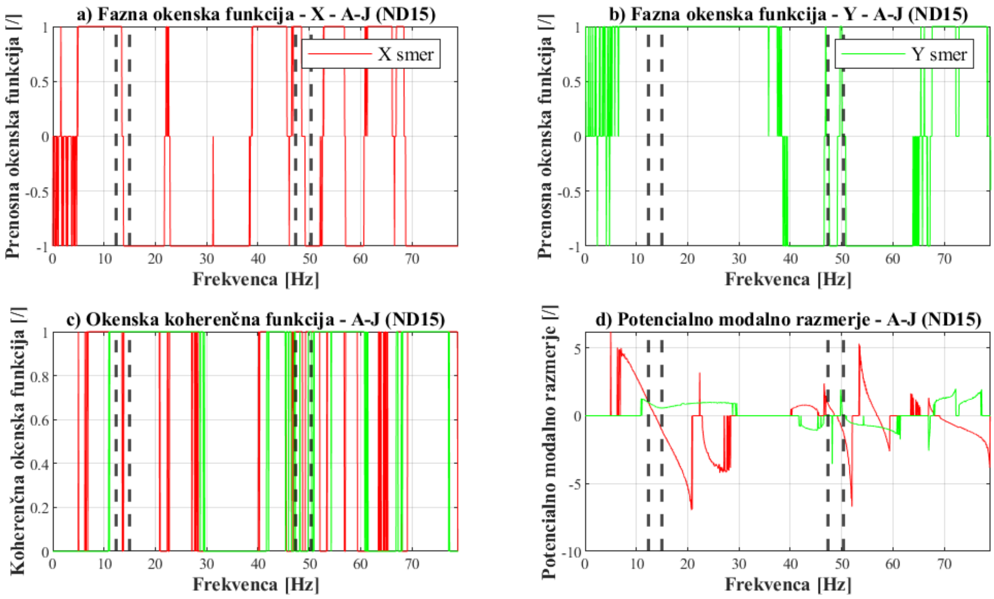


Slika 4.7 a) in b) Prenosna funkcija za signala v smereh X in Y ; c) Navzkrižni spekter gostote moči; d) Koherenčna funkcija za pospeškomer A-J (ND15) – Meritev vsiljenih vibracij v smeri X.

Figure 4.7 a) and b) Transfer function for signals in X and Y directions ; c) Cross power spectral density ; d) Coherence function for accelerometer A-J (ND15) – Shaker test in X direction.

Opazimo, da je vrednost koherenčne funkcije pri zaznanih lastnih frekvencah zelo blizu 1, kar nakazuje majhen vpliv šuma. Fazne okenske funkcije so v primeru vsiljenih vibracij različne za posamezno lastno frekvenco. Za razliko od meritev ambientalnih vibracij, je vrednost faznih okenskih funkcij za 1. in 3. nihajno obliko enaka 1, za 2. in 4. pa -1. Pri upogibnih nihajnih oblikah je vrednost prenosnih funkcij blizu 1, s čimer ugotovimo, da sta referenčni in obravnavani pospeškomer v fazi. Pri torzijskih nihajnih oblikah pa je vrednost prenosnih funkcij blizu -1, s čimer ugotovimo, da pospeškomera nista v fazi. Vse količine so občutno bolj izrazite v X smeri, ki sovpada s smerjo vzbujanja. Čeprav tega ne prikazujemo, analogno velja za vzbujanje konstrukcije v Y smeri.

Na sliki 4.8 pa so prikazane fazne okenske in koherenčne funkcije ter potencialna modalna razmerja za signala v X in Y smeri pospeškomera A-J (ND15) pri izvedbi meritev vsiljenih vibracij v X smeri.



Slika 4.8 a) in b) Fazni okenski funkciji za signala v smereh X in Y ; c) Okenska koherenčna funkcija ; d) Potencialno modalno razmerje za pospeškomer A-J (ND15) – Meritev vsiljenih vibracij v smeri X.

Figure 4.8 a) and b) Phase window function for signals in X and Y directions ; c) Coherence window function ; d) Potential modal ratio for accelerometer A-J (ND15) – Shaker test in X direction.

Vrednost okenske koherenčne funkcije je pri vseh zaznanih nihajnih oblikah približno 1. Vrednost potencialnih modalnih razmerij znašajo 0,93, -1,14, 0,95 in -1,24. Vrednosti potencialnih modalnih razmerij, ki so večje kot 1 oz. manjše kot -1, nakazujejo na to, da v referenčnem pospeškomeru ne zaznamo največje amplitude vibracij.

4.3 Primerjava rezultatov modalne identifikacije

V tem podpoglavju prikažemo končne rezultate modalne identifikacije in primerjavo rezultatov, dobljenih s klasično metodo [3] in metodo razcepa v frekvenčni domeni [4]. Slednja nam služi za verifikacijo rezultatov klasičnega postopka. V nadaljevanju prikažemo primerjavo zaznanih lastnih frekvenc in nihajnih oblik. Koeficiente dušenja smo določili samo na podlagi izboljšane metode FDD. Verifikacijo posamezne metode modalne identifikacije izvedemo na podlagi avtomatskega MAC kriterija, primerjavo meritev in metod modalne identifikacije pa izvedemo na podlagi navzkrižnih MAC kriterijev.

V preglednici 4.1 so prikazane zaznane lastne frekvence konstrukcije, določene na podlagi ambientalnih in vsiljenih vibracij ter izračunane po klasični metodi in s programom ARTeMIS Modal Pro.

Preglednica 4.1 Zaznane lastne frekvence konstrukcije, določene z različnimi metodami.

Table 4.1 Identified natural frequencies of the structure, calculated using different methods.

N.O.	Klasična metoda			ARTeMIS Modal Pro			Tip nihajne oblike
	Amb.	S-X	S-Y	Amb.	S-X	S-Y	
	f [Hz]						
1	12,5	12,4	12,5	12,5	12,4	12,5	1. upogibna v X
2	n.z.	15	n.z.	n.z.	15	n.z.	1. torzijska
3	19,2	n.z.	18,6	19,1	n.z.	18,7	1. upogibna v Y
4	47,4	47,2	47,2	47,4	47,2	47,2	2. upogibna v X
5	n.z.	50,4	50,4	50,5	50,3	50,4	2. torzijska
6	73,9	n.z.	72,1	74,3	n.z.	72,2	2. upogibna v Y

Oznaka "n.z." v preglednici 4.1 pomeni, da nihajna oblika ni zaznana. Če primerjamo vrednosti v preglednici med metodama, ugotovimo, da so lastne frekvence pri vseh zaznanih nihajnih oblikah podobne. Odstopanje med frekvencami je v mejah inženirske natančnosti (odstopanje je manjše od 1 %). Pri meritvah ambientalnih vibracij zaznamo eno lastno frekvenco manj z uporabo klasične metode v primerjavi s metodo FDD.

V preglednici 4.2 so prikazane vrednosti faktorja modalne kompleksnosti MCF za meritve ambientalnih in vsiljenih vibracij, določene s programskim okoljem ARTeMIS Modal Pro.

Preglednica 4.2 Faktorji modalne kompleksnosti MCF za ambientalne in vsiljene vibracije.

Table 4.2 Modal complexity factors for ambient and forced vibrations.

N.O.	Amb.	S-X	S-Y
		[%]	
1	0,16	0,29	11,86
2	n.z.	0,24	n.z.
3	0,36	n.z.	0,08
4	0,07	1,30	31,59
5	6,10	0,86	18,74
6	2,02	n.z.	1,78

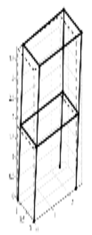
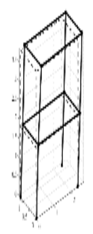
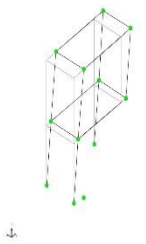
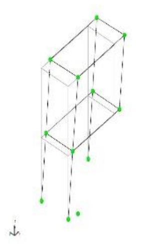
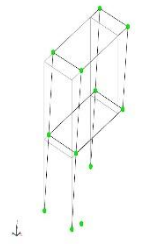
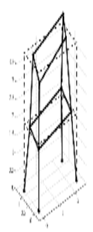
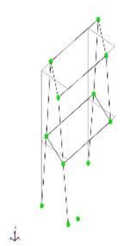
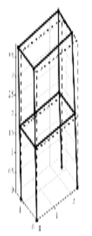
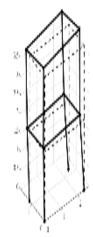
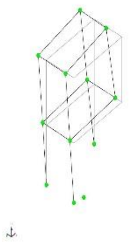
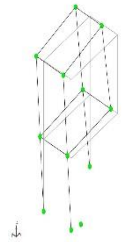
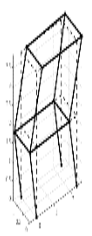
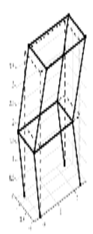
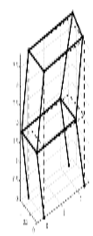
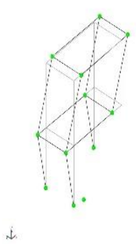
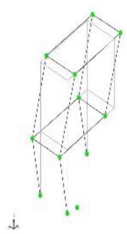
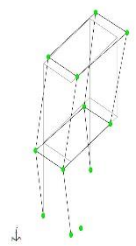
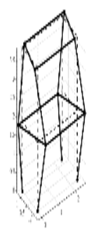
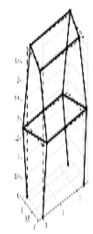
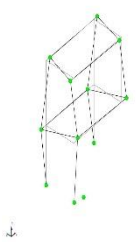
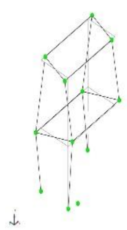
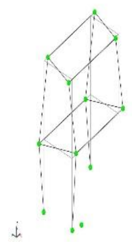
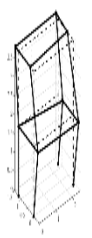
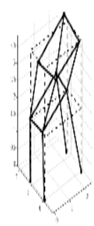
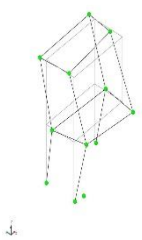
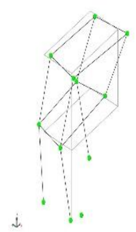
V primeru ambientalnih vibracij s klasično metodo zaznamo 4 nihajne oblike in sicer prvi dve upogibni v obliki v smereh X in Y. Ne zaznamo pa torzijskih nihajnih oblik. Z uporabo programa ARTeMIS Modal Pro iz ambientalnih vibracij zaznamo eno nihajno obliko več, in sicer 2. torzijsko obliko. Prve torzijske nihajne oblike iz meritev ambientalnih vibracij ni bilo mogoče določiti z nobeno metodo. Kompleksnost vseh nihajnih oblik (razen 2. torzijske) je zelo nizka, kar nakazuje na to, da so nihajne oblike realne. Kompleksnost 2. torzijske nihajne oblike je sicer nekoliko večja (6,1 %), vendar še vedno smatramo, da je tudi ta nihajna oblika realna, kar smo preverili tudi z grafično analizo nihajne oblike.

Rezultati testa z vsiljenimi vibracijami so nekoliko drugačni. Omeniti velja, da kljub temu, da je bil test izveden v dveh ločenih smereh, je za celotno predstavo o nihanju konstrukcije potrebno upoštevati rezultate iz obeh smereh vzbujanja. To pomeni, da z izvedbo testa z vsiljenimi vibracijami v obeh smereh zaznamo vseh šest horizontalnih nihajnih oblik konstrukcije. Pri vsiljenih vibracijah v smeri X ne zaznamo upogibnih nihajnih oblik v smeri Y. Pri vsiljenih vibracijah v smeri Y pa zaznamo upogibne nihajne oblike v smeri X, vendar je njihova kompleksnost precej večja, kar nakazuje na to, da so rezultati manj zanesljivi. Prvo torzijsko obliko zaznamo samo iz vsiljenih vibracij v smeri X. Razlog za to je večja ekscentričnost vzbujevalne mase v primeru delovanja vzbujevalnika v smeri X.

V preglednici 4.3 so prikazane zaznane nihajne oblike z uporabo klasične metode in programa ARTeMIS Modal Pro iz meritev ambientalnih in vsiljenih vibracij.

Preglednica 4.3 Zaznane nihajne oblike po različnih metodah.

Table 4.3 Identified mode shapes using different identification methods.

Tip N.O.	Klasična metoda			ARTeMIS Modal Pro		
	Amb.	S-X	S-Y	Amb.	S-X	S-Y
1-U-X			"n.z."			
1-T	"n.z."		"n.z."	"n.z."		"n.z."
1-U-Y		"n.z."			"n.z."	
2-U-X						
2-T	"n.z."					
2-U-Y		"n.z."			"n.z."	

V nadaljevanju prikažemo postopek določanja koeficientov dušenja. Te določimo samo s programom ARTeMIS Modal Pro. Za določanje koeficientov dušenja pa ARTeMIS Modal Pro uporablja izboljšano metodo EFDD (ang. *Enhanced Frequency Domain Decomposition*). Razlika med izboljšano in navadno FDD metodo je v tem, da je izboljšana razdeljena na dva koraka. Prvi korak je enak kot pri navadni. Program namreč izvede peak-picking po metodi FDD. V drugem koraku pa zaznane vrhove program uporabi za identifikacijo SDOF spektralnih Bellovih funkcij, na podlagi katerih je možno natančneje določiti koeficiente dušenja konstrukcije. Izračunani koeficienti dušenja so prikazani v preglednici 4.4.

Preglednica 4.4 Koeficienti dušenja za posamezno nihajno obliko, določeni s programskim okoljem ARTeMIS Modal Pro.

Table 4.4 Damping coefficients of each mode shape, calculated using ARTeMIS Modal Pro softtware package.

N.O.	Amb.	S-X [%]	S-Y
1	0,511	0,704	0,535
2	n.z.	0,608	0
3	0,375	n.z.	0,543
4	0,527	0,23	0,171
5	0,089	0,256	0,139
6	0,192	n.z.	0,13

Opazimo, da je dušenje konstrukcije zelo majhno, saj vrednosti vseh koeficientov dušenja padejo pod 1 %. Vrednosti koeficientov dušenja pa se v določeni meri razlikujejo v odvisnosti od protokola vzbujanja, kar bi lahko nakazovalo na vpliv amplitude vibracij na ocenjene koeficient dušenja.

Pri meritvi ambientalnih vibracij največje koeficiente dušenja dobimo pri upogibnih nihajnih oblikah v smeri X. Podoben sklep velja tudi za meritev vsiljenih vibracij. Glede na to, da programsko orodje ARTeMIS Modal Pro koeficiente dušenja računa v frekvenčni domeni, je vrednost koeficientov odvisna od tega, koliko blizu so vrhovi lastnih frekvenc konstrukcije. Da bi ocena koeficientov dušenja bila čim bolj natančna, je potrebno, da so vrhovi signala v frekvenčni domeni dovolj izraziti. Vsekakor pa so vrhovi precej bolj izraženi pri izvedbi testa z vsiljenimi vibracijami kot pri meritvi ambientalnih vibracij. Zaradi tega sklepamo, da so koeficienti dušenja bolj natančni, če so določeni na podlagi testa z vsiljenimi vibracijami v smereh X in Y.

Primerjavo nihajnih oblik izvedemo na dva načina in sicer:

- Vizualna primerjava nihajnih oblik,
- Primerjava nihajnih oblik z uporabo kriterija modalne gotovosti.

Za ambientalne vibracije velja naslednje. Ob uporabi klasične metode zaznamo le upogibne nihajne oblike, metoda FDD pa nam omogoči identifikacijo še 2. torzijske nihajne oblike. V primeru meritev vsiljenih vibracij za smer vzbujanja X z obema metodama ne zaznamo upogibnih nihajnih oblik v smeri X. Za primer vzbujanja v smeri Y pa zaznamo vse nihajne oblike, razen 1. torzijske.

Torzijskih nihajnih oblik skorajda ne zaznamo iz meritev ambientalnih vibracij, kar pa nadomestimo z uporabo testa z vsiljenimi vibracijami, saj s kombinacijo vzbujanja v smereh X in Y zaznamo obe torzijski nihajni obliki.

Bolj natančno primerjavo metod obdelave in načinov vzbujanja konstrukcije pa dobimo z uporabo kriterija modalne gotovosti, ki je natančneje opisan v podpoglavju 2.6. V sklopu te naloge pa meritve validiramo same s seboj z uporabo avtomatskega MAC kriterija ter jih primerjamo med seboj z uporabo navzkrižnega MAC kriterija. V preglednici 4.5 so prikazane avtomatske MAC matrike za izvedene meritve.

Preglednica 4.5 Avtomatske MAC matrike za izvedene meritve.

Table 4.5 AutoMAC matrices for performed measurements.

	a) AutoMAC - Amb. vib. - Klasična met.						b) AutoMAC - Amb. vib. – FDD met.					
	1-U-X	1-T	1-U-Y	2-U-X	2-T	2-U-Y	1-U-X	1-T	1-U-Y	2-U-X	2-T	2-U-Y
1-U-X	1	/	0,033	0,012	/	0,014	1	/	0,018	0,033	0,161	0,008
1-T	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/
1-U-Y	0,033	/	1	0,013	/	0,012	0,018	/	1	0,008	0,226	0,135
2-U-X	0,012	/	0,013	1	/	0,005	0,033	/	0,008	1	0,07	0,004
2-T	/	/	/	/	/	/	0,161	/	0,226	0,07	1	0,09
2-U-Y	0,014	/	0,012	0,005	/	1	0,008	/	0,135	0,004	0,09	1
	c) AutoMAC - Vsiljene vib. X - Klasična met.						č) AutoMAC - Vsiljene vib. X – FDD met.					
1-U-X	1	0,014	/	0,007	0	/	1	0,003	/	0,038	0	/
1-T	0,014	1	/	0,009	0,013	/	0,003	1	/	0	0,004	/
1-U-Y	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/
2-U-X	0,007	0,009	/	1	0,097	/	0,038	0	/	1	0,008	/
2-T	0	0,013	/	0,097	1	/	0	0,004	/	0,008	1	/
2-U-Y	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/
	d) AutoMAC - Vsiljene vib. Y - Klasična met.						e) AutoMAC - Vsiljene vib. Y – FDD met.					
1-U-X	1	/	0,111	0,051	0,051	0,014	1	/	0,183	0,041	0,005	0,009
1-T	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/
1-U-Y	0,111	/	1	0,022	0,02	0,007	0,183	/	1	0,041	0,044	0,042
2-U-X	0,051	/	0,022	1	0,031	0,013	0,041	/	0,041	1	0,031	0,023
2-T	0,051	/	0,02	0,031	1	0,018	0,005	/	0,044	0,031	1	0,039
2-U-Y	0,014	/	0,007	0,013	0,018	1	0,009	/	0,042	0,023	0,039	1

	MAC = (0 ; 0,25]		MAC = (0,25 ; 0,5]
	MAC = (0,5 ; 0,75]		MAC = (0,75 ; 1]

Nihajne oblike, ki niso zaznane so označene z belo barvo in oznako "/". Na podlagi avtomatskih MAC kriterijev lahko sklepamo, da zaznane nihajne oblike niso povezane, saj so izvendiagonalni členi avtomatske MAC matrike blizu 0. To potrjuje, da so zaznane nihajne oblike pravilno izbrane, saj za šest globalnih horizontalnih nihajnih oblik pričakujemo, da so dejansko nepovezane. Druga značilnost avtomatskih MAC matrik je ta, da je ta matrika vedno simetrična. Temu pogoju je tudi zadoščeno.

V preglednici 4.6 pa so prikazane navzkrižne MAC matrike za primerjavo metod v primeru posameznih meritev.

Preglednica 4.6 Primerjava klasične in metode FDD na podlagi kriterija modalne gotovosti.

Table 4.6 Comparison of classical and FDD methods using modal assurance criterion.

	a) Amb. vib. - Klasična met. – FDD met.						b) Vsiljene vib. X - Klasična met. – FDD met.						
MAC	1-U-X	1-T	1-U-Y	2-U-X	2-T	2-U-Y	1-U-X	1-T	1-U-Y	2-U-X	2-T	2-U-Y	
1-U-X	0,796	/	0,022	0,002	0,202	0,01	0,797	0,031	/	0,006	0,008	/	Klasična met.
1-T	/	/	/	/	/	/	0	0,793	/	0	0,005	/	
1-U-Y	0,026	/	0,679	0,011	0,332	0,009	/	/	/	/	/	/	
2-U-X	0,002	/	0,009	0,9	0,078	0,004	0,003	0,008	/	0,902	0,026	/	
2-T	/	/	/	/	/	/	0,007	0,01	/	0,051	0,906	/	
2-U-Y	0,011	/	0,008	0,005	0,122	0,736	/	/	/	/	/	/	
	FDD met.						FDD met.						

	c) Vsiljene vib. Y - Klasična met. – FDD met.						
	1-U-X	1-T	1-U-Y	2-U-X	2-T	2-U-Y	
1-U-X	0,801	/	0,136	0,051	0,051	0,019	Klasična met.
1-T	/	/	/	/	/	/	
1-U-Y	0,172	/	0,691	0,022	0,02	0,061	
2-U-X	0,041	/	0,041	0,997	0,031	0,023	
2-T	0,005	/	0,044	0,031	0,998	0,039	
2-U-Y	0,004	/	0,005	0,013	0,018	0,648	
	FDD met.						

(rumena)	MAC = (0 ; 0,25]	(svetlo oranžna)	MAC = (0,25 ; 0,5]
(temno oranžna)	MAC = (0,5 ; 0,75]	(zelena)	MAC = (0,75 ; 1]

Iz navzkrižne MAC matrike za meritev ambientalnih je razvidno, da so diagonalne vrednosti bistveno večje od izvendiagonalnih. Diagonalne vrednosti za 1., 3., 4. in 6. nihajno obliko znašajo {0,796, 0,679, 0,9, 0,736}, medtem ko je večina izvendiagonalnih členov manjših od 0,25 oziroma blizu 0. Edina izjema je primerjava med 1-U-Y iz klasične metode in 2-T iz FDD metode, ki kaže minimalno podobnost nihajnih oblik. To nakazuje na relativno dobro ujemanje nihajnih oblik med metodama. V primeru idealnega ujemanja bi bile diagonalne vrednosti 1, ostale izvendiagonalne vrednosti pa bi bile enake 0. Opazimo pa lahko, da za razliko od avtomatske MAC matrike, navzkrižna MAC matrika ni nujno simetrična.

Precej dobro ujemanje rezultatov obeh metod smo določili tudi v primeru meritev vsiljenih deformacij. Za vzbujanje v smeri X znašajo vrednosti navzkrižnih MAC na diagonalah za 1., 2., 4. in 5. nihajno obliko {0,797, 0,793, 0,902, 0,906}. Za vzbujanje v smeri Y pa znašajo vrednosti navzkrižne MAC na diagonalah za 1., 3., 4., 5. in 6. nihajno obliko {0,801, 0,691, 0,997, 0,998, 0,648}.

Iz primerjave navzkrižnih MAC matrik meritev vsiljenih vibracij opazimo, da je potrebno za uspešno identifikacijo vseh šestih nihajnih oblik hkrati upoštevati vzbujanje v obeh smereh (X in Y). Drugo nihajno obliko smo namreč zaznali le iz meritev vsiljenih vibracij v smeri X, medtem ko smo 3. in 6. nihajno obliko zaznalo le iz vsiljenih vibracij v smeri Y.

4.4 Vpliv pozicije in občutljivosti pospeškomerov ter temperature okolja na rezultate meritev

V tem podpoglavju prikažemo postopek določanja lastnih frekvenc in nihajnih oblik z uporabo enoosnih občutljivih pospeškomerov Dytran 3192A (poglavje 4.4.1). Cilj te primerjave je ugotovitev, kako pozicija pospeškomerov vpliva na same rezultate meritev. Dodatno v poglavju 4.4.2 prikažemo primerjavo lastnih frekvenc, določenih z klasičnimi triosnim pospeškomerom A-J ND15 in občutljivim triosnim pospeškomerom Primerjava služi za oceno vpliv občutljivosti pospeškomera na kvaliteto rezultatov meritev ambientalnih vibracij. V poglavju 4.4.3 obravnavamo še vpliv temperatura okolja vpliva na vrednosti zaznanih lastnih frekvenc. Vse primerjave se nanašajo na rezultate, določene na podlagi meritev ambientalnih vibracij.

4.4.1 Modalna identifikacija na podlagi meritev ambientalnih vibracij z enoosnimi občutljivimi pospeškomeri

Postopek obdelave meritev je enak kot v primeru tri-osnih pospeškomerov, kar je detajlno opisano v podpoglavju 4.2. Podobno kot pri navadnih triosnih pospeškomerih je potrebno najprej izbrati referenčni pospeškomer. Ker gre v tem primeru za enoosne pospeškomere, v vsaki smeri analize izberemo po en referenčni pospeškomer. Kot referenco uporabo pospeškomera A-O (ND16)-X in A-O (ND16)-Y. Za demonstracijo postopka obdelave prikazujemo rezultate za pospeškomera O-5 X+ in O-4 Y-. Ker sta uporabljena dva pospeškomera z različnimi oznakami, zaradi preglednosti označimo pozicijo, za katero prikazujemo rezultate kot A-O (ND15-E). Lokacije izbranih pospeškomerov so razvidne s slike 3. 4.

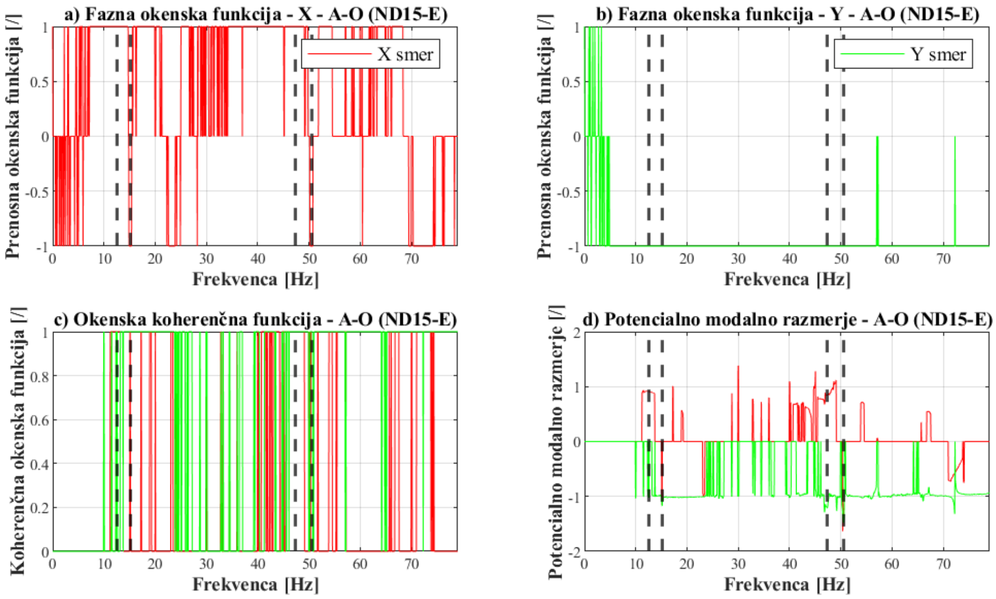
V preglednici 4.7 so prikazane lastne frekvence določene z enoosnimi občutljivimi pospeškomeri. S pomočjo enoosnih občutljivih pospeškomerov zaznamo prvi dve upogibni obliki in tudi obe torzijski nihajni obliki, kar nam s triosnimi pospeškomeri ni uspelo. Ne zaznamo pa upogibnih nihajnih oblik v smeri Y. Razlog za to je, da je konstrukcija v smeri Y bistveno bolj toga kot v smeri X, zaradi česar so amplitude nihanja v tej smeri občutno manjše. Kljub večji občutljivosti pospeškomerov se je za omejujoči faktor pokazala postavitev enoosnih senzorjev. Le-ti so bili namreč postavljeni le na okvir v ravnini Y-Z. Z bolj globalno postavitvijo senzorjev bi verjetno dosegli boljše rezultate.

Preglednica 4.7 Lastne frekvence, nihajni časi, krožne frekvence in tip nihajnih oblik, določeni na podlagi meritev ambientalnih vibracij z uporabo enoosnih občutljivih pospeškomerov.

Table 4.7 Natural frequencies, periods, angluar frequencies and mode shape types, determined from ambient vibration testing using the sensitive uni-axial accelerometers.

N.O.	f [Hz]	Tip nihajne oblike
1	12,5	1. upogibna v X (1-U-X)
2	15,1	1. torzijska (1-T)
3	n.z.	1. upogibna v Y (1-U-Y)
4	47,4	2. upogibna v X (2-U-X=
5	50,5	2. torzijska (2-T)
6	n.z.	2. upogibna v Y (2-U-Y)

Za boljšo predstavo vpliva občutljivost enoosnih pospeškomerov v nadaljeval prikazujemo del rezultatov postopka določitve nihajnih oblik za izbrana pospeškomera A-O (ND15)–X in A-O (ND15)–Y. Na sliki 4.9 pa so prikazane okenske prenosne in koherenčne funkcije ter potencialna modalna razmerja za signala v smereh X in Y pospeškomera A-O (ND15)–X in A-O (ND15)–Y.



Slika 4.9 a) in b) Fazni prenosni funkciji za signala v smereh X in Y ; c) Okenska koherenčna funkcija ; d) Potencialno modalno razmerje za pospeškomera A-O (ND15)–X in A-O (ND15)–Y.

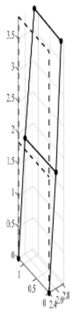
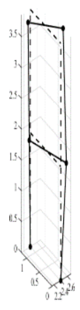
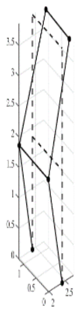
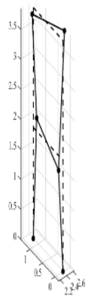
Figure 4.9 a) and b) Phase window function for signals in X and Y directions ; c) Coherence window function ; d) Potential modal ratio for accelerometers A-O (ND15) – X in A-O (ND15) – Y.

Občutljivost enoosnih pospeškomerov se najizraziteje kaže z visokimi vrednostih koherenčne funkcije po celotni frekvenčni domeni, saj je okenska koherenčna funkcija vedno enaka 1, kar kaže na majhen vpliv šuma. Fazna okenska funkcija v smeri X za 1., 2., 4. in 5. nihajno obliko zavzame vrednost 1, -1, 1 in -1, v smeri Y pa je vseskozi enaka -1. Vrednost potencialnega modalnega razmerja za izbrana pospeškomera in obravnavane štiri nihajne oblike znaša {0,91, -1,17, 0,84, -1,62} v smeri X in -1,06, -1,17, -1,21 in -1,45 v smeri Y.

Zaznane nihajne oblike s pomočjo enoosnih občutljivih pospeškomerov pa so prikazane v preglednici 4.8.

Preglednica 4.8 Zaznane nihajne oblike s pomočjo enoosnih občutljivih pospeškomerov.

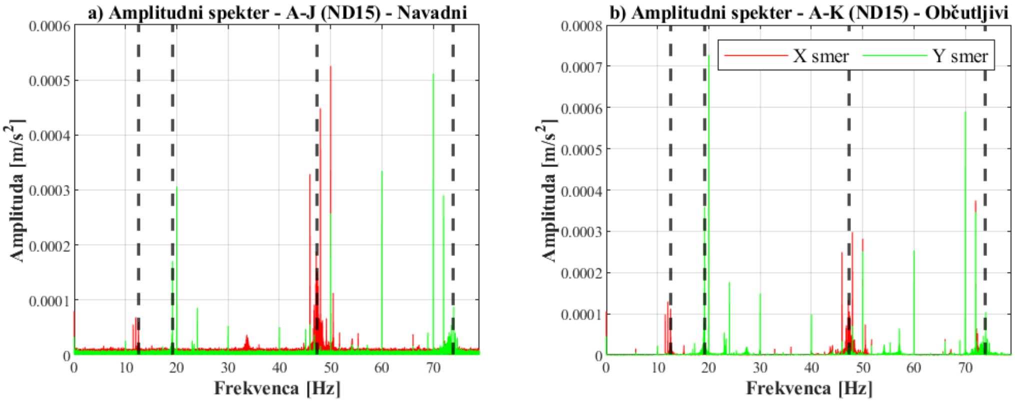
Table 4.8 Identified mode shapes using uni-axial sensitive accelerometers.

1-U-X	1-T	1-U-Y
		"n.z."
2-U-X	**2-T**	**2-U-Y**
		"n.z."

Kot je razvidno iz preglednice 4.8 z enoosnimi senzorji zaznamo štiri nihajne oblike: 1. in 2. upogibno ter 1. in 2. torzijsko nihajno obliko. Na podlagi teh rezultatov lahko ugotovimo, da se modalni identifikaciji s pomočjo navadnih triosnih in občutljivih enoosnih pospeškomerov medsebojno dopolnjujeta.

4.4.2 Vpliv občutljivosti pospeškomerov na rezultate meritev

V nadaljevanju prikažemo še meritve lastnih frekvenc s pomočjo triosnega občutljivega pospeškomera IOLITEi 3xMEMS-ACC. Na sliki 4.10 so prikazani zajeti signal v časovni domeni, amplitudni spekter in spektralna gostota moči signalov v smereh X in Y za triosni občutljivi pospeškomer A-K (ND15).



Slika 4.10 a) Primerjava amplitudnih spektrov za navadni in občutljivi triosni pospeškomer.

Figure 4.10 A comparison of amplitude spectra for typical and sensitive three-axial accelerometer.

V primerjavi z navadnim triosnim pospeškomerom opazimo, da je amplitudni spekter pri občutljivem pospeškomeru manj pokvarjen z belim šumom. Opazne so tudi razlike pri izmerjenih amplitudah, vendar se frekvence zaznanih nihajnih oblik zelo dobro ujemajo. Uporaba občutljivih pospeškomerov se izkaže predvsem v dejstvu, da pri izračunu prenosne in koherenčne funkcije ne bi potrebovali Welcheve metode redukcije šuma, saj bi bil že signal, filtriran z nizkoprepustnim filtrom, dovolj gladek za izračun uporabnih prenosnih in koherenčnih funkcij.

4.4.3 Vpliv temperature okolja na rezultate meritev

Glede na to, da smo meritev ambientalnih vibracij izvajali 17 ur, pri čemer temperatura okolja ni bila konstantna, smo se lotili analize vpliva temperature na vrednosti lastnih frekvenc konstrukcije. V preglednici 4.9 so zbrane povprečne temperature in zaznane lastne frekvence v enournih časovnih intervalih.

Preglednica 4.9 Vrednosti povprečnih temperatur in zaznanih lastnih frekvenc za posamezne eno urne segmente.

Table 4.9 Average temperature and identified natural frequency values for each of one hour long segments.

Čas [h]	*T* [°C]	*f1* [Hz]	*f2* [Hz]	*f3* [Hz]	*f4* [Hz]
15:00-16:00	24,9	12,5	19,2	47,4	73,9
16:00-17:00	25,2	12,5	19,2	47,4	73,9
17:00-18:00	25,9	12,5	19,2	47,4	73,9
18:00-19:00	25,4	12,5	19,2	47,4	73,9
19:00-20:00	25,5	12,5	19,2	47,4	73,9
20:00-21:00	25,5	12,6	19,1	47,4	73,9
21:00-22:00	25,6	12,6	19,1	47,4	73,9
22:00-23:00	25,6	12,5	19,1	47,4	73,9
23:00-00:00	25,6	12,6	19,1	47,4	73,9
00:00-01:00	25,6	12,6	19,1	47,4	73,9
01:00-02:00	25,6	12,6	19,2	47,4	73,9
02:00-03:00	25,5	12,6	19	47,4	73,9
03:00-04:00	25,5	12,5	19,1	47,4	73,9
04:00-05:00	25,4	12,5	19,1	47,4	73,9
05:00-06:00	25,4	12,5	19,1	47,4	73,9
06:00-07:00	22,2	12,5	19	47,4	73,9
07:00-08:00	19,7	12,5	18,9	47,4	73,9

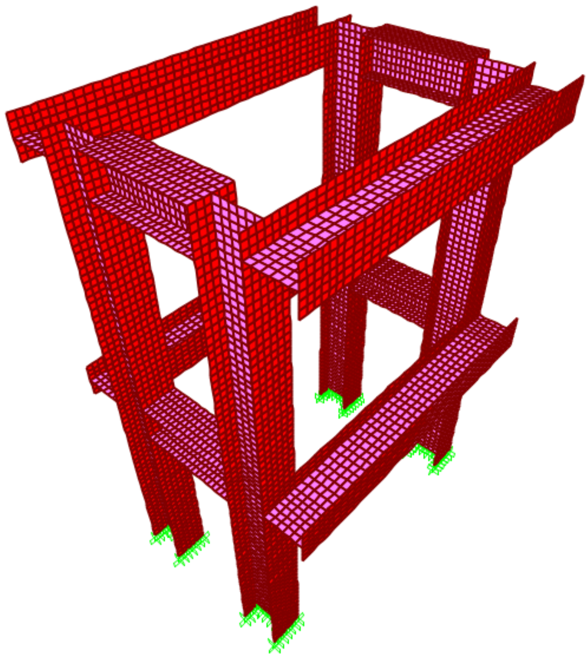
Prvo kar opazimo, da se temperatura okolja večino časa giblje okrog sobne temperature. Edina razlika v temperaturah se pojavi v zadnjih dveh urah. Razlog za to je, da je bil takrat zunanji vhod v laboratorij odprt. Kot je razvidno iz preglednice 4.9, so zaznane lastne frekvence praktično neodvisne od temperature okolja. Izkazalo se je, da tako majhna temperaturna nihanja (T_{max} = 25,6 °C in T_{min} = 19,7 °C) skorajda nimajo vpliva na vrednosti lastnih frekvenc.

5 NUMERIČNA MODALNA ANALIZA

Pred izvedbo eksperimentalnega dela naloge smo za potrebe zasnove merskih mest izvedli tudi numerično modalno analizo. V tem poglavju prikažemo, kako se rezultati preliminarne numerične analize ujemajo z dejansko izmerjenimi vrednostmi. Poglavje je razdeljeno v tri podpoglavja. V podpoglavju 5.1 najprej prestavimo numerični model konstrukcije. V podpoglavju 5.2 so prikazani rezultati numerične modalne analize in sicer izračunane lastne frekvence, nihajne oblike in deleži efektivnih mas. V podpoglavju 5.3 pa je prikazana primerjava med eksperimentalno in numerično oceno modalnih parametrov konstrukcije.

5.1 Opis numeričnega modela

Numerično modeliranje konstrukcije smo opravili s programom SAP2000 [8]. V sklopu naloge pripravimo model z uporabo tankih lupinastih elementov (ang. *Shell-Thin Finite Element*), ki je prikazan na sliki 5.1. Uporabljeni končni elementi (KE) upoštevajo Kirchoffovo teorijo lupin [29]. Pri tej teoriji se pri računu deformacij zanemari vpliv strižnih sil. V osnovi je teorija podobna Euler-Bernoullijevi teoriji linijskih nosilcev. Predpostavlja se, da prečni prerez ostane raven in pravokoten na težiščno os tudi v deformirani legi. Takšne končne elemente smo izbrali z razlogom, saj so dimenzije vseh pločevin, iz katerih so sestavljeni konstrukcijski elementi, zelo majhne, kar odgovarja predpostavkam Kirchoffove teorije. Na sliki 5.1 je prikazan izdelani numerični model v programskem okolju SAP2000.



Slika 5.1 Numerični model v programskem okolju SAP2000.

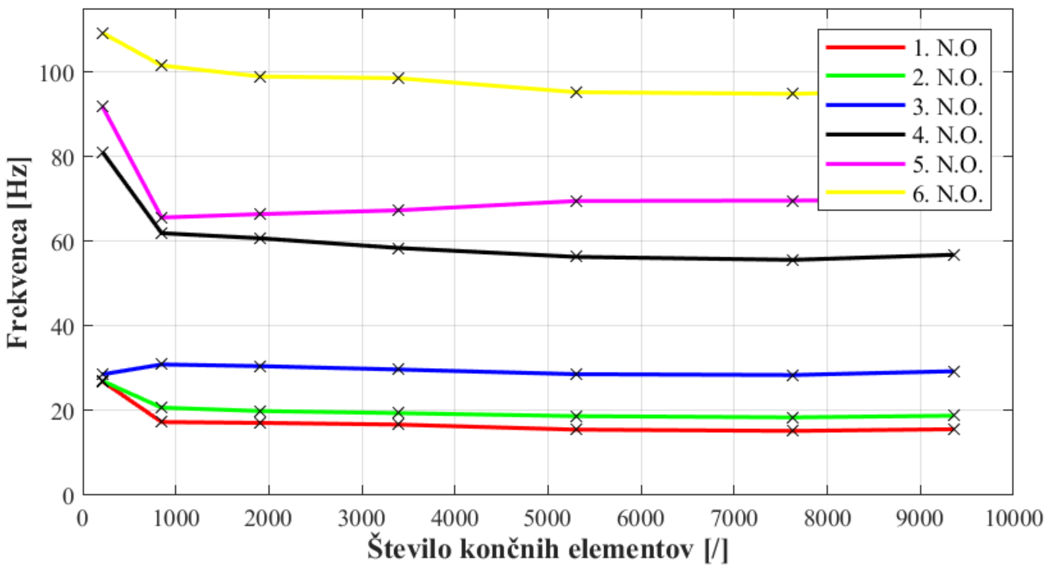
Figure 5.1 Numerical model in program SAP2000.

Glavne predpostavke, ki smo jih uporabili pri modeliranju so:

- Podpore so vpete, kar pomeni, da so preprečeni vsi pomiki in zasuki,
- Stiki med posameznimi elementi so togi,
- Težiščne linije v območjih, kjer so posamezne pločevine povezane, se prekrivajo. Tak pristop je enakovreden modeliranju toge povezave med pločevinami z uporabo togih vezi.

- Debelina končnega elementa je odvisna od debeline pločevine. Te so detajlno opisane v podpoglavju 3.1,
- Upoštevani material je konstrukcijsko jeklo S235, z modulom elastičnosti E = 210 Gpa in Poissonovim količnikom $\nu = 0{,}3$. Predpostavljena je gostota jekla $\rho = 7850$ kg/m^3.
- Pločevine so modelirane brez lokalnih oslabitev (lukenj za vijake).
- Masa konstrukcije je koncentrirana v vozliščih končnih elementov

Ker so rezultati modalne analize v splošnem odvisni od velikosti KE elementov, je potrebno izvesti konvergenčno analizo. Ta nam omogoča oceno optimalnega števila KE. Za parametre konvergenčne analize smo v danem primeru upoštevali prvih šest globalnih horizontalnih nihajnih oblik. Kadar se z zgoščanjem mreže KE lastne frekvence konstrukcije ne spreminjajo bistveno, sklepamo da je mreža dovolj gosta za natančen izračun. Na sliki 5.2 je prikazana konvergenčna analiza mreže končnih elementov.



Slika 5.2 Konvergenčna analiza mreže končnih elementov.

Figure 5.2 Covergence analysis of finite element mesh.

Ugotovimo, da je optimalno število končnih elementov 9360, saj se z nadaljnjim zgoščanjem mreže KE lastne frekvence in nihajne oblike bistveno ne spreminjajo. Podobne vrednosti dobimo že pri 5300 KE, vendar se rezultati pri tem številu končnih elementov še ne ustalijo. Velikost končnih elementov je 5x5 cm. Računski čas pri analize s 9360 KE znaša približno 13 s.

5.2 Rezultati numerične modalne analize

Z numeričnim modelom je možno določiti naslednje modalne karakteristike analizirane konstrukcije:

- Lastne frekvence konstrukcije,
- Nihajne oblike konstrukcije,
- Efektivne mase.

V preglednici 5.1 so prikazane izračunane lastne frekvence konstrukcije.

Preglednica 5.1 Izračunane lastne frekvence konstrukcije.

Table 5.1 Calculated natural frequencies of the analysed structure.

N.O.	*f* [Hz]	Tip nihajne oblike
1	15,6	1. Upogibna v X
2	18,8	1. Torzijska
3	29,3	1. Upogibna v Y
4	56,8	2. Upogibna v X
5	69,7	2. Torzijska
6	95,7	2. Upogibna v Y

Omeniti velja, da z razvitim numeričnim modelom izračunamo veliko število lokalnih nihajnih oblik, ki jih v okviru magistrske naloge ne obravnavamo. Pomembnost posameznih nihajnih oblik ocenimo glede na delež mase, ki se aktivira pri posamezni nihajni obliki glede na celotno maso konstrukcije (delež efektivne mase). Lokalne oblike prepoznamo po relativno nizkem deležu aktivirane mase. Kot uvodoma omenjeno, se v okviru magistrske naloge osredotočamo na obravnavo prvih šestih globalnih horizontalnih oblik, ki jih prepoznamo po nezanemarljivem deležu efektivnih mas (glej preglednico 5.2).

Preglednica 5.2 Delež efektivne mase za posamezno nihajno obliko.

Table 5.2 Percentage of effective masses for each of the structure's mode shapes.

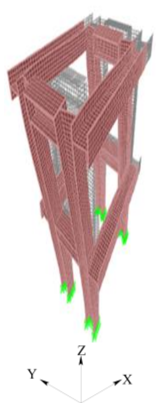
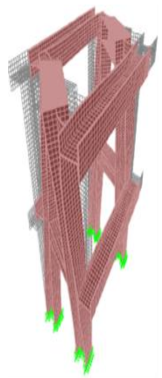
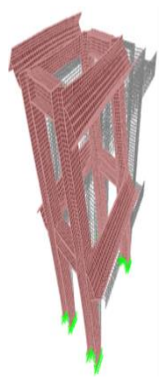
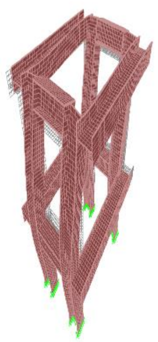
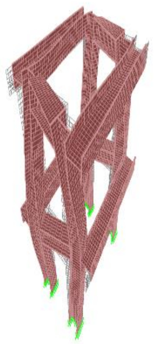
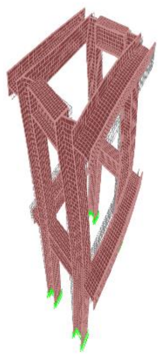
N.O.	Ux	Uy	Uz	Rx	Ry	Rz	Tip nihajne oblike
	Efektivna masa [%]						
1	75	0	0	0	14	0	1. Upogibna v X
2	0	0	0	0	0	26	1. Torzijska
3	0	73	0	15	0	0	1. Upogibna v Y
4	15	0	0	0	22	0	2. Upogibna v X
5	0	0	0	0	0	3	2. Torzijska
6	0	14	0	31	0	0	2. Upogibna v Y

Na podlagi rezultatov efektivnih nihajnih mas lahko ugotovimo, da se pri prvih dveh upogibnih nihajnih oblikah v smereh X in Y aktivira približno 90 % celotne mase konstrukcije. Delež efektivne mase v smereh X in Y pa je pričakovano zanemarljiv v primeru torzijskih nihajnih oblik. Le-te lažje prepoznamo z analizo deleže efektivne mase pri rotaciji konstrukcije okoli Z osi (RZ).

Nihajne oblike določene z metodo končnih elementov so prikazane v preglednici 5.3. Zaporedje izračunanih globalnih horizontalnih nihajnih oblik pa je enako zaporedju izmerjenih.

Preglednica 5.3 Izračunane nihajne oblike s programskim okoljem SAP2000.

Table 5.3 Mode shapes calculated using SAP2000 software.

1-B-X	1-T	1-B-Y
		
2-B-X	2-T	2-B-Y
		

Opozoriti velja, da zaporedna števila nihajne oblike iz preglednic 5.1 in 5.2 ne nujno odgovarja dejanskemu zaporedju iz računskega modela, kar je posledica lokalnih oblik. Tako je na primer zaporedje prvih dveh nihajnih oblik enako. Tretja globalna oblika pa odgovarja šele sedmi izračunani nihajni obliki. Podobno velja za četrto in peto globalno nihajno oblika, ki odgovarjata šele 14. in 15. izračunani obliki. Šesta globalna oblika pa odgovarja šele 20. izračunani obliki.

5.3 Primerjava numerično in eksperimentalno določenih modalnih parametrov

Primerjavo numerično in eksperimentalno določenih modalnih parametrov razdelimo na dva dela. V prvem delu primerjamo vrednosti lastnih frekvenc konstrukcije. V drugem delu se osredotočimo na primerjavo nihajnih oblik. V ta namen uporabimo navzkrižni MAC kriterij, s katerim primerjamo izračunane in izmerjene nihajne oblike konstrukcije. V preglednici 5.4 so prikazane razlike med zaznanimi lastnimi frekvencami na podlagi posameznih metod modalne identifikacije z izračunanimi.

Preglednica 5.4 Odstopanje izračunanih lastnih frekvenc od izmerjenih.

Table 5.4 Difference between calculated and measured natural frequencies.

N.O.	Felber			ARTeMIS Modal Pro		
	Amb.	S-X	S-Y	Amb.	S-X	S-Y
	Odstopanje [%]					
1	24,8	25,8	24,8	24,8	25,8	24,8
2	n.z.	25,3	24,5	n.z.	25,3	n.z.
3	52,6	52,6	57,5	53,4	n.z.	56,7
4	19,8	20,3	20,3	19,8	20,3	20,3
5	n.z.	38,3	38,3	38	38,6	38,3
6	29,5	32,7	32,7	28,8	n.z.	32,5

Iz preglednice 5.4 je razvidno, da so izračunane lastne frekvence večje od izmerjenih. Prvi dve lastni frekvenci sta precenjeni za približno 25 % Največje razlike se pojavijo pri tretji lastni frekvenci, ki je precenjena za več kot 50 %. Najmanjše razlike so prisotni pri četrti lastni frekvenci, ki jo z numeričnim modelom precenimo za 20 %.

Zaključimo lahko, da uporabljeni način modeliranja privede do prevelike togosti konstrukcije. Možni razlog je delna podajnost dejanskih spojev med elementi oziroma ob vpetju konstrukcije, ki v odziv konstrukcije vpelje dodatno podajnost in s tem zmanjša lastne frekvence konstrukcije. V numeričnem modelu smo vse spoje modelirali kot polno vpete, kar bi lahko bil razlog za precenjeno togost konstrukcije. Za potrditev navedene hipoteze bi bilo potrebno izvesti dodatne analize in posodabljanje numeričnega modela na podlagi izmerjenih lastnih frekvenc, kar pa presega predvideni obseg magistrske naloge.

V preglednici 5.5 so prikazane še navzkrižne MAC matrike, na podlagi katerih izvedemo primerjavo izmerjenih in izračunanih nihajnih oblik.

Preglednica 5.5 Navzkrižne MAC matrike za izmerjene in izračunane nihajne oblike.

Table 5.5 CrossMAC matrices for measured and calculated mode shapes.

	a) MKE – Amb. Vib. – Klasična met.						b) MKE – Amb. Vib. FDD met.						
MAC	1-U-X	1-T	1-U-Y	2-U-X	2-T	2-U-Y	1-U-X	1-T	1-U-Y	2-U-X	2-T	2-U-Y	
1-U-X	0,835	0	0	0,095	0,006	0,008	0,921	0	0	0,051	0,008	0,006	Izmerjene N.O.
1-T	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	
1-U-Y	0,045	0,045	0,561	0,059	0,258	0,004	0,03	0,031	0,598	0,04	0,175	0,003	
2-U-X	0	0,001	0	0,683	0,02	0,003	0,018	0	0	0,793	0,015	0,003	
2-T	/	/	/	/	/	/	0	0,017	0,002	0,018	0,885	0,157	
2-U-Y	0,013	0,05	0,113	0,013	0,136	0,484	0,01	0,037	0,083	0,01	0,1	0,551	
	c) MKE – Vsiljene vib. X – Klasična met.						Č) MKE – Vsiljene vib. X FDD met.						
	1-U-X	1-T	1-U-Y	2-U-X	2-T	2-U-Y	1-U-X	1-T	1-U-Y	2-U-X	2-T	2-U-Y	
1-U-X	0,894	0,016	0,022	0,029	0,003	0,001	0,953	0,014	0,018	0,05	0	0,001	Izmerjene N.O.
1-T	0,002	0,756	0,104	0,003	0,051	0,199	0,001	0,761	0,082	0,002	0,041	0,158	
1-U-Y	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	
2-U-X	0	0,013	0,015	0,778	0	0,002	0,013	0,009	0,014	0,865	0,001	0,002	
2-T	0,001	0,011	0,013	0,001	0,793	0	0,007	0,013	0,012	0	0,759	0	
2-U-Y	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	
	d) MKE – Vsiljene vib. Y – Klasična met.						e) MKE – Vsiljene vib. Y FDD met.						
	1-U-X	1-T	1-U-Y	2-U-X	2-T	2-U-Y	1-U-X	1-T	1-U-Y	2-U-X	2-T	2-U-Y	
1-U-X	0,864	0	0	0,031	0,004	0,008	0,933	0	0	0,051	0,008	0,006	Izmerjene N.O.
1-T	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	
1-U-Y	0,01	0,03	0,549	0,078	0,218	0,007	0,007	0,021	0,589	0,054	0,15	0,005	
2-U-X	0,029	0	0	0,678	0,013	0,004	0,029	0	0	0,831	0,013	0,004	
2-T	0,014	0	0	0	0,788	0,007	0,014	0	0	0	0,822	0,007	
2-U-Y	0,004	0,26	0,196	0,009	0,101	0,731	0,002	0,169	0,127	0,006	0,066	0,523	
	Izračunane N.O.						Izračunane N.O.						

(yellow)	MAC = (0 ; 0,25]	(light orange)	MAC = (0,25 ; 0,5]
(dark orange)	MAC = (0,5 ; 0,75]	(green)	MAC = (0,75 ; 1]

Najboljše ujemanje med numeričnim modelom in meritvami smo določili za prvo nihajno obliko, saj je navzkrižni kriterij modalne gotovosti v tem primeru največji. Ujemanje ostalih nihajnih oblik je slabše. V vsakem primeru pa je zaporedje izmerjenih in izračunanih globalnih horizontalnih nihajnih oblik ohranjeno. Navzkrižne MAC matrike pričakovano niso simetrične, vendar so največje vrednosti v matrikah na diagonalah.

6 ZAKLJUČEK

V magistrski nalogi smo opravili eksperimentalno in numerično oceno modalnih parametrov enostavne jeklene konstrukcije. Konstrukcije je bila postavljena v Laboratoriju za konstrukcije Zavoda za gradbeništvo Slovenije v okviru raziskovalnega projekta »DataBridge«.

Za namen eksperimentalne modalne identifikacije smo konstrukcijo opremili z različnimi senzorji. Na konstrukcijo smo tako postavili dvanajst triosnih pospeškomerov, osem enoosnih občutljivih pospeškomerov, en triosni občutljivi pospeškomer in temperaturni senzor. Protokol meritev je obsegal meritev odziva konstrukcije na ambientalne in vsiljene vibracije z elektromehanskih vzbujevalnikom. Meritev odziva na ambientalne vibracije smo izvajali 17 ur, pri čemer smo ves čas spremljali tudi temperature okolice. Test z vsiljenimi vibracijami smo izvedli s postavitvijo vzbujevalnika na zgornjo etažo konstrukcije in vzbujanjem konstrukcije z logaritemsko naraščajočo frekvenco vzbujanja med 1 Hz in 200 Hz (angl. *Sweep vibration test*). Vzbujanje smo opravili ločeno v obeh horizontalnih smereh.

Eksperimentalno oceno modalnih parametrov konstrukcije (lastnih frekvenc, nihajnih oblik in koeficientov dušenja) smo določili na podlagi obeh protokolov meritev in z dvema metodama obratovalne modalne analize, t.j. s klasično metodo z upoštevanjem koherence med signali [3] in metodo razcepa v frekvenčni domeni (ang. *Frequency Domain Decomposition Method* – FDD) [4]. Za implementacijo klasične metode smo razvili lastne skripte v programskem okolju Matlab [6], medtem ko smo za izvedbo metode razcepa v frekvenčni domeni uporabili programsko orodje ARTeMIS Modal Pro. Primerjava metod nam je služila za kontrolo rezultatov, primerjavo natančnosti in oceno uporabnosti klasičnega postopka za obravnavano konstrukcijo, pri čemer smo se omejili na identifikacijo prvih šestih globalnih horizontalnih nihajnih oblik.

Iz primerjave rezultatov modalne identifikacije konstrukcije izhaja, da sta obe metodi privedli do zelo primerljivih ocen lastnih frekvenc. Razlika je bila le v tem, da smo pri obdelavi meritev ambientalnih vibracijah s klasično metodo zaznali eno nihajno obliko manj kot s metodo FDD in sicer drugo torzijsko. Odstopanje lastnih frekvenc je bilo za zaznane nihajne oblike sicer zanemarljivo (odstopanje manj od 1%). Zaključek velja tako za rezultate meritev odziva na ambientalne vibracije kot tudi za meritev odziva na vsiljene deformacije. Poudariti velja, da je dobro ujemanje metod posledica relativno velikega razmika med lastnimi frekvencami obravnavanih nihajnih oblik, kar pomeni, da je bila predpostavka klasične metode o nepovezanih nihajnih oblikah dobro izpolnjena.

Iz primerjave modalne identifikacije na podlagi ambientalnih in vsiljenih vibracij smo ugotovili, da smo lahko z vsiljenimi vibracijami na širokem frekvenčnem območju učinkovito zaznali vseh šest globalnih horizontalnih nihajnih oblik. V ta namen je bilo sicer potrebno upoštevati rezultate za obe smeri vzbujanja. Na podlagi meritev ambientalnih vibracij nismo uspeli zaznati torzijskih nihajnih oblik. Prednost testa z vsiljenimi vibracijami je torej v močnejšem vzbujanju konstrukcije, ki nam je omogočilo identifikacijo večjega števila nihajnih oblik.

Za konstrukcijo smo opravili tudi primerjavo ujemanja nihajnih oblik. Primerjavo smo izvedli tako vizualno kot tudi na podlagi kriterija modalne gotovosti. Ustreznost nihajnih oblik smo potrdili z izračunom avtomatskih MAC matrik. Te so pokazale, da so zaznane nihajne oblike nepovezane, kar potrjuje ustreznost modalne identifikacije. Ujemanje nihajnih oblik med metodama obratovalne modalne analize smo preučili z analizo navzkrižnih MAC matrik. Te so pokazale dobro ujemanje nihajnih oblik med metodama, kar se je pokazalo z diagonalnimi vrednostmi navzkrižnimi MAC blizu vrednosti 1,0.

Dodatno smo v magistrski nalogi preučevali tudi vpliv dispozicije in občutljivosti senzorjev na primeru meritev ambientalnih vibracij. Ugotovili smo, da smo z enoosnimi občutljivimi senzorji zaznali obe torzijski nihajni obliki. To nakazuje potencialno ugoden učinek uporabe občutljivejših pospeškomerov. Po drugi strani pa nismo zaznali dveh upogibnih oblik v močni smeri konstrukcije (smer Y), kar je posledica manj globalne dispozicije enoosnih pospeškomerov. Le-ti so bili postavljeni samo na okvir v ravnini Y-Z, zato bi z bolj globalno postavitvijo senzorjev verjetno dosegli boljše rezultate. Neposreden vpliv občutljivosti senzorja smo preučevali na podlagi primerjave zaznanih frekvenc z navadnim in občutljivim triosnim pospeškomerom, ki smo ju postavili na isto lokacijo. Primerjava rezultatov je pokazala manjši vpliv šuma v primeru občutljivega triosnega pospeškomera.

S spremljanjem temperature med meritvijo ambientalnih vibracij nismo zaznali pomembnejšega vpliva temperature na izmerjene lastne frekvence konstrukcije. Rezultat je bil posledica relativno majhnega gradienta temperature med meritvijo. Največja relativna sprememba temperature je znašala 6°C, kar ni bilo dovolj, da bi lahko zaznali vidnejši vpliv temperature na izmerjene modalne parametre.

Pred izvedbo eksperimentalnega dela naloge smo za potrebe zasnove merskih mest izvedli tudi numerično modalno analizo. V ta namen smo v programu SAP2000 [8] izdelali numerični model konstrukcije z uporabo tankih lupinastih elementov, ki delujejo po Kirchoffovi teoriji lupin [29]. Pri modeliranju konstrukcije smo uvedli določene poenostavitve. Upoštevali smo, da so spoji konstrukcijskih elementov neskončno togi in da so v podporah preprečeni pomiki in zasuki stebrov. Pred izvedbo modalne analize smo za izdelani model opravili konvergenčno študijo, s katero smo ocenili optimalno število končnih elementov. Uporabljeni numerični model je bil sestavljen iz 9360 končnih elementov, velikost končnih elementov pa je znašala 5x5 cm.

Za numerični model smo opravili analizo lastnega nihanja in rezultate primerjali z izmerjenimi vrednostmi. Iz primerjave lastnih frekvenc smo ugotovili, da uporabljeni način modeliranja privede do precenjenih lastnih frekvenc konstrukcije, kar nakazuje, da je togost konstrukcije precenjena. Ujemanje šestih globalni nihajnih oblik konstrukcije je bilo sicer zelo dobro, kar je potrdila tako vizualna primerjava kot tudi primerjava navzkrižnih MAC matrik. Možni razlog za precenjene lastne frekvence je delna podajnost dejanskih spojev med elementi oziroma ob vpetju konstrukcije, ki v odziv vnaša dodatno podajnost in s tem zmanjša lastne frekvence konstrukcije. Za potrditev navedene hipoteze bi bilo potrebno izvesti dodatne analize in posodabljanje numeričnega modela na podlagi izmerjenih lastnih frekvenc, kar pa presega predvideni obseg magistrske naloge.

Glede na to, da je v magistrski nalogi obravnavana samo obratovalna modalna analiza, bi bil naslednji našega dela verifikacija dobljenih rezultatov z uporabo metod eksperimentalne modalne analize. Pri teh metodah poleg podatkov o odzivu konstrukcije upoštevamo tudi podatke o vhodnem vzbujanju, s čimer lahko določimo še boljše ocene modalnih parametrov.

VIRI

[1] Brincker, R., Ventura, C., 2015. Introduction to Operational Modal Analysis, Wiley Online Library. https://doi.org/10.1002/9781118535141.

[2] Kurent, B., Friedman, N,, Brank, B., 2021, On (bayesian) finite element model updating of civil engineering structures by using modal features, ECCOMAS 2021 (Str. 9-11).

[3] Felber, A. J., 1993. Development of a hybrid bridge evaluation system, PhD. Thesis, Vancouver, Canada, University of British Columbia, 277 str.

[4] Brincker, R., Zhang, L., Andersen, P. 2000. Modal Identification from Ambient Reesponses using Frequency Domain Decomposition, IMAC 18: Proceeding of the International Modal Analysis Conference, San Antonio, Texas, USA.

[5] Fajfar, P. 1984. Dinamika gradbenih konstrukcij, Ljubljana, Univerza v Ljubljani, FAGG, 519 str.

[6] MATLAB. (2022a). Natick, Massachusetts: The MathWorks Inc.

[7] ARTeMIS Modal Pro (2022), Structural Vibration Solutions A/S, NOVI Science Park

[8] CSI, 2020. CSI Analysis Reference Manual for SAP2000. Computers and Structures, Inc. Berkeley, California, USA.

[9] SIST EN 1998-1. 2005. Evrokod 8: Projektiranje potresno odpornih konstrukcij. Del 1: Splošna pravila, potresni vplivi in vplivi na stavbe, marec 2005.

[10] Ghali, A., Neville, A. M. 2017. Structural Analysis – A unified classical and matrix approach, London, University of Calgary, Canada, 933 str.

[11] Ma, F., Ng, C.H. 2003. On the orthogonality of natural modes of vibration, Mechanical Research Communications 31, 295 – 299. doi: 10.1016/j.mechrescom.2003.03.001.

[12] Jimin, H., Zhi-Fang, F., 2001, Modal Analysis, Linacre House, Jordan Hill, Oxford, Butterworth-Heinemann, 291 str.

[13] Brigham, E. 1988. The fast Fourier transform and its applications. Engelwood Cliffs: Prentice-Hall.

[14] Cerna, M., Harvey, A. F. 2000. The fundamentals of FFT-based signal analysis and measurement, National Instruments Corporation.

[15] Brigham, E. 1988. The fast Fourier transform and its applications. Engelwood Cliffs: Prentice-Hall.

[16] Cooley, J., Tukey, J., 1965, An algorithm for the machine calculation of complex Fourier series, *Math. Comput.* 19 (90): 297–301.

[17] Leis, W., John. 2011. Digital signal processing using MATLAB for students and researchers, Hoboken, New Jersey, John Wiley & Sons, Canada, 84 str.

[18] Naderpour, H., Fakharian, P. A synthesis of peak picking method and wavelet packet transform for structural modal identification, KSCE Journal of Civil Engineering 20, 2859 – 2867. doi: 10.1007/s12205-016-0523-4.

[19] Welch, P., 1967, The use of Fast Fourier Transform for the estimation of power spectra: A method based on time averaging over short, modified periodograms, IEEE Transactions on Audio and Electroacoustics, AU-15 (2): 70-73.

[20] Soojin, C., Jerome P. L., Jong-Jae L., Chung-Bang Y. Development of an automated wireless tension force estimation system for cable-stayed bridges, Journal of Intelligent Material Systems and Structures 2010 21:361. doi: 10.1177/1045389X09350719.

[21] Allemang, R., J. 2003. The modal assurance criterion – Twenty years of use and abuse, Sound & Vibrations 37, 14-23,

[22] MonoDAQ, 2019b, 3-axial MEMS accelerometer with EtherCAT interface and DEWESoft software support, https://www.monodaq.com/shop/media/uploads/MonoDAQ-E-gMeter/MonoDAQ-E-gMeter_v2.4_2019-05-03.pdf (Pridobljeno 28.07.2022.)

[23] Gabriel, K., Jarvis, J., Trimmer, W. 1988. Small Machines, Large Opportunities: A Report on Emerging Field of MicroDynamics: Report of the Workshop on Microelectromechanical Systems Research, AT&T Laboratories, 31 str.

[24] DEWESoft, 2019, Dewesoft X3, https://dewesoft.com/products/daq-software/dewesoft-x (Pridobljeno 28. 07. 2022.)

[25] Levinzon, F. 2015. Piezoelectric Accelerometers with Integral Electronics, Meggitt Sensing Systems, Irvine, CA, USA, 180 str.

[26] MonoDAQ, 2019a, Fully configurable isolated strain gauge amplifier with EtherCAT bus and DEWESoft software support, https://www.monodaq.com/shop/media/uploads/MonoDAQ-E-STG/MonoDAQ-E-STG_Datashee_v1.0.pdf (Pridobljeno 26. 10. 2022)

[27] APS DYNAMIC INC. 2017, APS 400 Electro-Seis long stroke shaker with linear ball bearing, https://www.apsdynamics.com/en/products/details/vibration-exciter/aps-400.html (Pridobljeno 26. 10. 2022)

[28] Zagid, F.B., Ong, Z.C. & Khoo, S.Y. A review of operational modal analysis techniques for in-servise modal identification. J Braz. Soc. Mech. Sci. Eng. 42, 398 (2020). doi: 10.1007/s40430-020-02470-8.

[29] Timoshenko, S., Woinowsky-Krieger, S. 1989. Theory of plates and shells, New York, McGraw-Hill Book Company, 580 str.