

Univerza
v Ljubljani

Fakulteta
*za gradbeništvo
in geodezijo*



MITJA GREGORČIČ

**RAČUNALNIŠKI PRIPOMOČEK ZA DOLOČANJE
UPOGIBNEGA MOMENTA PO TDR V OSNO
OBREMENJENIH AB ELEMENTIH**

DIPLOMSKA NALOGA

**UNIVERZITETNI ŠTUDIJSKI PROGRAM
PRVE STOPNJE GRADBENIŠTVO**

Ljubljana, 2019

Univerza
v Ljubljani

Fakulteta za
*gradbeništvo in
geodezijo*



Kandidat/-ka:

MITJA GREGORČIČ

**RAČUNALNIŠKI PRIPOMOČEK ZA DOLOČANJE
UPOGIBNEGA MOMENTA PO TDR V OSNO
OBREMENJENIH AB ELEMENTIH**

**COMPUTATIONAL TOOL FOR DETERMINING
THE BENDING MOMENT ACCORDING TO
SECOND ORDER THEORY IN AXIALLY LOADED
REINFORCED CONCRETE ELEMENTS**

Mentor/-ica:

doc. dr. Jože Lopatič

Predsednik komisije:

Član komisije:

STRAN ZA POPRAVKE

Stran z napako

Vrstica z napako

Namesto

Naj bo

BIBLIOGRAFSKO – DOKUMENTACIJSKA STRAN IN IZVLEČEK

UDK: 624.012.45:624.075.2(043.2)
Avtor: Mitja Gregorčič
Mentor: doc. dr. Jože Lopatič
Naslov: Računalniški pripomoček za določanje upogibnega momenta po TDR v osno obremenjenih AB elementih
Tip dokumenta: diplomsko delo – univerzitetni študij
Obseg in oprema: 27 str., 30 sl., 27 en., 1 pregl.
Ključne besede: teorija drugega reda, uklon, SIST EN 1992-1-1

Izvleček

V diplomski nalogi je predstavljen računalniški pripomoček za določanje upogibnega momenta po teoriji drugega reda (v nadaljevanju TDR) v osno obremenjenih armiranobetonskih elementih v skladu s standardom SIST EN 1992-1-1.

Pripomoček je izdelan v programu Microsoft Office Excel. Za izračun učinkov po TDR preprosto vpišemo osnovne potrebne vhodne podatke (geometrija, obtežba), nekatere (vrsta betona, armature itd.) pa izberemo iz seznama, pripadajoči potrebni parametri se potem samodejno vpišejo na predvidena mesta.

V pripomočku se izvaja preverjanje kriterija potrebnosti upoštevanja učinkov TDR ter dve poenostavljeni metodi za določanje učinkov TDR. To sta metoda, ki temelji na nazivni togosti, ter metoda, ki temelji na nazivni ukrivljenosti. Pripomoček nam na koncu vrne vrednost, za katero se poveča upogibni moment po TDR glede na upogibni moment po teoriji prvega reda.

V diplomski nalogi je predstavljen še enostaven računski primer, s katerim je prikazano delovanje pripomočka. Prav tako je na koncu narejena še primerjava rezultatov.

BIBLIOGRAPHIC – DOCUMENTALISTIC INFORMATION

UDC: 624.012.45:624.075.2(043.2)
Author: Mitja Gregorčič
Supervisor: Assist. Prof. Jože Lopatič, Ph. D.
Title: Computational tool for determining the bending moment according to second order theory in axially loaded reinforced concrete elements
Document type: Graduation Thesis – University studies
Scope and tools: 27 p., 30 fig., 27 eq., 1 tab.
Keywords: second order theory, buckling, SIST EN 1992-1-1

Abstract

This diploma thesis presents a computational tool for determining the bending moment according to the Second-Order Theory in axially loaded reinforced concrete elements in accordance with the SIST EN 1992-1-1 standard.

The tool is created in Microsoft Office Excel software. For the Second-Order Theory effect calculation we simply enter the essential required input data (geometry, load), the other data (concrete type, reinforcement, etc.) is selected from the drop-down list, and the necessary parameters are automatically entered into the designated spots.

The tool tests the criterion of the effectiveness of Second-Order Theory when it is taken into consideration. There are also two simplified methods for determining the effects of the Second-Order Theory. The first is the method based on nominal rigidity, and the second is the method based on nominal curvature. At the end, the tool returns a value that increases the bending moment according to Second-Order theory against the First-Order Theory bending moment.

The diploma thesis also presents an example of simple calculation showing the functioning of the tool, and the comparison of results is made in the conclusion.

ZAHVALA

Zahvaljujem se staršem, ki so mi omogočili študij in me podpirali vsa leta študija.

Zahvala gre tudi vsem, ki so mi med študijem in pri izdelavi diplomske naloge kakorkoli pomagali.

Iskreno pa se zahvaljujem mentorju doc. dr. Jožetu Lopatiču za usmerjanje in pomoč pri izdelavi diplomske naloge.

KAZALO VSEBINE

1	UVOD	1
2	ANALIZA UČINKOV TEORIJE DRUGEGA REDA PRI OSNO OBREMENJENIH ELEMENTIH.....	2
2.1	Splošno	2
2.2	Poenostavljeni kriteriji potrebnosti upoštevanja učinkov teorije drugega reda.....	2
2.2.1	Kriterij vitkosti pri izoliranih elementih.....	2
2.2.2	Vitkost in uklonska dolžina izoliranih elementov	4
2.3	Lezenje.....	5
2.4	Metode analize	6
2.4.1	Metoda, ki temelji na nazivni togosti	6
2.4.1.1	Splošno	6
2.4.1.2	Nazivna togost	6
2.4.1.3	Faktor povečanja upogibnega momenta	8
2.4.2	Metoda, ki temelji na nazivni ukrivljenosti	8
2.4.2.1	Splošno	8
2.4.2.2	Upogibni moment	9
2.4.2.3	Ukrivljenost	10
3	PRIPOMOČEK ZA IZRAČUN POVEČANJA UPOGIBNEGA MOMENTA ZARADI VPLIVA TDR V PROGRAMU EXCEL.....	12
3.1	Splošno	12
3.2	Uporaba orodja	12
3.2.1	Poenostavljeni kriteriji potrebnosti upoštevanja učinkov teorije drugega reda.....	12
3.2.1.1	Kriterij vitkosti pri izoliranih elementih.....	12
3.2.1.2	Vitkost in uklonska dolžina izoliranih elementov	15
3.2.1.3	Lezenje.....	17
3.2.1.4	Potreba kontrole po teoriji drugega reda	17
3.2.2	Metoda, ki temelji na nazivni togosti	18
3.2.2.1	Nazivna togost	18
3.2.2.2	Faktor povečanja upogibnega momenta	19
3.2.3	Metoda, ki temelji na nazivni ukrivljenosti	19
3.2.3.1	Upogibni moment	19
3.2.3.2	Ukrivljenost	20
4	RAČUNSKI PRIMER	22
4.1	Opis problema.....	22
4.2	Materialne karakteristike.....	22
4.3	Obremenitve	23
4.4	Uklonska dolžina in vitkost.....	23
4.5	Izračun učinkov zaradi teorije drugega reda.....	25
4.5.1	Metoda, ki temelji na nazivni togosti	25
4.5.2	Metoda, ki temelji na nazivni ukrivljenosti	26
4.6	Analiza rezultatov	27
5	ZAKLJUČEK.....	29
VIRI		30

KAZALO PREGLEDNIC

Preglednica 1: Primerjava izračunanih projektnih upogibnih momentov	27
---	----

KAZALO SLIK

Slika 1: Prirastek upogibnega momenta pri upoštevanju teorije drugega reda.....	2
Slika 2: Izolirani elementi z ekscentrično osno silo ali bočno silo.....	3
Slika 3: Primeri različnih uklonskih oblik in pripadajočih uklonskih dolžin izoliranih elementov	4
Slika 4: Kriterij vitkosti pri izoliranih elementih	13
Slika 5: Opis parametrov na desni strani obrazcev	13
Slika 6: Primer poteka upogibnega momenta	14
Slika 7: Pozitivna stran stebra in oznake armature	14
Slika 8: Spustni seznam za izbiro trdnostnega razreda betona.....	14
Slika 9: Izbor vrednosti parametrov	14
Slika 10: Obrazec za izračun uklonske dolžine izoliranih elementov in vitkosti	15
Slika 11: Uklonske oblike izoliranih elementov	16
Slika 12: Izbira ustrezne uklonske oblike	16
Slika 13: Obrazec za račun uklonskih dolžin primerov f) in g)	16
Slika 14: Obrazec za izračun efektivnega koeficienta lezenja φ_{ef}	17
Slika 15: Kontrola potrebe upoštevanja učinkov teorije drugega reda.....	17
Slika 16: Obrazec za izračun nazivne togosti	18
Slika 17: Obrazec za izračun projektnega upogibnega momenta po TDR.....	19
Slika 18: Izbor oblike poteka upogibnega momenta po TPR.....	19
Slika 19: Obrazec za izračun projektnega upogibnega momenta z upoštevanjem TDR	20
Slika 20: Izbor poteka ukrivljenosti.....	20
Slika 21: Obrazec za izračun ukrivljenosti	21
Slika 22: primer AB stebra.....	22
Slika 23: Izračun mejne vitkosti	24
Slika 24: Izračun vitkosti in uklonske dolžine stebra	24
Slika 25: Izračun efektivnega koeficienta lezenja stebra φ_{ef}	24
Slika 26: Kriterij kontrole po TDR.....	25
Slika 27: Izračun nazivne togosti stebra	25
Slika 28: Izračun projektnega upogibnega momenta za dimenzioniranje stebra po	26
Slika 29: Izračun upogibnega momenta za dimenzioniranje stebra po metodi,	26
Slika 30: Izračun ukrivljenosti.....	27

1 UVOD

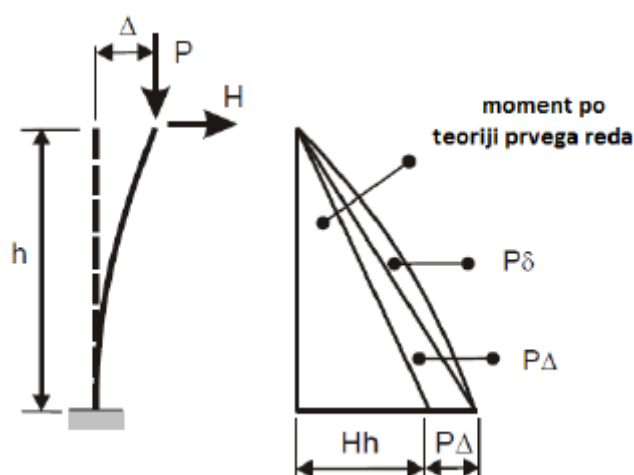
Postopek projektiranja armiranobetonskih konstrukcij v Sloveniji in Evropi poteka po evropskih standardih Evrokod. Projektiranje betonskih konstrukcij pokriva standard Evrokod 2 (SIST EN 1992-1-1). Pri projektiranju je treba dokazati varnost konstrukcije proti porušitvi, njeno uporabnost in trajnost. Ločimo mejna stanja nosilnosti in mejna stanja uporabnosti konstrukcije. Po navadi nam za določanje notranjih statičnih količin zadošča analiza konstrukcije v začetni (nedeformirani) legi. Kadar imajo deformacije zanemarljiv vpliv na določanje notranjih statičnih količin, vpliv le-teh preprosto zanemarimo (analiza po teoriji prvega reda – TPR). Pri nekaterih konstrukcijah, še posebno pri ekscentrično tlačnih elementih, pa imajo lahko deformacije velik vpliv na velikost notranjih statičnih količin, zato jih je potrebno pri analizi upoštevati (analiza po teoriji drugega reda – TDR). Vpliv deformacij pri notranjih statičnih količinah se kaže v povečanem upogibnem momentu v obravnavanem elementu. V tej diplomski nalogi sem se omejil na dimenzioniranje AB stebrov oziroma še konkretnije na povečanje upogibnega momenta zaradi teorije drugega reda.

Osnovni cilj diplomske naloge je izdelava pripomočka za praktično dimenzioniranje armiranobetonskih elementov v skladu z EC2. Kot že omenjeno, sem se v nalogi omejil le na povečanje upogibnega momenta zaradi učinka TDR. V programu Excel sem izdelal orodje, ki ta prirastek momenta na podlagi osnovnih parametrov samodejno izračuna v skladu z EC2. V orodju imamo na voljo osnovno kontrolo, če je učinke TDR sploh potrebno upoštevati, ter dve poenostavljeni metodi za račun tega dodatnega upogibnega momenta. Metodi sta bolj podrobno predstavljeni v nadaljevanju naloge. Metodi se pretežno uporabljata za izolirane elemente, za katere je orodje tudi namenjeno.

2 ANALIZA UČINKOV TEORIJE DRUGEGA REDA PRI OSNO OBREMENJENIH ELEMENTIH

2.1 Splošno

Deformacije nosilne konstrukcije je treba pri izračunu vedno upoštevati takrat, kadar imajo te nezanemarljiv vpliv na notranje statične količine (NSK) in s tem tudi na nosilnost gradbenega elementa. Statična analiza konstrukcij je bila nekoč zelo zahtevna, danes pa nam računalniki omogočajo hiter preračun statično nedoločenih konstrukcij tudi po teoriji drugega reda oz. tako imenovano P- Δ analizo (upoštevani samo horizontalni pomiki vozlišč), naprednejši programi pa tudi P- δ analizo konstrukcij (upoštevano tudi ukrivljenje elementov). Slika 1 prikazuje prirastek upogibnega momenta pri upoštevanju teorije drugega reda. SIST EN 1992-1-1 podaja enačbe za izračun mejne vitkosti in v kolikor vitkost elementa presega vrednost mejne vitkosti je pri analizi potrebno upoštevati tudi učinke teorije drugega reda. [1]



Slika 1: Prirastek upogibnega momenta pri upoštevanju teorije drugega reda [2]

2.2 Poenostavljeni kriteriji potrebnosti upoštevanja učinkov teorije drugega reda

2.2.1 Kriterij vitkosti pri izoliranih elementih

Skladno z določili iz standarda SIST EN 1992-1-1 lahko učinke teorije drugega reda zanemarimo, če je vitkost izoliranega elementa λ manjša od mejne vitkosti λ_{lim} , ki jo izračunamo z izrazom:

$$\lambda_{lim} = 20 \cdot A \cdot B \cdot C / \sqrt{n}, \quad (1)$$

kjer so:

$$A = 1/(1 + 0,2\varphi_{ef}) \quad (\text{če } \varphi_{ef} \text{ ni znan, se lahko uporabi } A = 0,7), \quad (2)$$

$$B = \sqrt{1 + 2\omega} \quad (\text{če } \omega \text{ ni znan, se lahko uporabi } B = 1,1), \quad (3)$$

$$C = 1,7 - r_m \quad (\text{če } r_m \text{ ni znan, se lahko uporabi } C = 0,7), \quad (4)$$

Pri tem je n normirana osna sila, φ_{ef} učinkoviti koeficient lezenja, ω je mehanska stopnja armiranja ter r_m razmerje upogibnih momentov. Izračun φ_{ef} je prikazan v enem izmed naslednjih poglavij, medtem ko ostale vrednosti izračunamo z naslednjimi izrazi:

$$\omega = A_s f_{yd}/(A_c f_{cd}), \quad (5)$$

$$n = N_{Ed}/(A_c f_{cd}), \quad (6)$$

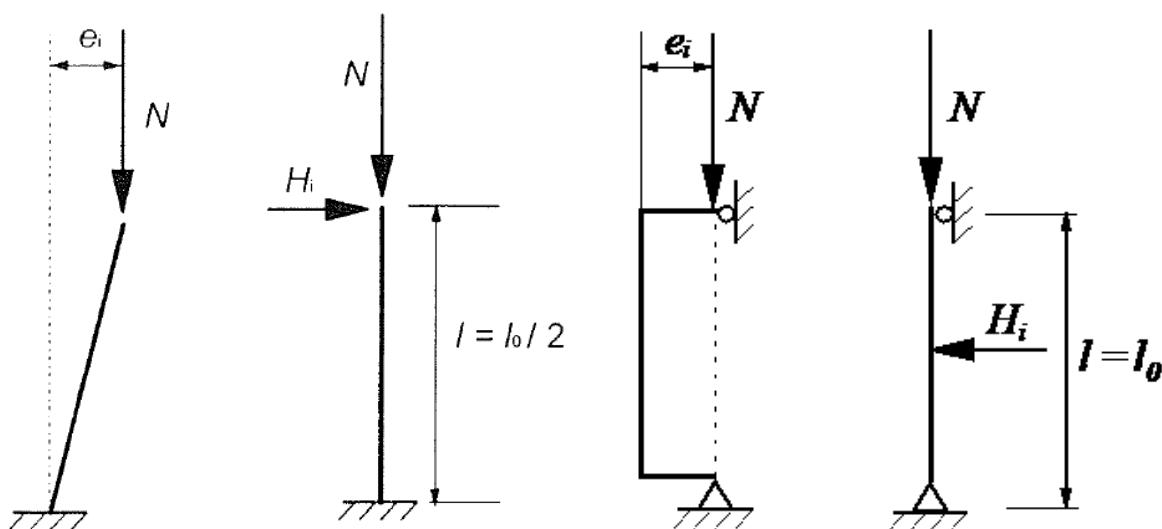
$$r_m = M_{01}/M_{02}. \quad (7)$$

A_s je celoten prerez vzdolžne armature, M_{01} in M_{02} pa sta po teoriji prvega reda določena upogibna momenta na koncih elementa. Oznaka je izbrana tako, da velja: $|M_{02}| \geq |M_{01}|$.

Če upogibna momenta na koncih elementa M_{01} in M_{02} povzročata natege na isti strani elementa, je r_m potrebno upoštevati kot pozitivno, v nasprotnem primeru pa kot negativno vrednost.

V naslednjih primerih je potrebno za r_m vzeti 1,0:

- za zavarovane elemente, pri katerih upogibni momenti po teoriji prvega reda izhajajo samo ali pretežno iz nepopolnosti ali prečne obtežbe in
- na splošno za nezavarovane elemente.



Slika 2: Izolirani elementi z ekscentrično osno silo ali bočno silo:
nezavarovan element (levo), zavarovan element (desno) [1]

V primeru dvojnega upogiba se kriterij vitkosti lahko preveri ločeno v vsaki smeri. Odvisno od ugotovitev preverjanja se učinke teorije drugega reda lahko zanemarijo v obeh smereh, v eni smeri ali pa jih je potrebno upoštevati v obeh smereh. [1] V tej nalogi dvoosnega upogiba podrobneje nisem obravnaval.

2.2.2 Vitkost in uklonska dolžina izoliranih elementov

V skladu s točko 5.8.3.2 iz standarda SIST EN 1992-1-1 vitkost izoliranega elementa izračunamo z izrazom:

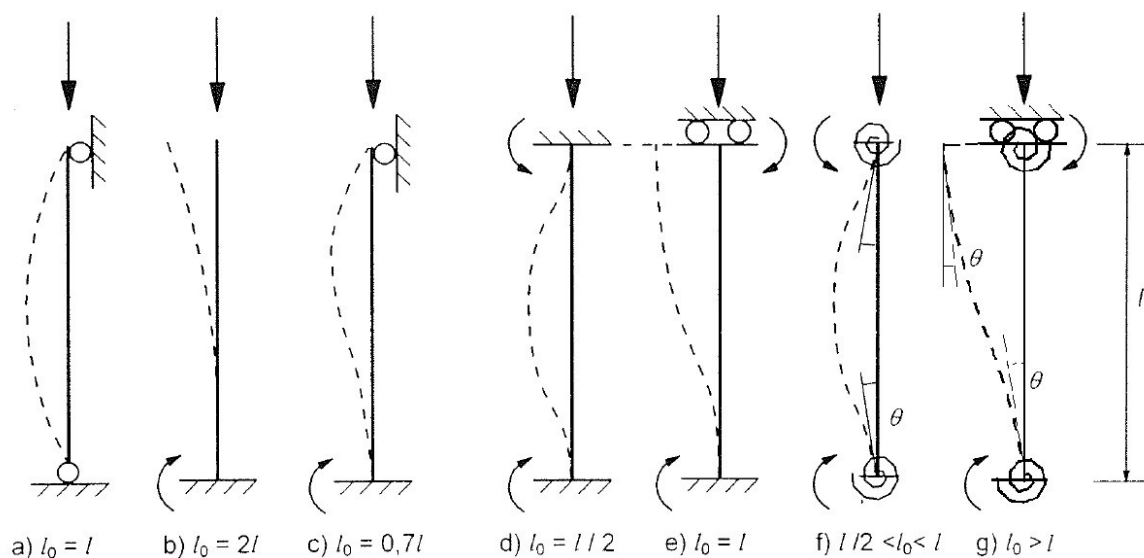
$$\lambda = l_0 / i. \quad (8)$$

Pri tem je l_0 uklonska dolžina, i pa vztrajnostni polmer ne razpokanega betonskega prereza, ki ga izračunamo z naslednjo enačbo:

$$i = \sqrt{\frac{I}{A}}, \quad (9)$$

kjer je I vztrajnostni moment prereza, A pa ploščina prečnega prereza.

Na sliki 3 so prikazani primeri uklonskih dolžin izoliranih elementov s konstantnim prečnim presekom.



Slika 3: Primeri različnih uklonskih oblik in pripadajočih uklonskih dolžin izoliranih elementov [1]

V skladu s točko 5.8.3.2 (3) iz standarda SIST EN 1992-1-1 se kriterij uklona pri tlačnih elementih pravih okvirjev preveri z uklonsko dolžino l_0 , ki se določi na naslednji način:

– zavarovani elementi (slika 3 (f)):

$$l_0 = 0,5l \cdot \sqrt{\left(1 + \frac{k_1}{0,45+k_1}\right) \cdot \left(1 + \frac{k_2}{0,45+k_2}\right)} \quad (10)$$

– nezavarovani elementi (slika 3 (g)):

$$l_0 = 2l \cdot \max \left\{ \sqrt{1 + 10 \cdot \frac{k_1 \cdot k_2}{k_1 + k_2}}; \left(1 + \frac{k_1}{1+k_1}\right) \cdot \left(1 + \frac{k_2}{1+k_2}\right) \right\} \quad (11)$$

kjer so:

k_1 in k_2 relativne zasučne podajnosti na koncih 1 in 2, ki se jih izračuna po naslednji enačbi:

$$k = (\theta/M) \cdot (EI/l), \quad (12)$$

θ v enačbi (12) predstavlja zasuk vpetja pri upogibnem momentu M , EI je upogibna togost tlačnega elementa, l pa svetla višina tlačnega elementa med končnimi vpetji.

$k = 0$ je teoretična meja za togo vpetje, $k = \infty$ pa predstavlja mejo za primer ne vpete palice. Ker je polno vpetje v praksi redko, se za najmanjši vrednosti k_1 in k_2 priporoča vrednost 0,1.

2.3 Lezenje

V skladu s točko 5.8.4 iz standarda SIST EN 1992-1-1 je pri analizi po teoriji drugega reda potrebno upoštevati učinek lezenja vključno s temeljnimi pogoji lezenja in trajanjem različnih obtežb v obravnavani obtežni kombinaciji. Trajanje obtežb se lahko na poenostavljen način upošteva z učinkovitim koeficientom lezenja φ_{ef} , ki pri uporabi skupaj s projektno obtežbo daje deformacije lezenja (ukrivljenost), ki odgovarjajo navidezno stalni obtežbi:

$$\varphi_{ef} = \varphi_{(\infty, t_0)} \cdot M_{0Eqp}/M_{0Ed} \quad (13)$$

V enačbi (13) je $\varphi_{(\infty, t_0)}$ končna vrednost koeficienta lezenja (v skladu s točko 3.1.4 SIST EN 1992-1-1), M_{0Eqp} je upogibni moment po teoriji prvega reda zaradi navidezno stalne kombinacije obtežbe v mejnem stanju uporabnosti (MSU), M_{0Ed} pa je upogibni moment po teoriji prvega reda zaradi kombinacije projektno obtežbe v mejnem stanju nosilnosti (MSN).

Če se vzdolž elementa konstrukcije M_{0Eqp}/M_{0Ed} spreminja, se lahko to razmerje izračuna za prerez z največjim upogibnim momentom ali pa se uporabi nadomestna srednja vrednost [1].

Učinek lezenja se lahko zanemari, kar pomeni, da se lahko privzame $\varphi_{ef} = 0$, če je zadoščeno naslednjim pogojem:

- $\varphi_{(\infty, t_0)} \leq 2$,
- $\lambda \leq 75$,
- $M_{0Eqp}/M_{0Ed} \geq h$

Pri tem je M_{0Ed} upogibni moment po teoriji prvega reda, h pa višina prereza v odgovarjajoči smeri [1].

2.4 Metode analize

Kadar je pri analizi potrebno upoštevati učinke teorije drugega reda, nam SIST EN 1992-1-1 ponudi tri metode in sicer:

- splošno metodo, ki temelji na nelinearni analizi drugega reda ter
- dve poenostavljeni metodi:
 - a) metodo, ki temelji na nazivni togosti in
 - b) metodo, ki temelji na nazivni ukrivljenosti.

Metodo a) se lahko uporablja za izolirane elemente in celotne konstrukcije, če se ustrezno oceni vrednost nazivne togosti [1], metoda b) pa je v glavnem primerna za izolirane elemente, vendar jo je na podlagi ustrezno privzete porazdelitve ukrivljenosti mogoče uporabiti tudi za konstrukcije [1].

V tej nalogi sem podrobneje opisal le poenostavljeni metodi, kateri sta uporabljeni tudi v izdelanem pripomočku za računanje vplivov TDR.

2.4.1 Metoda, ki temelji na nazivni togosti

2.4.1.1 Splošno

Pri analizi po teoriji drugega reda, ki temelji na togosti, je treba uporabiti nazivne vrednosti upogibne togosti ob upoštevanju učinkov razpok, materialne nelinearnosti in lezenja na globalno obnašanje konstrukcije. To velja prav tako za sosednje elemente, ki so zajeti v analizi, kot so npr. grede, plošče, temelji. Kadar je potrebno, se upošteva tudi vzajemno delovanje temeljnih tal in konstrukcije.

Iz tega izhajajoči projektni upogibni moment se uporablja za dimenzioniranje prečnih prereзов glede na upogibni moment in osno silo v skladu s točko 6.1 iz SIST EN 1992-1-1 [1].

2.4.1.2 Nazivna togost

V skladu s točko 5.8.7.2 iz standarda SIST EN 1992-1-1 se lahko za določitev nazivne togosti vitkih tlačnih elementov s poljubnim prečnim prerezom uporabi naslednji izraz:

$$EI = K_c E_{cd} I_c + K_s E_s I_s. \quad (14)$$

Pri tem so:

E_{cd} projektna vrednost modula elastičnosti betona ($E_{cd} = E_{cm}/\gamma_{CE}$),

I_c vztrajnostni moment betonskega prereza,

E_s projektna vrednost modula elastičnosti armature,

I_s vztrajnostni moment armature okrog težišča osi betonskega prereza,

K_c faktor za upoštevanje učinkov razpok, lezenja itd.,

K_s pa faktor, s katerim se upošteva prispevek armature k nazivni togosti.

V primeru, da je geometrijska stopnja armiranja $\rho \geq 0,002$, se v izrazu (14) lahko uporabijo naslednji faktorji:

$$K_s = 1 \text{ in} \quad (15)$$

$$K_c = k_1 k_2 / (1 + \varphi_{ef}), \quad (16)$$

kjer so:

ρ geometrijska stopnja armiranja, A_s/A_c ,

A_s celoten prerez armature,

A_c ploščina betonskega prereza,

φ_{ef} učinkoviti koeficient lezenja,

k_1 faktor, ki je odvisen od trdnostnega razreda betona,

$$k_1 = \sqrt{f_{ck}/20}, \quad (f_{ck} \text{ v MPa}) \quad (17)$$

k_2 faktor, ki je odvisen od osne sile in vitkosti,

$$k_2 = n \cdot \frac{\lambda}{170} \leq 0,20 \quad (18)$$

Pri čemer sta:

n normirana osna sila: $n = N_{Ed}/(A_c f_{cd})$ in

λ vitkost.

V statično nedoločenih sistemih je treba upoštevati neugodne učinke razpok v sosednjih elementih. Za takšne elemente izrazi (14 – 18) niso splošno veljavni. V računu se lahko upoštevata delna razpokanost elementov in sodelovanje betona med razpokami pri prevzemu nategov. Vsekakor pa se kot poenostavitev lahko privzamejo popolnoma razpokani prerezi. Togost mora temeljiti na učinkovitem projektnem modulu elastičnosti betona [1]:

$$E_{cd,eff} = E_{cd}/(1 + \varphi_{ef}), \quad (19)$$

kjer sta:

E_{cd} projektna vrednost modula elastičnosti betona,

φ_{ef} pa učinkoviti koeficient lezenja.

2.4.1.3 Faktor povečanja upogibnega momenta

Celotni projektni upogibni moment vključno z dodatnim momentom zaradi teorije drugega reda se lahko izrazi s povečanjem upogibnega momenta M_{ed} , ki izhaja iz linearne analize po teoriji prvega reda in sicer [1]:

$$M_{ed} = M_{0Ed} \left[1 + \frac{\beta}{(N_B/N_{Ed}) - 1} \right], \quad (20)$$

kjer so:

M_{0Ed} upogibni moment po teoriji prvega reda,

β faktor, odvisen od razporeditve upogibnih momentov po teoriji prvega in drugega reda (glej Izraz (21)),

N_{Ed} projektna vrednost osne sile in

N_B uklonska sila, ki temelji na nazivni togosti.

Pri izoliranih elementih s konstantnim prečnim prerezom in konstantno osno silo se običajno lahko privzame, da se upogibni moment po teoriji drugega reda vzdolž osi elementa spreminja po sinusoidi [1]:

$$\beta = \pi^2 / c_0, \quad (21)$$

kjer je:

c_0 koeficient, ki je odvisen od poteka upogibnega momenta po teoriji prvega reda ($c_0 = 8$ za konstanten potek, $c_0 = 9,6$ za paraboličen potek in $c_0 = 12$ za simetričen trikoten potek upogibnega momenta po teoriji prvega reda).

2.4.2 Metoda, ki temelji na nazivni ukrivljenosti

2.4.2.1 Splošno

Ta metoda je primerna predvsem za izolirane elemente s konstantno osno silo in določeno uklonsko dolžino l_0 . S to metodo se dobi nazivni upogibni moment drugega reda, ki temelji na upogibku, ki izhaja iz uklonske dolžine in ocenjene največje ukrivljenosti [1].

Iz tega izhajajoči projektni upogibni moment se upošteva za dimenzioniranje prečnih prereзов glede na upogibni moment in osno silo v skladu s točko 6.1 SIST EN 1992-1-1 [1].

2.4.2.2 Upogibni moment

V skladu s točko 5.8.8.2 iz standarda SIST EN 1992-1-1 je projektni upogibni moment določen z izrazom:

$$M_{Ed} = M_{0Ed} + M_2, \quad (22)$$

kjer sta:

M_{0Ed} upogibni moment po teoriji prvega reda, vključno z upoštevanjem učinka nepopolnosti in

M_2 dodatni nazivni upogibni moment zaradi upoštevanja teorije drugega reda.

Največja vrednost M_{Ed} je določena s potekom M_{0Ed} in M_2 , kjer se za M_2 lahko vzame parabolichen ali sinusoiden potek vzdolž uklonske dolžine. Pri statično nedoločenih elementih se M_{0Ed} določi pri dejanskih robnih pogojih, medtem ko je M_2 od robnih pogojev odvisen posredno preko uklonske dolžine [1].

Različna upogibna momenta po teoriji prvega reda na koncih elementa M_{01} in M_{02} se lahko nadomestita z ustreznim upogibnim momentom po teoriji prvega reda na koncu palice M_{0e} [1]:

$$M_{0e} = 0,6M_{02} + 0,4M_{01} \geq 0,4M_{02} \quad (23)$$

M_{01} in M_{02} imata isti predznak, če povzročata nateg na isti strani elementa, v nasprotnem primeru pa nasprotna predznaka. Poleg tega velja $|M_{02}| \geq |M_{01}|$ [1].

Nazivni dodatni upogibni moment zaradi teorije drugega reda M_2 v izrazu (22) je:

$$M_2 = N_{Ed} \cdot e_2. \quad (24)$$

Pri tem so:

N_{Ed} projektna vrednost osne sile,

e_2 upogibek,

$$e_2 = (1/r) \cdot l_0^2/c$$

$1/r$ ukrivljenost,

l_0 uklonska dolžina in

c faktor, ki je odvisen od poteka ukrivljenosti.

Pri konstantnih prečnih prerezih se za c običajno vzame vrednost $c = 10$ ($\approx \pi^2$). Če je upogibni moment po teoriji prvega reda konstanten, je treba praviloma upoštevati manjšo vrednost ($c = 8$ je spodnja meja, ki odgovarja konstantnemu poteku celotnega upogibnega momenta) [1].

2.4.2.3 Ukrivljenost

V skladu s točko 5.8.8.3 iz standarda SIST EN 1992-1-1 se pri elementih s konstantnimi simetričnimi prečnimi prerezi (vključno z armaturo) za določanje ukrivljenosti lahko uporablja izraz:

$$1/r = K_r \cdot K_\varphi \cdot 1/r_0, \quad (25)$$

kjer so:

K_r korekcijski faktor, ki je odvisen od osne sile,

K_φ faktor, s katerim se upošteva lezenje,

$$1/r_0 = \varepsilon_{yd}/(0,45 d) \text{ in}$$

d statična višina.

Korekcijski faktor K_r se izračuna z naslednjim izrazom:

$$K_r = (n_u - n)/(n_u - n_{bal}) \leq 1. \quad (26)$$

Vrednosti v izrazu (26) so:

$n = N_{Ed} / (A_c \cdot f_{cd})$, normirana osna sila,

N_{Ed} projektna vrednost osne sile,

$n_u = 1 + \omega$,

n_{bal} vrednost normirane osne sile n na mestu največje upogibne odpornosti (za vrednost n_{bal} se lahko upošteva vrednost 0,4),

$\omega = (A_s f_{yd}) / (A_c f_{cd})$,

A_s celoten prerez armature,

A_c pa je ploščina betonskega prereza.

Učinek se upošteva z naslednjim faktorjem:

$$K_\varphi = 1 + \beta \varphi_{ef} \geq 1. \quad (27)$$

Pri tem so:

φ_{ef} učinkoviti koeficient lezenja,

$\beta = 0,35 + \frac{f_{ck}}{200} - \lambda/150$ in

λ vitkost.

3 PRIPOMOČEK ZA IZRAČUN POVEČANJA UPOGIBNEGA MOMENTA ZARADI VPLIVA TDR V PROGRAMU EXCEL

3.1 Splošno

Orodje je namenjeno izračunu povečanja upogibnega momenta zaradi vplivov teorije drugega reda. Kot že omenjeno, orodje vsebuje preverjanje poenostavljenega kriterija za potrebnost upoštevanja učinkov teorije drugega reda. Ko ugotovimo, če je učinke po TDR potrebno upoštevati, pa se premaknemo na eno izmed poenostavljenih metod za račun povečanja upogibnega momenta zaradi TDR. Obe metodi sta primerni predvsem za analizo izoliranih elementov.

3.2 Uporaba orodja

Kot že omenjeno, je orodje za določitev povečanja upogibnega momenta zaradi TDR, izdelano v programu Excel. Excel nam omogoča preprosto urejanje razpredelnic, vsebuje tudi najrazličnejša orodja za kalkulacije ter omogoča grafično predstavitev rezultatov računa.

Pripomoček je izdelan po standardu SIST EN 1992-1-1. Tudi vrstni red enačb je enak kot v standardu, tako da uporabnik enostavno sledi računu. Poleg vsake enačbe je tudi opis količine. Celice, ki so obarvane rozasto so namenjene ročnemu vnosu podatkov. Sive celice pa se samodejno izpolnjujejo glede na vnesene podatke. Pripomoček je organiziran na treh listih:

1. list: Poenostavljeni kriteriji potrebnosti upoštevanja učinkov teorije drugega reda
2. list: Metoda, ki temelji na nazivni togosti
3. list: Metoda, ki temelji na nazivni ukrivljenosti

Vsi osnovni podatki o elementu (vrsta betona, vrsta armature, velikost prereza, itd. ...) se vpišejo že na prvem listu, ko opravimo kontrolo potrebe po analizi. Osnovni podatki se samodejno prenesejo tudi na ostala dva lista oz. se nanje sklicujemo. Ostale zahtevane podatke pa po potrebi vpišemo še na list z željeno vrsto kontrole.

3.2.1 Poenostavljeni kriteriji potrebnosti upoštevanja učinkov teorije drugega reda

3.2.1.1 Kriterij vitkosti pri izoliranih elementih

Pri analizi osno obremenjenih elementov želimo najprej preveriti, če je upoštevanje učinkov teorije drugega reda sploh potrebno. To storimo tako, da primerjamo dejansko mejno vitkost z limitno vitkostjo. Na prvem obrazcu pripomočka lahko izračunamo limitno vitkost:

5.8.3.1 Kriterij vitkosti pri izoliranih elementih:

$\lambda_{lim} =$	$20 \times A \times B \times C / \sqrt{n} =$	78,3	
$A =$	$1 / (1 + 0,2 \varphi_{ef}) =$	0,90	φ_{ef} znan
$B =$	$\sqrt{1 + 2 \omega} =$	1,19	ω znan
$C =$	$1,7 - r_m =$	1,7	r_m znan
$\varphi_{ef} =$	0,58		
$\omega =$	$A_s \times f_{yd} / (A_c \times f_{cd}) =$	0,21	
$n =$	$N_{Ed} / (A_c \times f_{cd}) =$	0,21	
$r_m =$	$M_{01} / M_{02} =$	0	
$M_{01} =$	0	kNm	
$M_{02} =$	105	kNm	
$N_{Ed} =$	450	kN	
$f_{cd} =$	$\alpha_{cc} \times f_{cd} / \gamma_c =$	2,3	kN/cm ²
	$\alpha_{cc} =$	1	
$f_{yd} =$	$f_{yk} / \gamma_s =$	43,5	kN/cm ²
$A_1 =$	5	cm ²	
$A_2 =$	5	cm ²	
$A_c =$	$b \times h =$	900	cm ²
$b =$	30	cm	
$h =$	30	cm	
trdnostni razred betona: C 35/45 (izberi s seznama)			
vrsta armature: S 500-B (izberi s seznama)			

Slika 4: Kriterij vitkosti pri izoliranih elementih

V prvi vrsti vidimo formulo za izračun λ_{lim} . Izračun izvedemo tako, da vnesemo podatke v roza celicah. Pri vsaki vrednosti imamo na desni strani tudi opis parametra.

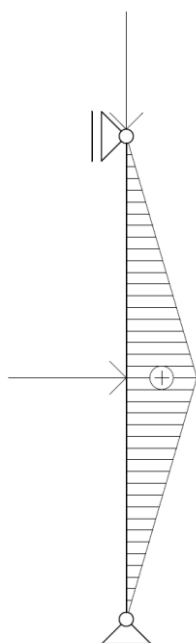
$M_{01} =$	0	kNm	
$M_{02} =$	105	kNm	
$N_{Ed} =$	450	kN	
$f_{cd} =$	$\alpha_{cc} \times f_{cd} / \gamma_c =$	2,3	kN/cm ²
	$\alpha_{cc} =$	1	
$f_{yd} =$	$f_{yk} / \gamma_s =$	43,5	kN/cm ²
$A_1 =$	5	cm ²	
$A_2 =$	5	cm ²	
$A_c =$	$b \times h =$	900	cm ²
$b =$	30	cm	
$h =$	30	cm	
			projektna osna sila
			projektna tlačna trdnost betona
			vpliv trajnih visokih napetosti (stavbe: $\alpha_{cc} = 1$; mostovi: $\alpha_{cc} = 0,85$)
			projektna trdnost armature
			prerez 1. vzdolžne armature (pozitivna stran nosilca/stebra)
			prerez 2. vzdolžne armature (negativna stran nosilca/stebra)
			površina betonskega prereza
			širina betonskega prereza
			višina betonskega prereza

Slika 5: Opis parametrov na desni strani obrazcev

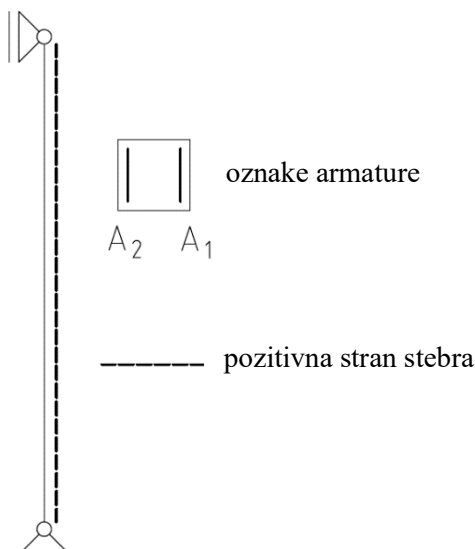
Najprej vnesemo upogibna momenta M_{01} in M_{02} . To sta po teoriji prvega reda določena upogibna momenta na koncih elementa. Momenta sicer izberemo tako, da velja $|M_{02}| \geq |M_{01}|$. V pripomoček pa lahko vrednosti vnesemo poljubno, poleg pa se potem samodejno pripišejo oznake glede na velikost upogibnih momentov po absolutni vrednosti.

Nato vpišemo količino vzdolžne armature. Posebej lahko vpišemo 1. (A_1) in 2. (A_2) (levo in desno pri stebri) armaturo. 1. armatura predstavlja vzdolžno armaturo na pozitivni strani nosilca ali stebra, 2.

armatura pa na negativni strani. Pozitivna stran nosilca je tista, kjer upogibni moment povzroča natezne napetosti (slika 6 in 7).

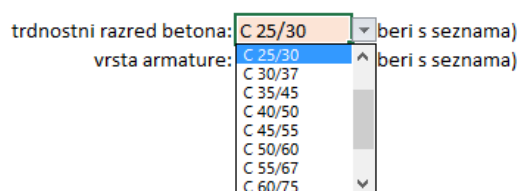


Slika 6: Primer poteka upogibnega momenta



Slika 7: Pozitivna stran stebra in oznake armature

Potem moramo izpolniti še dimenzije prereza. Orodje je namenjeno preračunavanju pravokotnih prereзов. Vpišemo lahko dimenziji b in h . Dimenzija h je normalna na vektor upogibnega momenta. Na koncu izberemo še trdnostni razred betona in vrsto armature. Program samodejno prebere podatke o betonu in armaturi iz tabele.



Slika 8: Spustni seznam za izbiro trdnostnega razreda betona

Spodaj vidimo enačbe za parametre A , B in C . Če nimamo znanih vseh vrednosti za izračun teh parametrov nam standard ponuja privzete vrednosti. Tudi v tem pripomočku lahko pri vsakem parametru posebej izberemo, ali je podatek znan ali ne, ter s tem prilagodimo vrednost parametra.

$\lambda_{lim} =$	$20 \times A \times B \times C / \sqrt{n} =$	39,5	
$A =$	$1 / (1 + 0,2 \varphi_{ef}) =$	0,89	φ_{ef} znan
$B =$	$\sqrt{1 + 2 \omega} =$	1,44	ω ni znan, se lahko uporabi $B = 1,1$
$C =$	$1,7 - r_m =$	0,70	r_m ni znan, se lahko uporabi $C = 0,7$

Slika 9: Izbor vrednosti parametrov

Program z vsako spremembo v celicah sproti preračuna pomožne parametre ter iskane vrednosti. Za točen izračun λ_{lim} bi morali poznati še vrednost φ_{ef} (učinkoviti koeficient lezenja), ker pa je postopek izračuna tega koeficienta v standardu opisan malo kasneje, bo tudi v tej nalogi račun φ_{ef} predstavljen pozneje.

3.2.1.2 Vitkost in uklonska dolžina izoliranih elementov

V prejšnjem poglavju sem izračunal mejno vitkost λ_{lim} . Da bi lahko določili, če je učinke po teoriji drugega reda potrebno upoštevati, moramo določiti še vitkost λ . Obe vitkosti sem kasneje primerjal med seboj in tako določil potrebnost upoštevanja učinkov po teoriji drugega reda.

Naslednji obrazec v pripomočku je namenjen izračunu vitkosti λ .

5.8.3.2 Vitkost in uklonska dolžina izoliranih elementov:

$\lambda = l_0 / i =$	92,4
$l =$	400 cm
$l_0 =$	800,0 cm

primer uklonske oblike: b) $l_0 = 2l$ (izberi s seznama)

uklonske dolžine:

a) $l_0 = l$	$l_0 =$	400	cm
b) $l_0 = 2l$	$l_0 =$	800	cm
c) $l_0 = 0,7l$	$l_0 =$	280	cm
d) $l_0 = l/2$	$l_0 =$	200	cm
e) $l_0 = l$	$l_0 =$	400	cm
f) $l/2 < l_0 < l$	$l_0 =$	387,3	cm
g) $l_0 > l$	$l_0 =$	4669,3	cm

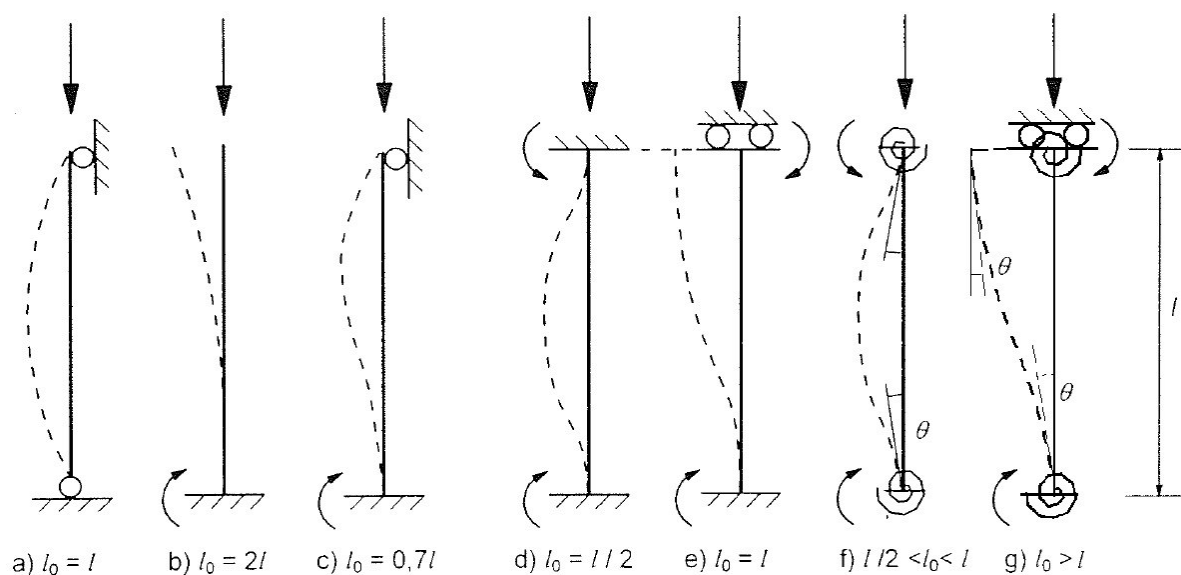
$i = \sqrt{I/A} =$	8,7	cm
$I = b \times h^3 / 12 =$	67500	cm ⁴

za primera uklonskih oblik f) in g):

$\theta_1 =$	0,1
$\theta_2 =$	0,1
$M_1 =$	250 kNm
$M_2 =$	250 kNm
$EI =$	6613300 kNcm ²
$k_1 =$	6,613
$k_2 =$	6,613

Slika 10: Obrazec za izračun uklonske dolžine izoliranih elementov in vitkosti

Kot prvi podatek, ki ga moramo vnesti v program je sistemska dolžina elementa l . Na podlagi dolžine se potem določi uklonska dolžina l_0 . Uklonska dolžina je določena glede na način vpetja elementa (robne pogoje) na obeh koncih. Standard nam ponudi 7 različnih uklonskih oblik, katere so na voljo tudi v pripomočku:



Slika 11: Uklonske oblike izoliranih elementov [1]

V programu ustrezno uklonsko obliko izberemo s spustnega seznama:

primer uklonske oblike: **b) $l_0 = 2l$** beriš s seznama

uklonske dolžine:		
a) $l_0 = l$	$l_0 =$	400
b) $l_0 = 2l$	$l_0 =$	800
c) $l_0 = 0,7l$	$l_0 =$	280
d) $l_0 = l/2$	$l_0 =$	200
e) $l_0 = l$	$l_0 =$	400
f) $l/2 < l_0 < l$	$l_0 =$	200,1
g) $l_0 > l$	$l_0 =$	800,6

cm

Slika 12: Izbira ustrezne uklonske oblike

Program nam samodejno določi uklonske dolžine za vse uklonske oblike, v računu pa upošteva le tisto, katero sem izbral na seznamu. Ker so uklonske dolžine uklonskih oblik f) in g) odvisne tudi od togosti vpetja na obeh koncih, je potrebno za določitev le teh vnesti še nekaj dodatnih parametrov, ki se vpišejo na koncu obrazca:

za primera uklonskih oblik f) in g):

$\theta_1 =$	0,1
$\theta_2 =$	0,1
$M_1 =$	250 kNm
$M_2 =$	250 kNm
$EI =$	6613300 kNcm ²
$k_1 =$	6,613
$k_2 =$	6,613

Slika 13: Obrazec za račun uklonskih dolžin primerov f) in g)

Ko vnesemo še vrednosti teh parametrov, nam pripomoček samodejno določi uklonsko dolžino elementa, v primeru podpiranja vrste f) in g) in vitkost.

3.2.1.3 Lezenje

Kot sem omenil že v enem izmed prejšnjih poglavij, lahko vrednost mejne vitkosti λ_{lim} bolj natančno določimo, če imamo poznano vrednost učinkovitega koeficienta lezenja φ_{ef} . V tem poglavju si pogledjmo, kako pridemo do vrednosti tega parametra.

5.8.4 Lezenje:		
$\varphi_{ef} = \varphi_{(\infty, t_0)} \times M_{0\ Eqp} / M_{0\ Ed} =$		
$\varphi_{(\infty, t_0)} =$	2,2	
$e_i =$	2	cm
$M_{ed} =$	105	kNm
$M_{0Ed} =$	114	kNm
$M_{0\ Eqp} =$	30	kNm

Slika 14: Obrazec za izračun efektivnega koeficienta lezenja φ_{ef}

Na tem obrazcu imamo za vnos podatkov na voljo tri celice. V prvo vnesemo vrednost $\varphi_{(\infty, t_0)}$ (končna vrednost koeficienta lezenja v skladu s točko 3.1.4 (SIST EN 1992-1-1)). Naslednja celica se izpolni samodejno, predstavlja pa geometrijsko nepopolnost elementa e_i . V naslednjo celico (M_{ed}) vnesemo upogibni moment po teoriji prvega reda zaradi kombinacije projektne obtežbe v MSN (brez upoštevanja nepopolnosti). Celica M_{0Ed} se zopet izpolni samodejno (upogibnemu momentu M_{ed} se prišteje prirastek zaradi nepopolnosti). Kot zadnjo celico na tem obrazcu pa izpolnimo $M_{0\ Eqp}$. To je upogibni moment po teoriji prvega reda zaradi navidezno stalne kombinacije obtežbe v MSU.

Standard pravi, da se lahko učinek lezenja zanemari, če so izpolnjeni trije pogoji (glej točko 2.3). V pripomočku se učinkoviti koeficient lezenja φ_{ef} samodejno izračuna, tako da je smiselno, da ga v vsakem primeru upoštevamo, neodvisno od teh treh pogojev.

3.2.1.4 Potreba kontrole po teoriji drugega reda

Na koncu prvega lista pa imamo vključeno še kontrolo, katera nam pokaže, če je potrebno upoštevati tudi učinke po teoriji drugega reda. Program samodejno primerja vrednosti mejne vitkosti λ_{lim} in vitkosti λ , ter nam izpiše ali je kontrola po TDR potrebna.

POTREBA KONTROLE PO TEORII II. REDA:		
$\lambda =$	92,4	$>$ $\lambda_{lim} =$ 78,3

KONTROLA PO TEORII II. REDA JE POTREBNA

Slika 15: Kontrola potrebe upoštevanja učinkov teorije drugega reda

3.2.2 Metoda, ki temelji na nazivni togosti

3.2.2.1 Nazivna togost

Ko sem s potrebnimi podatki zapolnil prvi list ter s tem ugotovil če je potrebno upoštevati učinke teorije drugega reda, se lahko premaknem na eno izmed poenostavljenih metod za določanje teh učinkov. Prva izmed dveh metod, ki sta zajeti v pripomočku je metoda, ki temelji na nazivni togosti. Način vnašanja podatkov je enak, kot na prvem listu. Osnovni podatki, ki so potrebni za račun se prenesejo iz prejšnjega lista oz. se samodejno izračunajo. Potrebnih pa je še nekaj drugih podatkov, ki jih zopet vpišemo v roza celice.

Prva vrednost, ki jo pri tej metodi izračunamo se imenuje nazivna upogibna togost EI . Ta je odvisna od več parametrov, ki se v programu samodejno izvednotijo.

5.8.7.2 Nazivna togost:

$E \times I =$	$K_c \times E_{cd} \times I_c + K_s \times E_s \times I_s =$	39831758,54 kN cm ²
$E_{cd} =$	$E_{cm} / \gamma_{ce} =$	2833,33333 kN/cm ²
$I_c =$	67500	cm ⁴
$E_s =$	20000	kN/cm ²
$I_s =$	1210	cm ⁴
$K_c = k_1 \times k_2 / (1 + \varphi_{ef}) =$	0,13	
$K_s =$	1	
$E_{cm} =$	3400	kN/cm ²
$\gamma_{ce} =$	1,2	
$a_1 =$	4	cm
$a_2 =$	4	cm
$k_1 = \sqrt{f_{ck}/20} =$	1,75	
$k_2 = n \times \lambda / 170 =$	0,12	≤ 0,20
$E_{cd,eff} = E_{cd} / (1 + \varphi_{ef}) =$	1794,4	kN/cm ²
$\rho = A_s / A_c =$	0,01111111	≥ 0,002

Slika 16: Obrazec za izračun nazivne togosti

Kot vidimo, je potrebno na tem obrazcu izpolniti le tri celice. Prvi parameter je varnostni faktor γ_{ce} katerega priporočena vrednost je 1,2. Kljub temu je celica obarvana roza, kar pomeni, da lahko vrednost poljubno spremenimo.

Naslednji dve celici pa predstavljata odmik težišč obeh armatur od robov betonskega prereza. Vrednost a_1 je razdalja težišča armature A_1 do bližjega roba betonskega prereza, vrednost a_2 pa razdalja težišča armature A_2 do bližjega roba betonskega prereza. Pozicije armatur so razložene v točki 3.2.1.1.

Ko izpolnimo te tri celice se iskana vrednost nazivne togosti EI samodejno izvednoti.

3.2.2.2 Faktor povečanja upogibnega momenta

Na naslednjem obrazcu na drugem listu lahko izračunamo dodatni upogibni moment zaradi učinkov teorije drugega reda. Ta upogibni moment prištejemo k projektnemu momentu po teoriji prvega reda. Skupni upogibni moment pa se potem upošteva za dimenzioniranje prečnega prereza glede na upogibni moment in osno silo v skladu s SIST EN 1992-1-1.

5.8.7.3 Faktor povečanja upogibnega momenta:

$M_{ed} =$	$M_{0ed} \times (1 + \beta / (N_B / N_{ed} - 1)) =$	195,8	kNm
------------	---	-------	-----

$M_{0ed} =$ 114 kNm
 $\beta =$ 0,26
 $c_0 =$ 12
 potek momenta simetričen trikoten (izberi s seznama)

$N_{ed} =$ 450 kN
 $N_B = \pi^2 E \times I / l_0^2 =$ 614,3 kN

Slika 17: Obrazec za izračun projektnega upogibnega momenta po TDR

Povečanje upogibnega momenta po teoriji drugega reda je odvisno tudi od poteka upogibnega momenta po teoriji prvega reda. V standardu je ta vpliv zajet s koeficientom c_0 . Tudi program nam ponudi tri vrednosti za koeficient c_0 glede na potek upogibnega momenta po TPR.

$M_{ed} =$	$M_{0ed} \times (1 + \beta / (N_B / N_{ed} - 1)) =$	195,8	kNm
------------	---	-------	-----

$M_{0ed} =$ 114 kNm
 $\beta =$ 0,26
 $c_0 =$ 12
 potek momenta
simetričen trikoten (izberi s seznama)

$N_{ed} =$ 450 kN
 $N_B = \pi^2 E \times I / l_0^2 =$ 614,3 kN

Slika 18: Izbor oblike poteka upogibnega momenta po TPR

Program potem na podlagi projektne osne sile in kritične uklonske sile izračuna povečanje upogibnega momenta zaradi učinkov teorije drugega reda in tudi skupni projektni upogibni moment, ki je primeren za nadaljnje dimenzioniranje kritičnega prereza stebra.

3.2.3 Metoda, ki temelji na nazivni ukrivljenosti

3.2.3.1 Upogibni moment

V izdelanemu pripomočku imamo na voljo še drugo metodo za izračun povečanja upogibnega momenta zaradi učinkov teorije drugega reda.

Na prvem obrazcu se izračunajo upogibni momenti. Upogibni moment po teoriji prvega reda M_{0Ed} se samodejno izvednoti na podlagi momentov na koncih elementa M_{01} in M_{02} s prvega lista. Nazivni upogibni moment zaradi teorije drugega reda M_2 se tudi preračuna samodejno na podlagi vnesenih in izračunanih vrednosti.

5.8.8.2 Upogibni momenti:

$M_{Ed} =$	$M_{0Ed} + M_2 =$	184,7 kNm
------------	-------------------	-----------

$M_{0Ed} =$ 114 kNm
 $M_2 = N_{Ed} \times e_2 =$ 70,7 kNm
 $N_{Ed} =$ 450 kN
 $e_2 = (1/r) \times l_0^2 / c =$ 15,71 cm
 $l_0 =$ 800 cm
 $c =$ 10
 potek ukrivljenosti: sinusoidna ukrivljenost (izberi s seznama)

Slika 19: Obrazec za izračun projektnega upogibnega momenta z upoštevanjem TDR

Nazivni upogibni moment zaradi teorije drugega reda M_2 je odvisen tudi poteka ukrivljenosti. Potek ukrivljenosti je v standardu zajet s faktorjem c . Tudi program nam ponudi dve možnosti za vrednost faktorja c glede na potek ukrivljenosti oz. upogibnega momenta.

5.8.8.2 Upogibni momenti:

$M_{Ed} =$	$M_{0Ed} + M_2 =$	184,7 kNm
------------	-------------------	-----------

$M_{0Ed} =$ 114 kNm
 $M_2 = N_{Ed} \times e_2 =$ 70,7 kNm
 $N_{Ed} =$ 450 kN
 $e_2 = (1/r) \times l_0^2 / c =$ 15,71 cm
 $l_0 =$ 800 cm
 $c =$ 10
 potek ukrivljenosti: sinusoidna ukrivljenost (ber s seznama)

sinusoidna ukrivljenost
 konstantna ukrivljenost

Slika 20: Izbor poteka ukrivljenosti

Za dokončen izračun nazivnega upogibnega momenta zaradi TDR potrebujemo še vrednost ukrivljenosti $1/r$, katero sem izračunal v naslednjem obrazcu in je potem samodejno upoštevana v izračunu.

3.2.3.2 Ukrivljenost

Naslednji obrazec je namenjen izračunu ukrivljenosti. Na tem obrazcu se praktično vse celice oz. vsi parametri izvednotijo samodejno iz prejšnjih podatkov. Tako da imamo z izpolnjenim prejšnjim obrazcem že tudi iskano vrednost dodatnega nazivnega upogibnega momenta zaradi TDR M_2 oz. skupnega upogibnega momenta za dimenzioniranje prereza M_{Ed} .

5.8.8.3 Ukrivljenost:

$1/r =$	$K_r \times K_\varphi \times 1/r_0 =$	0,00024	cm ⁻¹
$K_r = (n_u - n)/(n_u - n_{bal}) =$	1,00	≤ 1	
$n = N_{Ed} / (A_c \times f_{cd}) =$	0,21		
$n_u = 1 + \omega =$	1,21		
$n_{bal} =$	0,4		
$K_\varphi = 1 + \beta \times \varphi_{ef} =$	1,30	≥ 1	
$\varphi_{ef} =$	0,58		
$\beta = 0,35 + f_{ck}/200 - \lambda/150 =$	0,53		
$\lambda =$	0,0		
$1/r_0 = \varepsilon_{yd}/(0,45 d) =$	0,00019	cm ⁻¹	
$\varepsilon_{yd} = \varepsilon_y / \gamma_s =$	2,2	‰	
$d = h - a =$	26	cm	

Slika 21: Obrazec za izračun ukrivljenosti

4 RAČUNSKI PRIMER

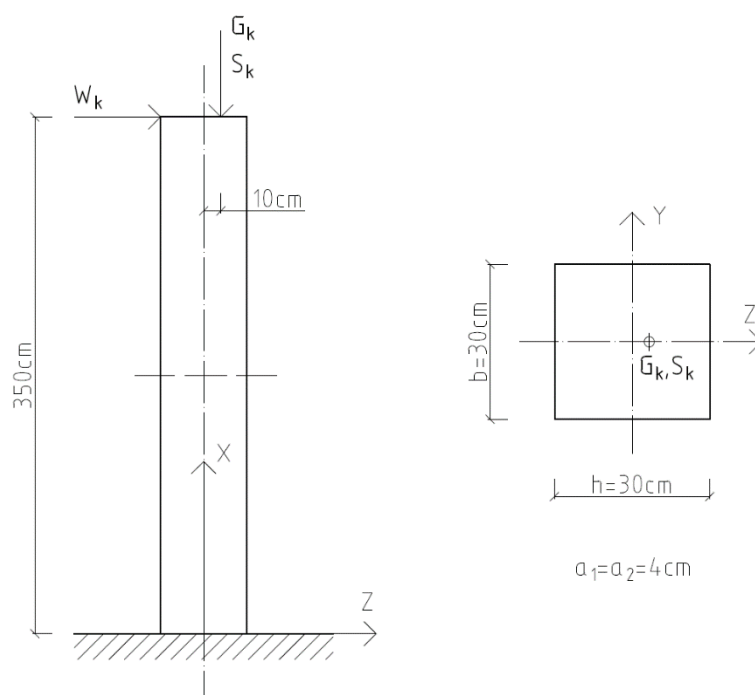
4.1 Opis problema

AB steber je obremenjen s horizontalno silo vetra W_k in ekscentrično osno silo, ki je posledica lastne teže konstrukcije G_k in obtežbe snega S_k . Steber je spodaj konzolno vpet, zgoraj pa je prosto pomičen. Predpostavil sem, da se steber lahko ukloni samo v ravnini x – z.

Stalna obtežba: $G_k = 250 \text{ kN}$

Sneg: $S_k = 125 \text{ kN}$ (kombinacijski faktor $\psi_0 = 0,5$)

Veter: $W_k = 10 \text{ kN}$ (kombinacijski faktor $\psi_0 = 0,6$)



Slika 22: primer AB stebra

4.2 Materialne karakteristike

Beton: C35/45

$f_{ck} = 35 \text{ MPa},$

$E_{cm} = 3400 \text{ kN/cm}^2$

Jeklo: B 500

$f_{yk} = 500 \text{ MPa},$

$E_s = 20000 \text{ kN/cm}^2$

$\varphi_{(\infty, t_0)} = 2,2$

$A_1 = 13 \text{ cm}^2$

$A_2 = 13 \text{ cm}^2$

4.3 Obremenitve

Upošteval sem dve obtežni kombinaciji:

- 1.) Prevladujoča spremenljiva obtežba je veter ($M_{Ed,max}$)

$$M_{Ed,max} = 1,35 \cdot 250kN \cdot 0,1m + 1,5 \cdot 10kN \cdot 3,5m + 1,5 \cdot 0,5 \cdot 125kN \cdot 0,1m = 95,6 \text{ kNm}$$

$$N_{Ed,prip.} = 1,35 \cdot 250kN + 1,5 \cdot 0,5 \cdot 125kN = 431,3 \text{ kN}$$

Upogibni moment po teoriji prvega reda za navidezno stalno obtežno kombinacijo:

$$M_{0Eqp} = 250kN \cdot 0,1m + 250kN \cdot 0,02m = 30 \text{ kNm}$$

- 2.) Prevladujoča spremenljiva obtežba je sneg ($N_{Ed,max}$)

$$N_{Ed,max} = 1,35 \cdot 250kN + 1,5 \cdot 125kN = 525 \text{ kN}$$

$$M_{Ed,prip.} = 1,35 \cdot 250kN \cdot 0,1m + 1,5 \cdot 0,6 \cdot 10kN \cdot 3,5m + 1,5 \cdot 125kN \cdot 0,1m = 84 \text{ kNm}$$

Upogibni moment po teoriji prvega reda za navidezno stalno obtežno kombinacijo:

$$M_{0Eqp} = 250kN \cdot 0,1m + 250kN \cdot 0,02m = 30 \text{ kNm}$$

4.4 Uklonska dolžina in vitkost

Ko izračunam osnovno projektno obremenitev, lahko nadaljujem v pripomočku narejenem v programu Excel. Ker je postopek vnosa podatkov za obe obtežni kombinaciji enak, je v nadaljevanju podrobneje opisan postopek le za prvo obtežno kombinacijo. Za drugo pa bodo v nadaljevanju predstavljeni le rezultati. Določimo uklonsko dolžino in vitkost:

5.8.3.1 Kriterij vitkosti pri izoliranih elementih:

$\lambda_{lim} =$	$20 \times A \times B \times C / \sqrt{n} =$	39,5	
$A =$	$1 / (1 + 0,2\varphi_{ef}) =$	0,89	φ_{ef} znan
$B =$	$\sqrt{(1 + 2\omega)} =$	1,44	ω znan
$C =$	$1,7 - r_m =$	0,70	r_m neznan
$\varphi_{ef} =$	0,64		
$\omega =$	$A_2 \times f_{yd} / (A_c \times f_{cd}) =$	0,54	
$n =$	$N_{Ed} / (A_c \times f_{cd}) =$	0,21	
$r_m =$	$M_{01} / M_{02} =$	0,00	
$M_{01} =$	0	kNm	
$M_{02} =$	95,6	kNm	
$N_{Ed} =$	431,3	kN	
$f_{cd} =$	$\alpha_{cc} \times f_{cd} / \gamma_c =$	2,33	kN/cm ²
	$\alpha_{cc} =$	1	
$f_{yd} =$	$f_{yk} / \gamma_s =$	43,5	kN/cm ²
$A_1 =$	13	cm ²	
$A_2 =$	13	cm ²	
$A_c =$	$b \times h =$	900	cm ²
$b =$	30	cm	
$h =$	30	cm	
trdnostni razred betona:	C 35/45	(izberi s seznama)	
vrsta armature:	S 500-B	(izberi s seznama)	

Slika 23: Izračun mejne vitkosti

V prvem obrazcu izpolnimo vse potrebne celice. Pri koeficientu C izberemo » r_m neznan«, ker standard navaja, da je potrebno pri nezavarovanih elementih upoštevati vrednost $r_m = 1$ ($C = 0,7$). Vpišemo še upogibni moment. Ker gre za konzolo, je moment $M_{01} = 0$, moment M_{02} pa je enak $M_{Ed} = 95,6$ kNm. Vpišemo še projektno osno silo $N_{Ed} = 431,3$ kN. Izberemo še trdnostni razred betona ter vrsto armature. Ko imamo v prvem obrazcu vse izpolnjeno se premaknemo na naslednji obrazec.

5.8.3.2 Vitkost in uklonska dolžina izoliranih elementov:

$\lambda =$	$l_0 / i =$	80,8
$l =$	350	cm
$l_0 =$	700,0	cm

primer uklonske oblike: b) $l_0 = 2l$ (izberi s seznama)

Slika 24: Izračun vitkosti in uklonske dolžine stebra

Na drugem obrazcu vpišemo dolžino elementa $l = 350$ cm. Nato izberemo še ustrezno uklonsko obliko. V našem primeru gre za konzolo, zato izberemo uklonsko obliko b) ($l_0 = 2l$). Premaknemo se na tretji obrazec in izpolnimo še podatke za izračun efektivnega koeficienta lezenja φ_{ef} .

5.8.4 Lezenje:

$\varphi_{ef} =$	$\varphi_{(\infty, 10)} \times M_{0, Ed} / M_{0, Ed} =$	0,64
$\varphi_{(\infty, 10)} =$	2,2	
$e_i =$	1,75	cm
$M_{ed} =$	95,6	kNm
$M_{0, Ed} =$	103,1	kNm
$M_{0, Ed} =$	30	kNm

Slika 25: Izračun efektivnega koeficienta lezenja stebra φ_{ef}

Program nam nato izpiše, če je potrebno upoštevati učinke po teoriji drugega reda.

POTREBA KONTROLE PO TEORIJI II. REDA:		
$\lambda =$	80,8	$> \lambda_{lim} =$ 39,5

KONTROLA PO TEORIJI II. REDA JE POTREBNA

Slika 26: Kriterij kontrole po TDR

Ker je $\lambda = 80,8 > \lambda_{lim} = 39,5$ je potrebno učinke zaradi teorije drugega reda upoštevati in program me na to opozori.

4.5 Izračun učinkov zaradi teorije drugega reda

4.5.1 Metoda, ki temelji na nazivni togosti

Premaknemo se na drugi list, kjer imamo na voljo izračun učinkov TDR po metodi, ki temelji na nazivni togosti. Na prvem obrazcu vpišemo samo razdalje a_1 in a_2 in se premaknemo na naslednji obrazec za izračun upogibnega momenta po teoriji drugega reda.

5.8.7.2 Nazivna togost:

$E \times I =$	$K_c \times E_{cd} \times I_c + K_s \times E_s \times I_s =$	72107264 kN cm²
$E_{cd} =$	$E_{cm} / \gamma_{ce} =$	2833,33333 kN/cm ²
$I_c =$	67500	cm ⁴
$E_s =$	20000	kN/cm ²
$I_s =$	3146	cm ⁴
$K_c = k_1 \times k_2 / (1 + \varphi_{ef})$		0,08
$K_s =$	1	
$E_{cm} =$	3400	kN/cm ²
$\gamma_{ce} =$	1,2	
$a_1 =$	4	cm
$a_2 =$	4	cm
$k_1 = \sqrt{f_{ck}/20} =$	1,32	
$k_2 = n \times \lambda / 170 =$	0,10	$\leq 0,20$
$E_{cd,eff} = E_{cd} / (1 + \varphi_{ef}) =$	1727,8	kN/cm ²
$\rho = A_s / A_c =$	0,029	$\geq 0,002$

Slika 27: Izračun nazivne togosti stebra

Na obrazcu za račun upogibnega momenta po TDR se nam večina podatkov že sama izračuna oz. prepiše iz prejšnjih obrazcev. Izbrati moramo samo še potek upogibnega momenta po teoriji prvega reda. V našem primeru izberemo simetričen trikoten potek upogibnega momenta.

5.8.7.3 Faktor povečanja upogibnega momenta:

$M_{Ed} =$	$M_{0Ed} \times (1 + \beta / (N_B / N_{Ed} - 1)) =$	139,0	kNm
$M_{0Ed} =$	103,14775	kNm	
$\beta =$	0,82		
$c_0 =$	12		
potek momenta	simetričen trikoten (izberi s seznama)		
$N_{Ed} =$	431,3	kN	
$N_B = \pi^2 E \times I / l_0^2 =$	1452,4	kN	

Slika 28: Izračun projektnega upogibnega momenta za dimenzioniranje stebra po metodi, ki temelji na nazivni togosti

Prišel sem do končnega rezultata $M_{Ed} = 139,0 \text{ kNm}$. Ta vrednost se potem upošteva za dimenzioniranje prečnih prerezov na upogibni moment in osno silo.

4.5.2 Metoda, ki temelji na nazivni ukrivljenosti

Na prvem obrazcu samo izberemo potek ukrivljenosti. V našem primeru je to sinusoidna ukrivljenost. Program zopet samodejno izračuna projektni upogibni moment po teoriji drugega reda M_{Ed} .

5.8.8.2 Upogibni momenti:

$M_{Ed} =$	$M_{0Ed} + M_2 =$	142,9	kNm
$M_{0Ed} =$	103,1478	kNm	
$M_2 =$	$N_{Ed} \times e_2 =$	39,8	kNm
$N_{Ed} =$	431,3	kN	
$e_2 =$	$(1/r) \times l_0^2 / c =$	9,22	cm
$l_0 =$	700	cm	
$c =$	10		
potek ukrivljenosti:	sinusoidna ukrivljenost (izberi s seznama)		

Slika 29: Izračun upogibnega momenta za dimenzioniranje stebra po metodi, ki temelji na nazivni ukrivljenosti

Ker se vse vrednosti na naslednjem obrazcu izpolnijo samodejno, je rezultat s prejšnjega obrazca že točen.

5.8.8.3 Ukrivljenost:

$1/r =$	$K_r \times K_\varphi \times 1/r_0 =$	0,000186	cm^{-1}
$K_r = (n_u - n)/(n_u - n_{bal}) =$	1,00	≤ 1	
$n = N_{Ed} / (A_c \times f_{cd}) =$	0,205		
$n_u = 1 + \omega =$	1,538		
$n_{bal} =$	0,4		
$K_\varphi = 1 + \beta \times \varphi_{ef} =$	1,00	≥ 1	
$\varphi_{ef} =$	0,64		
$\beta = 0,35 + f_{ck}/200 - \lambda/150 =$	-0,01		
$\lambda =$	80,8		
$1/r_0 = \varepsilon_{yd}/(0,45 d) =$	0,000186	cm^{-1}	
$\varepsilon_{yd} = \varepsilon_y / \gamma_s =$	2,2	‰	
$d = h - a =$	26	cm	

Slika 30: Izračun ukrivljenosti

Vrednost projektnega upogibnega momenta po teoriji drugega reda po metodi, ki temelji na nazivni ukrivljenosti torej znaša $M_{Ed} = 142,9 \text{ kNm}$.

4.6 Analiza rezultatov

V nalogi sem obravnaval dve poenostavljeni metodi za analizo učinkov teorije drugega reda pri osno obremenjenih elementih. Potem pa sem upošteval še dve različni obtežni kombinaciji (prevladujoča obtežba snega oz. vetra). Kot rezultat pri obeh metodah sem dobil projektni upogibni moment M_{Ed} . V preglednici spodaj je prikazana primerjava med rezultati dobljenimi po teoriji prvega reda, ter rezultati dobljenimi po teoriji drugega reda (po dveh različnih metodah).

	TPR	TDR	
		Metoda nazivne togosti	Metoda nazivne ukrivljenosti
1. obtežna kombinacija (prevladujoč veter)	95,6 kNm	139,0 kNm	142,9 kNm
2. obtežna kombinacija (prevladujoč sneg)	84 kNm	135,5 kNm	141,6 kNm

Preglednica 1: Primerjava izračunanih projektnih upogibnih momentov

Iz preglednice lahko vidimo, da se v tem primeru vplivi (upogibni moment) po teoriji drugega reda precej povečajo. Rezultati med obema poenostavljenima metodama za določanje vplivov po TDR pa so si zelo blizu. Za bolj točne rezultate bi morali uporabiti splošno metodo, ki temelji na nelinearni analizi konstrukcije drugega reda.

Iz primerjave rezultatov vidimo tudi, da je 1. obtežna kombinacija (prevladujoča spremenljiva obtežba je veter) merodajna pri obeh metodah.

5 ZAKLJUČEK

V diplomski nalogi sem predstavil pripomoček za izračun učinkov po teoriji drugega reda za osno in upogibno obremenjene stebre pravokotne oblike. Pripomoček je izdelan v skladu s standardom SIST EN 1992-1-1, in nam lahko prihrani ogromno časa. Za uporabo ne potrebujemo tabel s podatki o betonu in armaturi, ker so vsi podatki vgrajeni že v pripomočku samem. Prav tako je pripomoček do neke mere avtomatiziran, se pravi, da nas opozarja na potrebne vnose in morebitne napake v izračunu. Prav tako samodejno izbira pravilne vrednosti glede na pogoje iz standarda. Prednost pripomočkov izdelanih v programu Excel je tudi, da jih lahko kasneje prilagodimo po svojih potrebah in željah za konkretne primere.

V pripomočku se izvaja kontrola potrebnosti upoštevanja učinkov teorije drugega reda, ter dve poenostavljeni metodi za določanje učinkov teorije drugega reda. To sta metoda, ki temelji na nazivni togosti ter metoda, ki temelji na nazivni ukrivljenosti.

Na koncu je predstavljen še enostaven računski primer, pri katerem je vidno delovanje programa. Za lažjo predstavo in primerjavo rezultatov so le ti na koncu zbrani v preglednici.

VIRI

- [1] SIST EN 1992-1-1. Evrokod 2: Projektiranje betonskih konstrukcij.

- [2] Plavčak, D. 2013. Armiranobetonski stebri. Diplomsko naloga. Maribor, Univerza v Mariboru, Fakulteta za gradbeništvo, prometno inženirstvo in arhitekturo (samozaložba D. Plavčak)